

普通高等教育规划教材

工 程 力 学

(导 学 篇)

王斌耀 顾惠琳 编
冯 奇 虞爱民 审



机 械 工 业 出 版 社

本书与工程力学(教程篇)相辅相成,以满足工程力学课程的教学要求。本书的篇、章设置与工程力学(教程篇)相一致,以利于读者进行对照阅读。在每一章中,均由:“内容提要”“基本要求”“典型例题”“思考题”“练习题”和“习题答案”组成。书中通过典型例题,阐述了解题的正确思路、分析方法和计算技巧,再通过例题中的“讨论”,达到举一反三和开拓思路的目的。书中所列习题类型多样,覆盖各章的基本要求,可使读者得到全面训练。

本书为适应普通工科院校机械专业(95~114学时)的教学需要而编写。也可作为非机械类专业的土建、桥梁的专科学生或其他专业(如建材、给排水、暖气通风等)的本科教材,同时可供有关工程技术人员参考。

图书在版编目(CIP)数据

工程力学·导学篇/王斌耀,顾惠琳编.—北京:机械工业出版社,2003,1

普通高等教育规划教材

ISBN 7-111-11441-8

.工... .王... 顾... .工程力学-高等学校-教材 .TB12

中国版本图书馆CIP数据核字(2002)第109060号

机械工业出版社(北京市百万庄大街22号 邮政编码100037)

责任编辑:郑丹 冯铤 版式设计:冉晓华 责任校对:李秋荣

封面设计:饶薇 责任印制:路琳

北京机工印刷厂印刷·新华书店北京发行所发行

2003年3月第1版第1次印刷

1000mm×1400mm B5·11.875印张·463千字

定价:29.00元

凡购本书,如有缺页、倒页、脱页,由本社发行部调换

本社购书热线电话(010)68993821、88379646

封面无防伪标均为盗版

前 言

工程力学是高等工科院校的一门重要的基础技术课，具有理论性强、内容丰富、题量大、题型多的特点。本书以学习中思维的逻辑流向为主线，按照学习、思考、初步理解、练习、反思的过程，来达到工程力学课程的教学要求。

以现行的教学要求和学时为基础，通过本书的学习，有利于读者巩固知识基础，抓住重点和难点，掌握分析方法和提高计算技能。本书既可与工程力学（教程篇）联用进行教学，也可作为教学参考书，适用于学习同类课程的读者。

本书作为“教”与“学”两个方面的联系，特别注重“导引”这个过程。在内容提要中，尽可能采用表格来对知识进行归纳和提炼，使读者易发现知识的内在联系及变化规律，以利于知识的掌握和巩固；在基本要求中，明确了读者必须掌握的知识点；在典型例题中，通过对有教学意义例题的解析，使读者领会正确的思路，基本的分析方法，规范化的解题步骤和计算技巧；在概念题中，通过重要的、易混淆的概念问题，来检查读者对知识学习的深入程度和理解上的偏差；在练习题中，精选了大量的、多类型的习题，使读者得到比较全面的训练。

本书由王斌耀负责编写刚体静力学、运动学和动力学部分，由顾惠琳负责编写变形体静力学和变形体动力学部分，并由王斌耀担任主编，负责统稿。

本书由冯奇教授、虞爱民教授担任主审，他们认真、细致、负责地审阅了全书，并在本书编写的整个过程中提出了许多宝贵意见和建议，在此表示由衷的感谢。

本书得到了机械工业出版社的大力支持，在编写过程中，还得到了张若京教授、唐寿高教授、仲政教授的热情帮助，在此一并致谢。

由于本书在诸多方面作了改革和探索，同时限于编者的水平，书中的缺点和不妥之处在所难免，敬请广大教师和读者批评指正。

编 者

2002年8月31日于同济园

目 录

前言

第一篇 刚体静力学	1
第一章 基本概念及基本原理	1
第二章 力系的等效简化	15
第三章 力系的平衡	27
第四章 刚体静力学应用问题	55
第二篇 运动学	74
第五章 点的运动学	74
第六章 刚体的基本运动	83
第七章 点的合成运动	91
第八章 刚体的平面运动	109
第三篇 动力学	125
第九章 质心运动定理 动量定理	125
第十章 动量矩定理	137
第十一章 动能定理	152
第十二章 达朗伯原理	167
第十三章 虚位移原理	182
第四篇 变形体静力学	199
第十四章 轴向拉伸与压缩	199
第十五章 扭转	231
第十六章 弯曲内力	242
第十七章 弯曲应力	259
第十八章 弯曲变形	277
第十九章 平面应力状态分析 强度理论	293
第二十章 组合变形	313
第二十一章 压杆稳定	333
第五篇 变形体动力学	349
第二十二章 动载荷	349
附录 A 平面图形几何性质	357
附录 B 型钢规格表	363
B-1 热轧等边角钢规格及截面特性	363
B-2 热轧不等边角钢规格及截面特性	368
B-3 热轧普通工字钢规格及截面特性	372
B-4 热轧普通槽钢规格及截面特性	374
参考文献	376

第一篇 刚体静力学

刚体静力学的研究对象——刚体。所谓刚体，是指在外力的作用下不发生变形的物体。

刚体静力学的研究任务：力系的简化，即力系的等效替换；力系的平衡。

第一章 基本概念及基本原理

内容提要

1. 力的概念

1) 物体在力的作用下，一般情况下不仅有移动而且还有转动。这是因为力有大小、方向和作用点的缘故，因此力可用矢量描述。对刚体而言，力是滑移矢量，其三要素为：力的大小、力的作用线方位和力的指向。

2) 作用在物体上的同一点的两个分力 F_1 和 F_2 ，可以在此点合成为一个合力 F_R ，合力等于两分力的矢量和，写成矢量式为

$$F_R = F_1 + F_2$$

2. 静力学基本原理

(1) 二力平衡原理 刚体上仅作用两个外力而平衡时，这两个力必须符合大小相等、作用于同一直线上、指向相反的条件。

(2) 加减平衡力系原理 在刚体上加上或减去任意个平衡力系，不会改变刚体的原有运动状态。

(3) 作用力与反作用力定理 作用力与反作用力大小相等，作用于同一直线上，指向相反，分别作用在两个物体上。此定律揭示了力的传递规律。

(4) 刚化原理 当变形体在某一力系的作用下处于平衡时，可将此变形体硬化为刚体，其平衡状态不变。此原理架设了刚体的平衡条件适用于平衡的变形体问题的桥梁。

3. 力的分解与力的投影

1) 一个力必须在给定的条件下（如表 1-1），才能分解出其确定的分力。

2) 不同的已知条件，有不同的投影方法（如表 1-2）。

4. 力对点的矩、力对轴的矩及两者的关系

表 1-1 力的分解

	已知两力的方位	已知一分力的大小与方位	力沿直角坐标系分解
图例			
表达式	$F_R = F_1 + F_2$	$F_2 = F_R - F_1$	$F_R = F_x + F_y + F_z$

表 1-2 力的投影

	力在平面上的投影	力在直角系上一次投影	力在直角系上二次投影
图例			
投影式	$F_{xy} = AB$ F_{xy} 是矢量	$F_x = F \cos \alpha$ $F_y = F \cos \beta$ $F_z = F \cos \gamma$	$F_x = F \sin \theta \cos \phi$ $F_y = F \sin \theta \sin \phi$ $F_z = F \cos \theta$

力对点的矩是定位矢量，力对轴的矩是代数量，其表达式及两者的关系如表 1-3 所示。

表 1-3 力矩——定位矢量

	力对点的矩	力对轴的矩	力矩关系定理
图例			
表达式	$M_0(F) = r \times F$ $= \begin{vmatrix} i & j & k \\ x & y & z \\ F_x & F_y & F_z \end{vmatrix}$	$M_z(F) = M_0(F_{xy})$ $= xF_y - yF_x$	$M_z(F) = M_0(F) \cos \gamma$

5. 合力矩定理

合力 ($F_R = \sum_{i=1}^n F_i$) 对一点 (轴) 的矩等于各分力对同一点 (轴) 的矩的矢量和 (代数和), 即

$$M_0(F_R) = \sum_{i=1}^n M_0(F_i) \quad [M_z(F_R) = \sum_{i=1}^n M_z(F_i)]$$

6. 力偶及力偶矩

1) 力偶由反向、平行的二力构成, 其合力为零, 是对刚体只产生转动效应的最简力系。

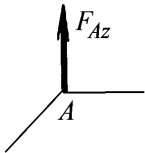

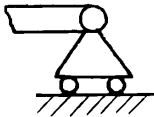
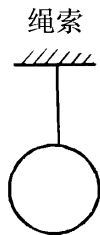
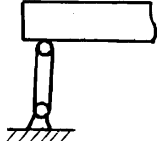
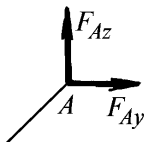
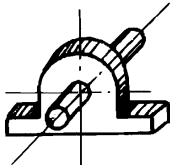
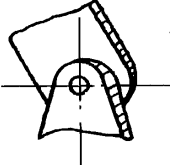
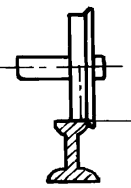
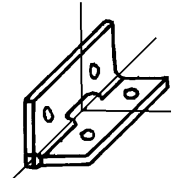
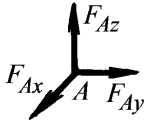
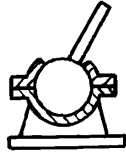
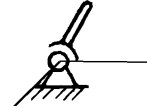
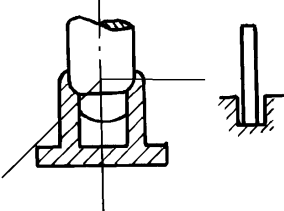
2) 力偶对刚体的作用效应, 由力偶矩决定。力偶矩取决于力偶的作用平面 (用法线表示)、在平面中的转向及大小, 因此力偶矩是矢量。

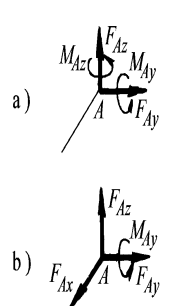
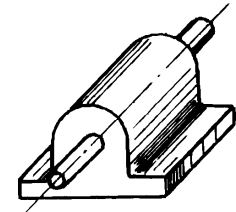
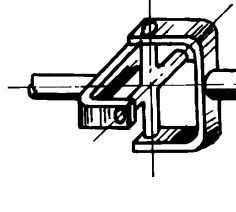
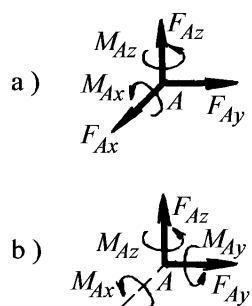
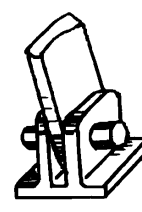
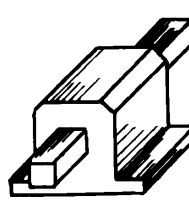
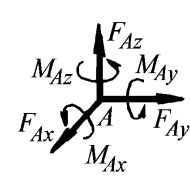
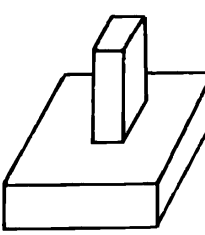
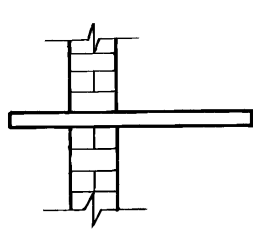
3) 力偶对刚体上任意点的矩, 就等于力偶矩本身。力偶矩是自由矢量。

7. 约束及约束力

被约束物体之所以运动受到限制, 是因为约束物体对被约束物体有作用力。工程中常见的约束及约束力见表 1-4。

表 1-4 约束的类型及约束力

约束反力未知量	约束类型
	<div style="display: flex; justify-content: space-around; align-items: flex-start;"> <div style="text-align: center;"> <p>光滑表面</p>  </div> <div style="text-align: center;"> <p>滚动支座</p>  </div> <div style="text-align: center;"> <p>绳索</p>  </div> <div style="text-align: center;"> <p>二力杆</p>  </div> </div>
	<div style="display: flex; justify-content: space-around; align-items: flex-start;"> <div style="text-align: center;"> <p>径向轴承</p>  </div> <div style="text-align: center;"> <p>圆柱铰链</p>  </div> <div style="text-align: center;"> <p>铁轨</p>  </div> <div style="text-align: center;"> <p>蝶铰链</p>  </div> </div>
	<div style="display: flex; justify-content: space-around; align-items: flex-start;"> <div style="text-align: center;"> <p>球形铰链</p>  </div> <div style="text-align: center;">  </div> <div style="text-align: center;"> <p>止推轴承</p>  </div> </div>

约束反力未知量	约束类型	
	<p>导向轴承</p>  <p>a)</p>	<p>万向接头</p>  <p>b)</p>
	<p>带有销子的夹板</p>  <p>a)</p>	<p>导轨</p>  <p>b)</p>
	<p>空间的固定端支座</p>  <p>平面固定端</p> $F_{Ax} \equiv 0$ $M_{Ay} \equiv 0$ $M_{Az} \equiv 0$ 	

8. 受力分析 (受力图)

受力分析就是将研究对象上所有的外力用图示形式直观地表示出来。画受力图, 是进行力学分析、计算的前提, 也是研究力学问题的基本途径。

基本要求

- 1) 正确理解力的概念、静力学基本原理。
- 2) 能熟练地进行力的投影、力对点(轴)的矩的计算。
- 3) 能正确地画出研究对象的受力图。尽量做到受力分析简单、明了, 如判断二力构件等。

典型例题

例 1-1 长方体长 $l = 0.5\text{m}$, 宽 $b = 0.4\text{m}$, 高 $h = 0.3\text{m}$, 其上作用有力 $F = 80\text{N}$, 方向如图 1-1a 所示。试分别计算: (1) 力 F 在直角坐标轴 x 、 y 、 z 上的投影;

(2) 力 F 对直角坐标轴 x 、 y 、 z 的矩; (3) 力 F 对 z_1 轴 (沿 OB 方向) 的矩。

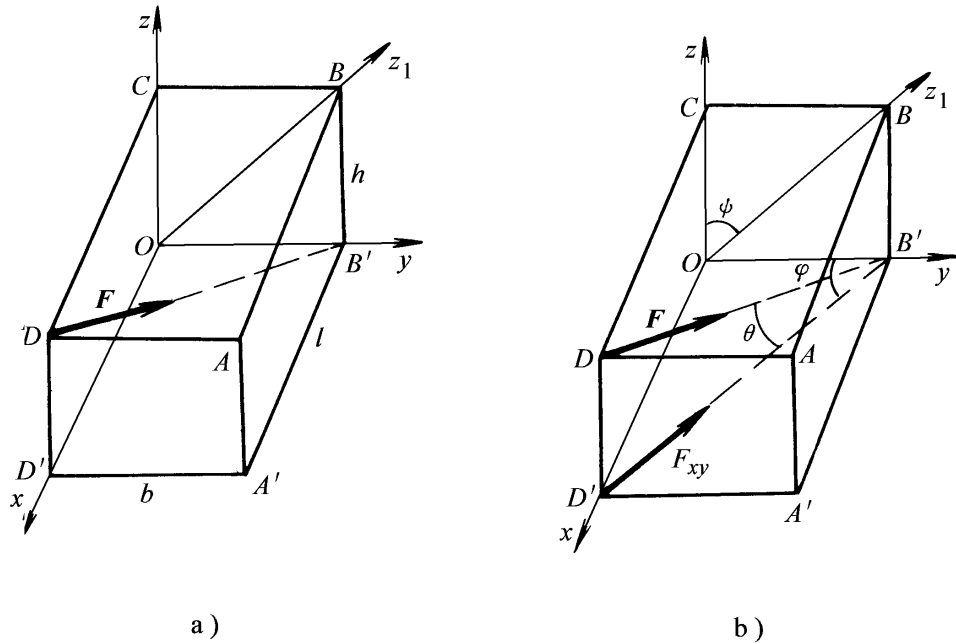


图 1-1

解 1) 力 F 在直角坐标系 x 、 y 、 z 上的投影。

a. 一次投影法。设力 F 与 x 、 y 、 z 轴正向之间夹角分别为 α 、 β 、 γ ，其方向余弦分别为 $\cos \alpha = \frac{-1}{\sqrt{1^2 + b^2 + h^2}}$ ， $\cos \beta = \frac{b}{\sqrt{1^2 + b^2 + h^2}}$ ， $\cos \gamma = \frac{-h}{\sqrt{1^2 + b^2 + h^2}}$ ，则力 F 在轴 x 、 y 、 z 上的投影分别为

$$F_x = F \cos \alpha = -40 \sqrt{2} \text{ N}$$

$$F_y = F \cos \beta = 32 \sqrt{2} \text{ N}$$

$$F_z = F \cos \gamma = -24 \sqrt{2} \text{ N}$$

b. 二次投影法。设力 F 与坐标平面 Oxy 的夹角为 θ ，力 F 在 Oxy 上的投影 F_{xy} 与轴 Oy 的夹角为 φ ，则 $F_{xy} = F \cos \theta = F \frac{\sqrt{1^2 + b^2}}{\sqrt{1^2 + b^2 + h^2}}$ ，得

$$F_x = -F_{xy} \sin \theta = -F_{xy} \frac{1}{\sqrt{1^2 + b^2}} = -40 \sqrt{2} \text{ N}$$

$$F_y = F_{xy} \cos \theta = F_{xy} \frac{b}{\sqrt{1^2 + b^2}} = 32 \sqrt{2} \text{ N}$$

$$F_z = -F \sin \theta = -F \frac{h}{\sqrt{1^2 + b^2 + h^2}} = -24 \sqrt{2} \text{ N}$$

2) 力 F 对直角坐标 x 、 y 、 z 的矩

a. 利用合力矩定理求解，即 $M_x(F) = M_x(F_x) + M_x(F_y) + M_x(F_z)$ 。

注意到 F_x 平行于轴 Ox ， F_z 通过轴 Ox ，它们对该轴的矩都为零，则

$$M_x(F) = M_x(F_y) = -F_y h = -9.6 \sqrt{2} \text{ N} \cdot \text{m}$$

类似地，可求出力 F 对 y 、 z 轴的矩分别为

$$M_y(F) = 0 \quad (F \text{ 通过 } y \text{ 轴})$$

$$M_z(F) = M_z(F_y) = F_y l = 16 \sqrt{2} \text{ N} \cdot \text{m}$$

b. 利用力矩的解析形式求解，力作用线上某一点 (B 点) 的坐标分别为: $x=0$, $y=b=0.4\text{m}$, $z=0$, 则力 F 对 x , y , z 轴的矩分别为

$$M_x(F) = yF_z - zF_y = -9.6 \sqrt{2} \text{ N} \cdot \text{m}$$

$$M_y(F) = zF_x - xF_z = 0 \text{ N} \cdot \text{m}$$

$$M_z(F) = xF_y - yF_x = 16 \sqrt{2} \text{ N} \cdot \text{m}$$

值得指出的是，这里的三个坐标 x , y , z 和力的投影 F_x , F_y , F_z 都是代数量，力矩的正负号由代数运算结果来确定。

3) 力 F 对轴 z_1 的矩，可先求出力 F 对 O 点的矩矢，即

$$M_o(F) = M_x(F) i + M_y(F) j + M_z(F) k$$

再由力对点 O 的矩和对轴的矩的关系，可得力 F 对轴 z_1 的矩等于力 F 对该轴上的点 O 的矩矢在该轴 z_1 的投影。设 α 为轴 z_1 与轴 z 的夹角 (见图 1-1b)，并注意轴 x 与轴 z_1 垂直 (即 $M_x(F) i \perp z_1$) 和 $M_y(F) = 0$ ，则

$$\begin{aligned} M_{z_1}(F) &= [M_o(F)]_{z_1} = M_z(F) \cos \alpha = M_z(F) \frac{h}{\sqrt{b^2 + h^2}} \\ &= 9.6 \sqrt{2} \text{ N} \cdot \text{m} \end{aligned}$$

讨论

1) 采用一次投影法还是二次投影法，主要取决于题给条件。

2) 利用合力矩定理计算力对轴的矩，是力学计算中的基本方法。一般不去刻意寻找合力到矩轴的力臂。

例 1-2 构件 AB 自重不计，在 C 点受一铅垂力 F 作用，如图 1-2a 所示。试画出构件 AB 的受力图。

解 1) 取出构件 AB (与外部约束脱离) 为研究对象，并单独画出其简图。

2) 画出主动力，如题给出的条件，即照画力 F 。

3) 画约束力。因构件在 A 点受铰支座约束，其约束力通过铰链 A ，但方向不能确定，可用两个大小未知的正交分力 F_{Ax} 和 F_{Ay} 表示。 B 处为光滑接触面约束，其约束力应沿公法线方向。因构件 B 为一个点，则与约束面垂直的线即为公法线方向，用指向构件 B 点的 F_B 表示。

构件 AB 所受的力如图 1-2b 所示。

讨论

作示力分析 (受力图)，必须根据约束性质画约束力，而不需根据主动力去猜。

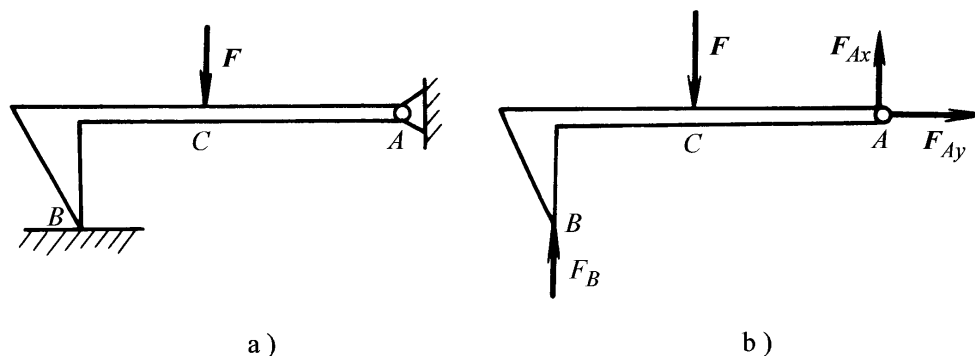


图 1-2

例 1-3 结构如图 1-3a 所示。构件自重不计，受分布载荷作用。试画出构件 AC 及 BD 的受力图。

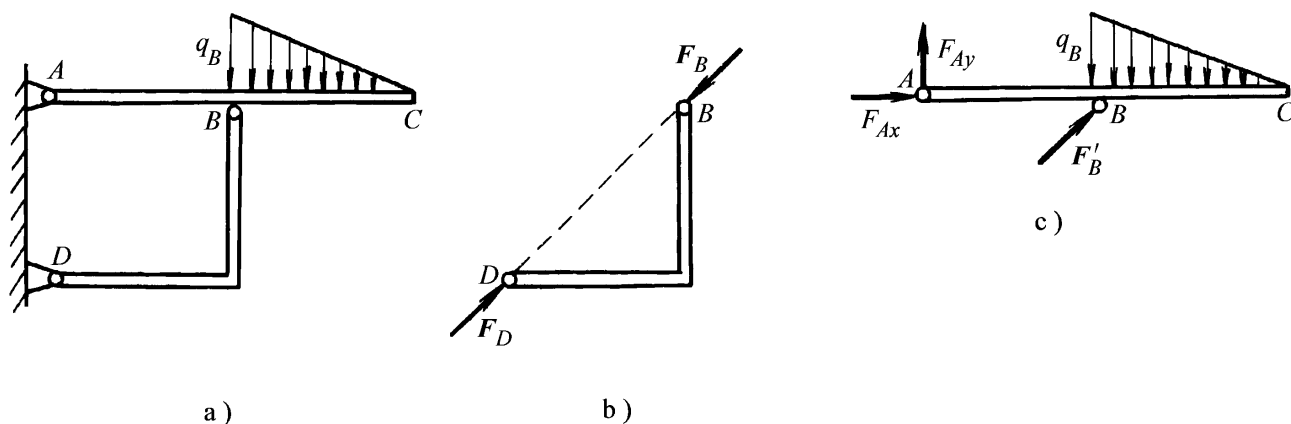


图 1-3

解 1) 先取出构件 BD 加以分析。由于此构件仅在 B、D 二点受到铰链的约束力，而中间不受任何外力，构件处于平衡，符合二力平衡公理，因此 B、D 处的力必须共线、等值、反向，可用 F_B 及 F_D 表示，如图 1-3b 所示。只有两个力作用下而平衡的构件称为二力构件。

2) 再取出构件 AC 进行分析。其所受的主动为分布载荷，此载荷的合成结果待第二章中详细介绍，故在此仍照原图画；其约束力为：A 点受铰支座约束用 F_{Ax} 、 F_{Ay} 这两个正交分力表示，B 点受到二力构件 BD 给它的反作用力 F_B 的作用，即 $F_B = -F'_B$ 。构件 AC 的受力如图 1-3c 所示。

讨论

在作多物体系统的受力分析时，若能发现二力杆（二力构件），就能使受力分析得以简化。

例 1-4 结构如图 1-4a 所示，构件自重不计，受水平力 F 作用，试画出板、杆连同滑块、滑轮及整体的受力图。

解 1) 先取板为研究对象分析。主动力为 F ；约束力为：在 A 处受铰支座约

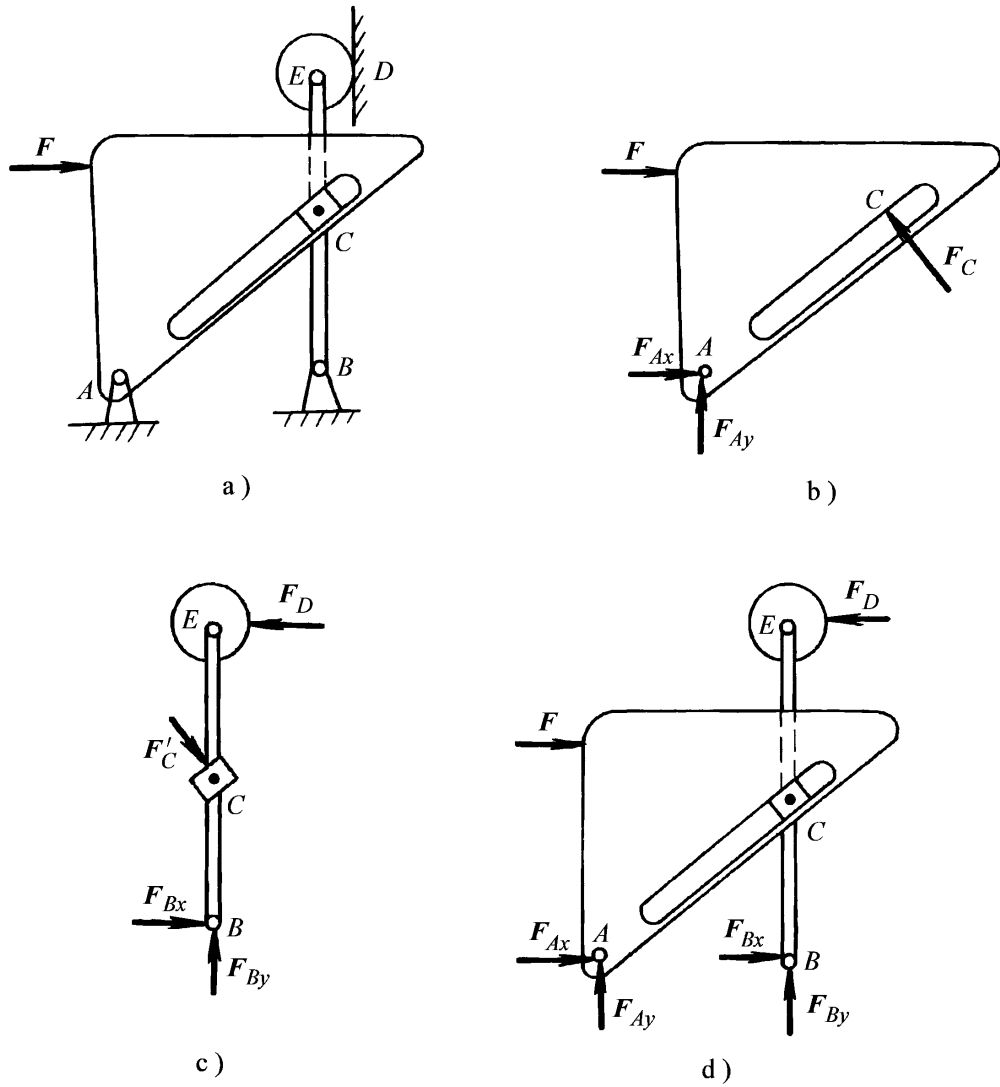


图 1-4

束，用两正交的分力 F_{Ax} 、 F_{Ay} 表示；在 C 处受到杆上滑块的光滑接触面约束，则约束力沿公法线方向，即垂直板上的滑槽，用 F_C 表示（见图 1-4b）。

2) 再取杆连同滑块和滑轮分析。虽然杆同滑块 C 和滑轮 E 均为铰接，但滑块 C 与滑轮 E 在 C 与 D 点均为光滑接触面的约束，故其力均应垂直光滑接触面，分别以 F_C ($F_C = -F'_C$) 及 F_D 表示；B 点受铰支座约束用两正交分力 F_{Bx} 、 F_{By} 表示（见图 1-4c）。

3) 最后作整体受力分析。在整体图上只需画出全部外力，而此时滑块 C 处力为内力。内力成对出现，不会改变物体的运动效应，故不必画出。整体受力图如图 1-4d 所示。

讨论

在作受力分析时，对有轮（滑轮）的系统，若没有特定要求，不必将滑轮单独取出分析。研究对象可以是几个物体的组合。

例 1-5 结构如图 1-5a 所示，不计各构件自重，试画出结构中各物体及整体的受力图。

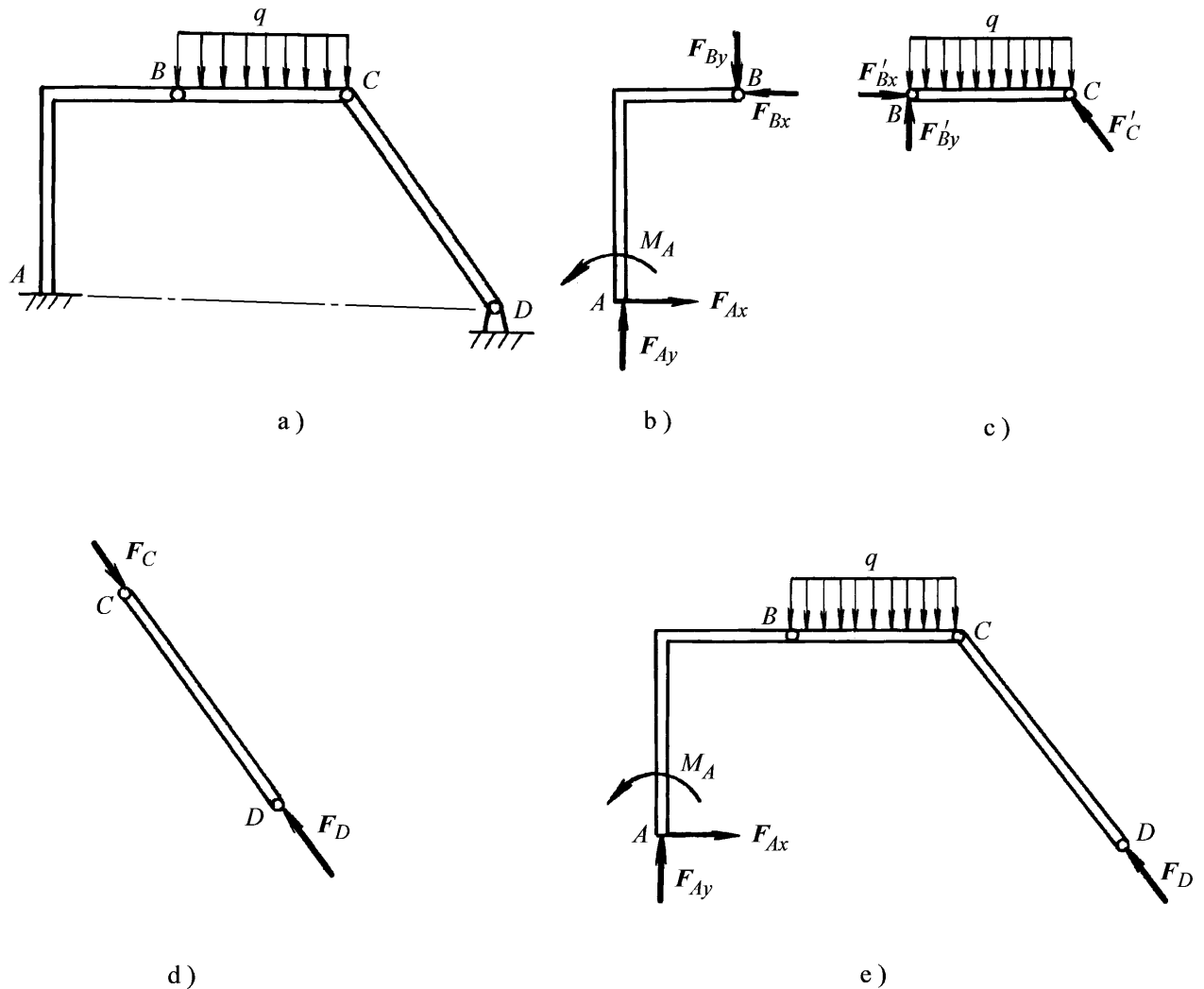


图 1-5

解 1) 先取 CD 杆分析。此杆两端为铰链约束，中间不受外力，为二力杆，用 F_C 与 F_D 表示，如图 1-5d 所示。

2) 取折杆 AB 分析。A 处为固定端约束，用正交的两个分力 F_{Ax} 、 F_{Ay} 力及力偶矩 M_A 表示。B 处为铰链，用正交的两个分力 F_{Bx} 、 F_{By} 表示，如图 1-5b 所示。

3) 再取杆 BC 分析。照画分布载荷 q ，在 B 点及 C 点分别受到 F_{Bx} 、 F_{By} 及 F_C 的反作用力 $F_{B'x}$ 、 $F_{B'y}$ 及 $F_{C'}$ ，如图 1-5c 所示。

4) 最后作整体受力图。去除全部外约束，画上约束力，如图 1-5e 所示。

讨论

固定端支座的约束力系中，含有力与力偶矩，所以在分析固定端约束时，切不要漏画约束力偶矩。

思考题

1-1 试说明下列式子的意义和区别：

$$(1) F_1 = F_2$$

$$(2) F_1 = F_2$$

1-2 两个共点力可以合成一合力，此合力的大小、方向都能惟一地确定。那么，一力 F_R 的大小、方向已知，能否确定其分力的大小和方向？

- 1-3 凡两点受力的杆件都是二力杆吗？凡两端用铰链连接的杆都是二力杆吗？
- 1-4 一杆两点上受力如图 1-6 所示，若此杆平衡，则此杆是二力杆吗？
- 1-5 由力的解析表达式 $F = F_x i + F_y j$ 能确定力的大小和方向吗？能确定力的作用线位置吗？
- 1-6 试比较力对点的矩与力偶矩的异同。
- 1-7 力偶中的二力是等值、反向的，作用力与反作用力及二力平衡中的两个力也都是等值、反向的，试问这三者有何区别？
- 1-8 如图 1-7 所示，正方体两个侧面上作用着两个力偶 (F_1, F_1) 与 (F_2, F_2) ，其力偶矩大小相等，试问此两个力偶是否等效？为什么？

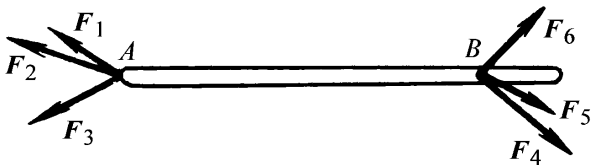


图 1-6

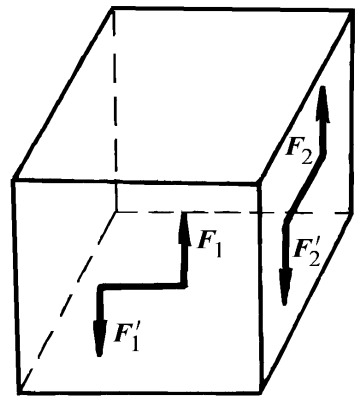


图 1-7

习 题

- 1-1 已知力 F 在直角坐标轴 y 、 z 方向上的投影 $F_y = 12\text{N}$ ， $F_z = -5\text{N}$ 。若 F 与 x 轴正向的夹角 $\alpha = 30^\circ$ ；试求此力 F 的大小和方向，并求此力 F 在 x 轴上的投影 F_x 的值。
- 1-2 正立方体（图 1-9）的边长 $l = 0.5\text{m}$ ，力 $F = 100\text{N}$ ，试求力 F 对 O 点矩的大小。

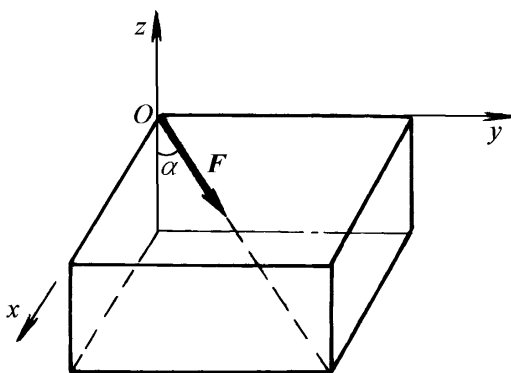


图 1-8

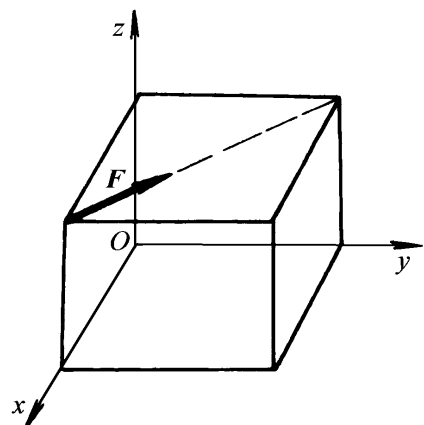


图 1-9

- 1-3 力 F 作用在边长为 l 的正立方体的对角线上（图 1-10）。设 Oxy 平面与立方体的底面 $ABCD$ 相平行，两者之间的距离为 h ，试求力 F 对 O 点的矩的矢量表达式。

- 1-4 力 F 作用于长方体的一棱边上（图 1-11），已知长方体边长为 l_1, l_2, l_3 ，试求力 F 对

OA 轴的矩。

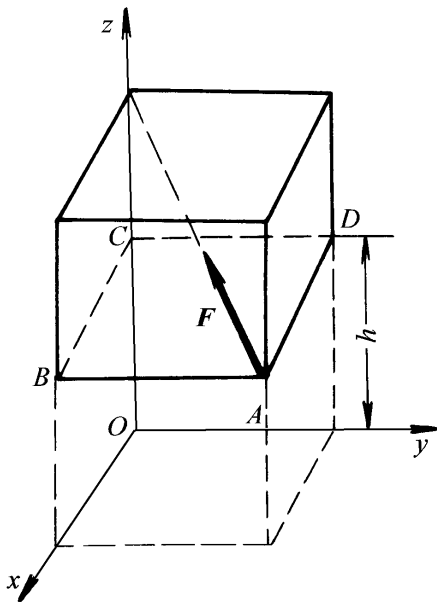


图 1-10

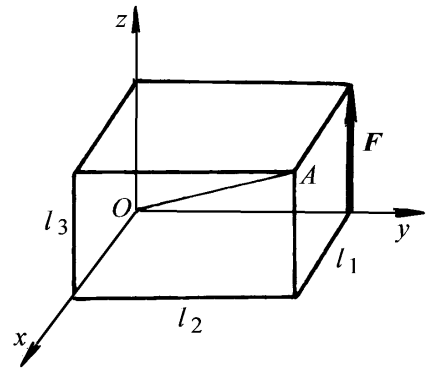


图 1-11

1-5 试分别画出图 1-12 所示物体的受力图 (物体的重量除图上注明外, 均略去不计, 所有接触处均为光滑):

- a) 圆柱体 O; b) 杆 AD; c) 滚子 O; d) 折杆 AB; e) 杆 AB; f) 曲杆 AB; g) 杆 AB;
- h) 杆 AB; i) 棘轮 O; j) 架子 ABD; k) 杆 AB; l) 折杆 BC.

1-6 试分别画出图 1-13 各物体系统中每个物体以及整体的受力图 (物体的重量除图上注明外, 均略去不计, 所有接触处均为光滑):

- a) 组合梁; b) 组合梁; c) 曲柄连杆滑块机构; d) 三铰拱; e) 三铰拱; f) 四连杆机构;
- g) 圆柱和杆; h) 三铰拱; i) 三角形支架; j) 平台支承; k) 构架 (BCD 为板); l) 构架;
- m) 构架; n) 构架; o) 机构; p) 多跨拱架; q) 机构; r) 机构; s) 构架; t) 构架。

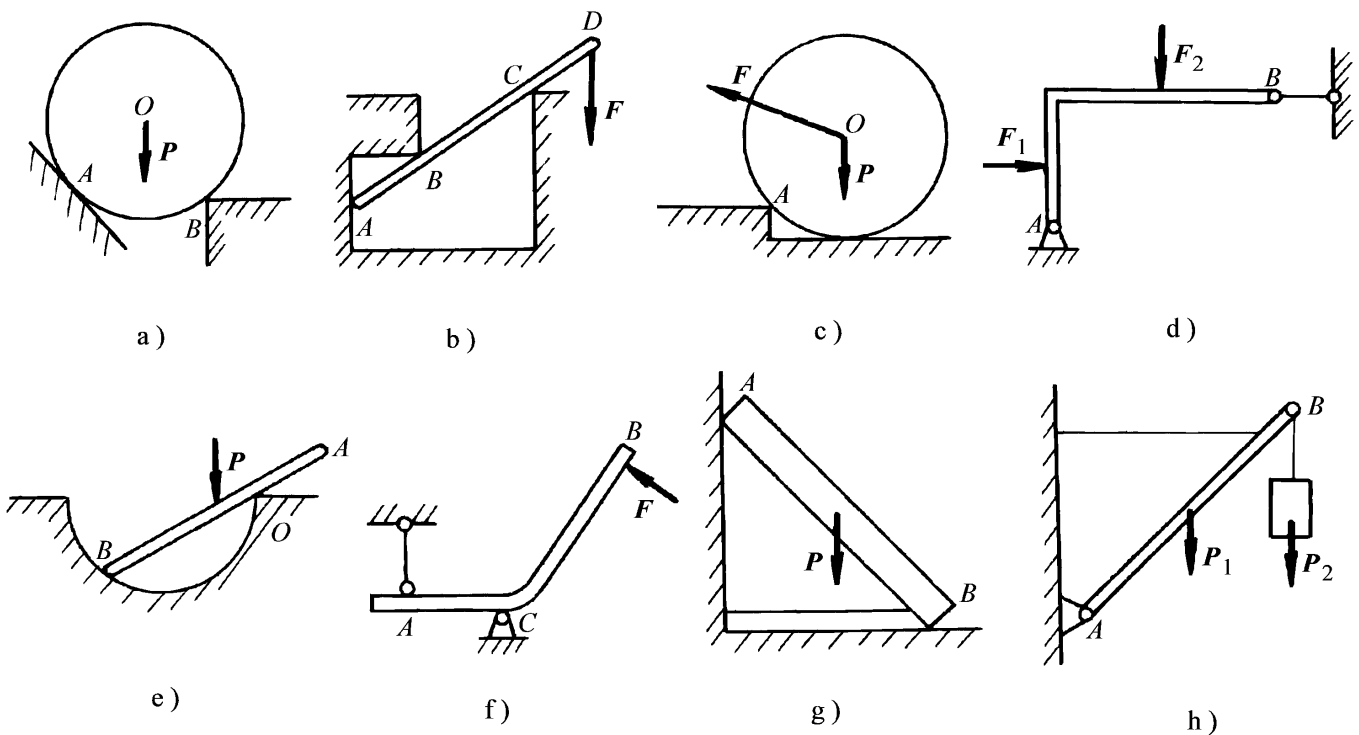


图 1-12

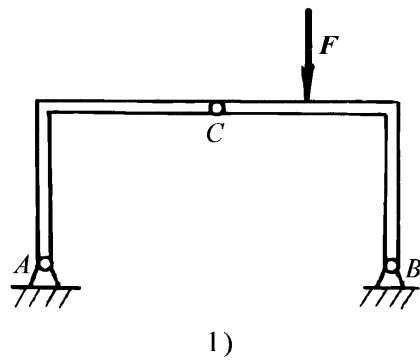
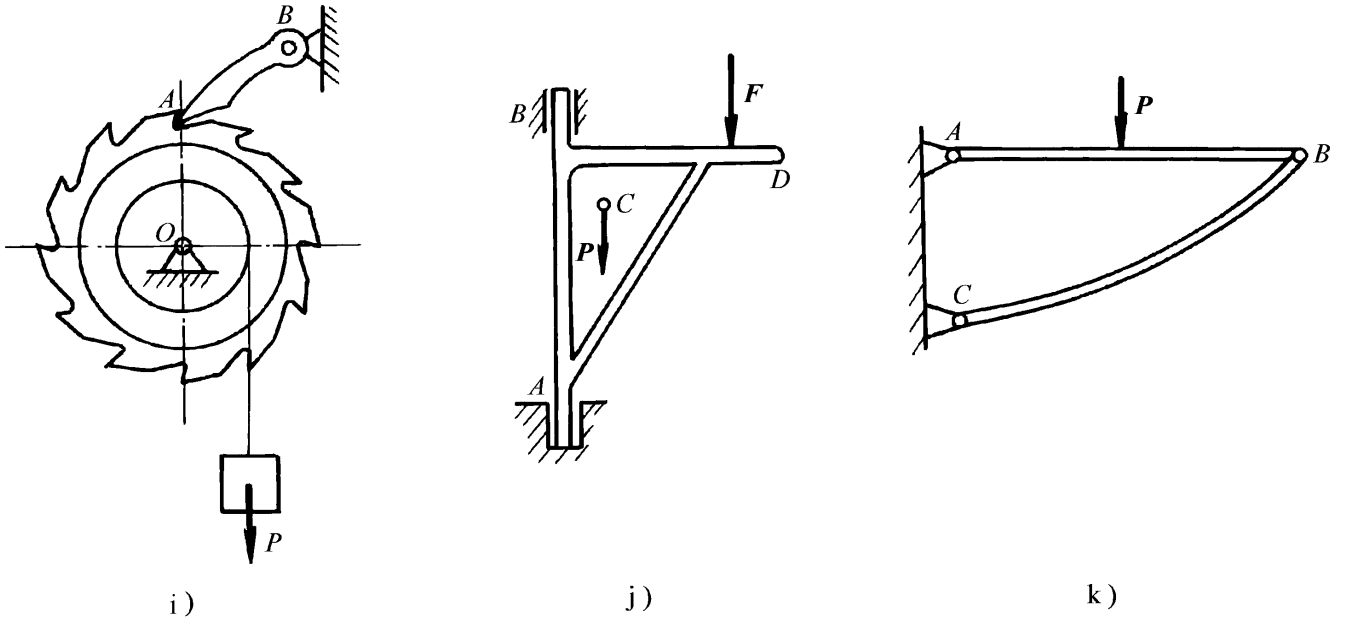


图 1-12 (续)

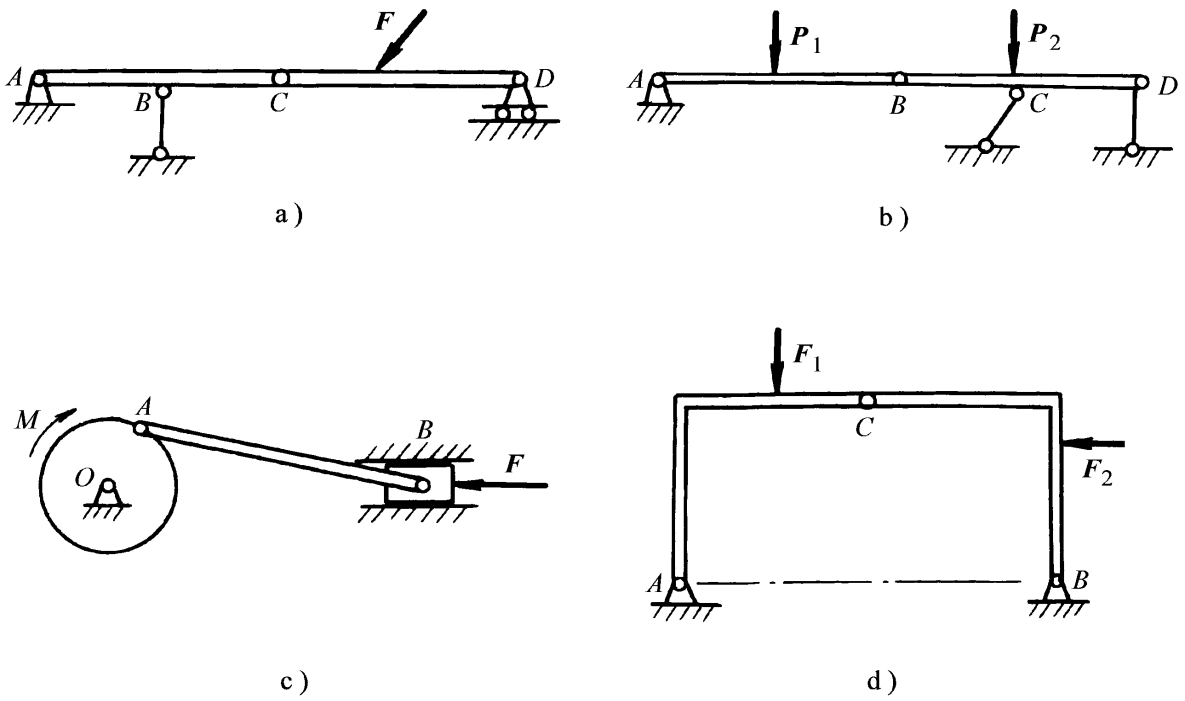


图 1-13

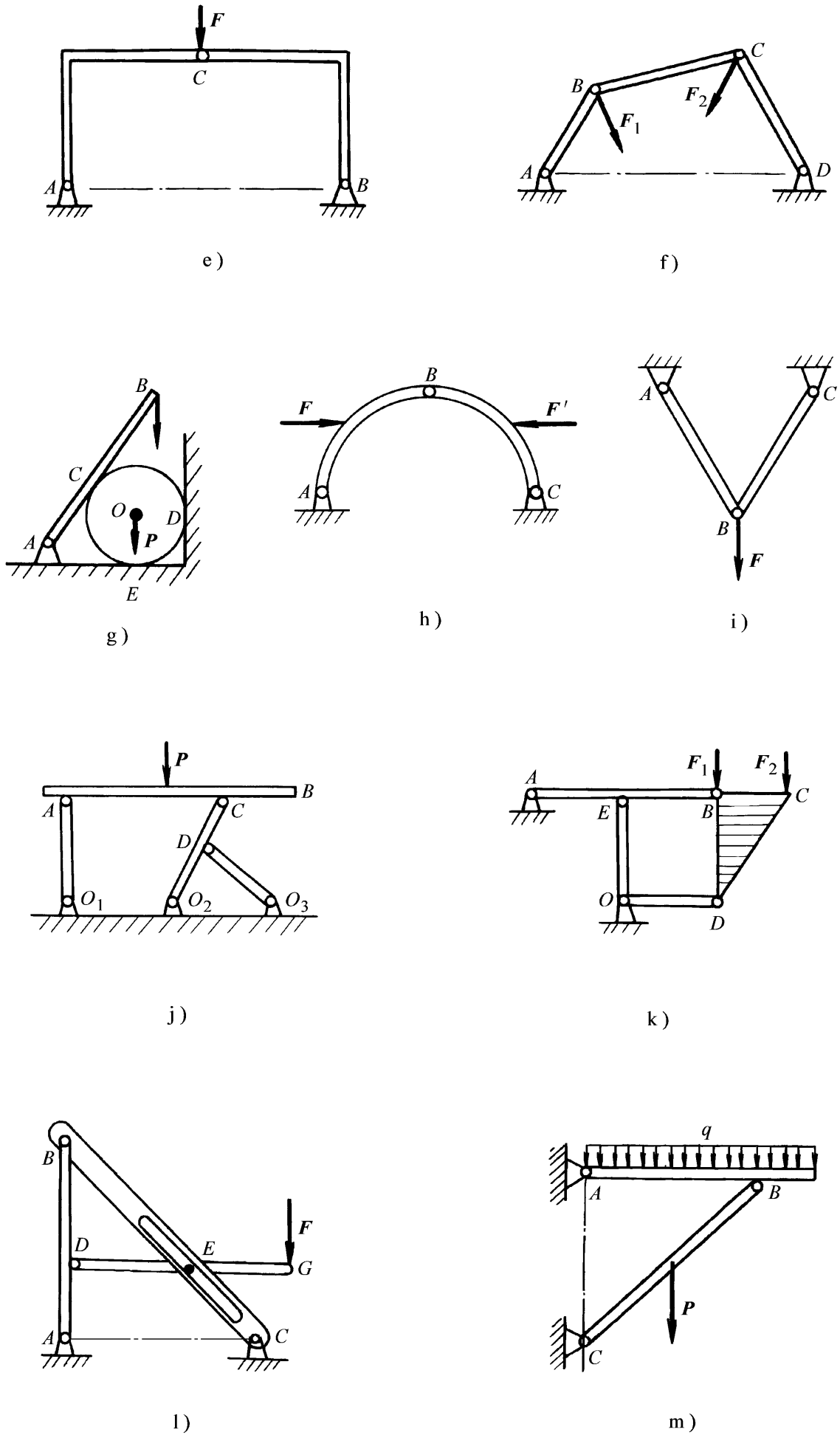


图 1-13 (续)