

新世纪高等院校规划教材

# 工程可靠性教程

孙新利摇陆长捷摇编著

国防工业出版社

·北京·

图书在版编目(CIP)数据

工程可靠性教程 孙新利, 陆长捷编著 北京: 国防工业出版社, 2004  
ISBN 7-115-08000-0  
I. ①孙... ②陆... III. ①孙... ②陆... IV. ①F426.3

I ①孙新利 ②陆长捷 工程可靠性工程 原教材 IV ①F426.3

中国版本图书馆CIP数据核字(2004)第 086660 号

国防工业出版社 出版发行

(北京市海淀区紫竹院南路 28 号)

(邮政编码 100044)

北京奥鑫印刷厂印刷

新华书店经售

\*

开本 787mm×1092mm 1/16 印张 16.5 千字

2004 年 1 月第 1 版 2004 年 1 月北京第 1 次印刷

印数: 1000 册 定价: 35.00 元

(本书如有印装错误, 我社负责调换)

国防书店: (010) 68400000 发行邮购: (010) 68400000

发行传真: (010) 68400000 发行业务: (010) 68400000

# 前摇摇言

可靠性工程是以产品寿命特征作为研究对象的一门新兴的边缘性学科。随着科学技术的日益进步,各种产品的功能越来越先进,结构越来越复杂,同时,产品的高可靠性又日益成为产品的基本要求,基于此,可靠性理论在许多领域中都得到了广泛的发展和应用,并成为产品设计、生产和管理的质量指南,可靠性也日渐成为工科本科生、研究生的学习内容。

面向研究生的可靠性教学有如下特点:一是研究生在本科期间基本没有接触过可靠性知识,基础空白,需要从基本概念讲起;二是研究生教育的层次决定了对课程内容的系统性、深度和前沿性要求较高;三是对课程的工程应用性要求高,特别是面向工程应用专业的学生对理论在工程实践中的应用十分关注。

本书在编写过程中,注意到了上述三个方面的协调和统一,注重基本概念清楚、理论体系相对完整、计算方法先进成熟,强调教学方法和学习方法。

全书分为 15 章。第 1 章、第 2 章介绍了可靠性的基本概念、定义、基本特征和常用的概率分布;第 3 章介绍了典型不可修系统的可靠性计算方法;第 4 章结合实例详细介绍了多种处理复杂不可修系统的常用方法和它们各自的特点;第 5 章系统介绍了故障树法和重要度的概念及其计算方法;第 6 章对三态单元组成系统的可靠性分析和计算方法进行了讨论;第 7 章讲述了产品设计生产中经常用到的可靠性预计和分配问题,结合实例介绍了若干种应用广泛的可靠性预计和分配方法;第 8 章介绍了可靠性增长和加速寿命试验的基本概念、典型计算模型和方法;第 9 章讲述了可修系统可靠性指标的计算方法,着重讨论了简便实用的稳态可用度的串并联计算方法;第 10 章介绍了复杂系统可靠性的数值分析与计算方法,数值算法是求解复杂系统可靠性指标的有效的方法之一,本章介绍了两种典型的数值方法:一是复杂网络的最小路和可用度的数值分析方法,二是可靠性仿真算法,并结合故障树仿真实例进行了详细叙述。

本书分为可修系统和不可修系统两大部分。学习不可修系统需要概率论基础和最基本的数理统计基础,学习可修系统还需具备随机过程的基础知识,如果作为本科生教学可只讲授不可修系统。全书例题丰富,叙述详细易懂,有助于读者加深对概念和理论的理解。

在编写过程中,参阅了大量文献并引用了部分文献的研究成果,特此向相关作

#### IV

者致谢。本书例题和习题等由陆长捷副教授编写,书中插图由罗庆学完成,其余内容由孙新利教授完成。

本书的主要对象是研究生和本科生,也可供工程、科研人员和教师参考。限于水平,错误在所难免,热诚希望广大读者批评指正。

作 者 摇

圆园年 月于西安

# 第 1 章 绪 论

## 1.1 可靠性发展概况

可靠性是一门新兴的工程学科,是研究产品全寿命过程中故障的发生原因、发展规律,达到预防故障、降低故障率、提高产品质量之目的工程技术。

可靠性概念的诞生可以追溯到 1947 年。当时美国航空委员会提出了飞机事故率的概念,这可能是最早的可靠性指标。在第二次世界大战期间,战争迫切需要对飞机、火箭及电子设备的可靠性进行研究。1945 年德国在 V2 火箭的研制中,提出了火箭系统的可靠性等于所有元器件可靠度乘积的理论,这是最早的系统可靠性理论。20 世纪 50 年代初期,美国为了发展军事的需要,投入了大量的人力、物力对可靠性进行研究,先后成立了“电子设备可靠性专门委员会”、“电子设备可靠性顾问委员会”(ARAC)等研究可靠性问题的专门机构。1957 年,ARAC 发布了《军用电子设备可靠性报告》,这就是著名的“ARAC 报告”。这一报告提出了可靠性是可建立的、可分配的及可验证的,从而为可靠性学科的发展提出了初步框架。“ARAC 报告”是可靠性工程学发展的奠基性文件。

20 世纪 50 年代,苏联为了保证人造地球卫星发射与飞行的可靠性,开始了可靠性的研究工作。同一时期,日本企业家也认识到,产品要在国际市场的竞争中取胜,必须进行可靠性的研究。1958 年日本科学技术联盟成立了“可靠性研究委员会”,专门对可靠性问题进行研究。

1957 年,苏联发射第一艘有人驾驶的宇宙飞船时,对宇宙飞船安全飞行和安全返回地面的可靠性提出了  $10^{-5}$  的概率要求,可靠性研究人员把宇宙飞船系统的可靠性转化为各元器件的可靠性进行研究,取得了成功,满足了对宇宙飞船系统提出的可靠性要求。从此,苏联对可靠性问题展开了全面深入的研究。20 世纪 60 年代是美国航空航天事业迅速发展的时期,美国“国家航空航天管理局”(NASA)和美国国防部接受并发展了 20 世纪 50 年代由“ARAC”发展起来的可靠性设计及实验方案。

20 世纪 70 年代,各种各样的电子设备或系统广泛应用于各科学技术领域、工业生产部门以及人们的日常生活中,电子设备的可靠性直接影响着生产效率和设备寿命以及人员的生命安全,对可靠性问题的研究显得日益重要。同时,人们也开

圆

始了对非电子设备(如机械设备)可靠性的研究,以解决已有的电子设备可靠性设计和计算模型应用到非电子设备时受到限制和结果不理想的问题。在 20 世纪 70 年代,计算机软件可靠性的理论获得很大发展。一方面提出了数十种软件可靠性模型,另一方面是对软件容错的研究也有了深入研究。

我国的可靠性工作起步并不晚,20 世纪 50 年代就建立了温热带环境暴露试验机构,1956 年在此基础上建立了我国的电子产品可靠性与环境试验研究所。20 世纪 70 年代,由于我国重点工程的需要,以及消费者对提高家用电器等产品质量的强烈需求,对各行各业的可靠性研究工作起到了巨大的推动作用。从 1976 年起,原国防科工委和原电子工业部为了解决国家重点工程元器件的可靠性问题,多次召开有关提高可靠性的工作会议。1978 年提出《电子产品可靠性“七专”质量控制与反馈科学实验》计划,并组织实施。经过十余年努力,使军用元器件可靠性提高了两个数量级,保证了运载火箭、通信卫星的连续发射成功和海底通信电缆的长期正常运行。1982 年,国家计划委员会、原电子工业部及广播电视总局陆续召开了有关提高电视机质量的工作会议,对电视机等产品明确提出了可靠性指标和安全性要求,组织全国整机及元器件生产厂家开展了大规模的、以可靠性为重点的全面质量管理。在 10 年的时间里,使电视机平均故障间隔时间提高了一个数量级,配套元器件使用可靠性也提高了一至二个数量级。

20 世纪 80 年代,可靠性研究继续朝广度和深度发展,中心内容是实现可靠性保证。1983 年,美国军方提出在 1990 年实现“可靠性加倍,维修时间减半”的新目标,并付诸实施。同期,我国在电子行业积极开展可靠性质量管理的普及工作。组织编写可靠性普及教材,在原电子工业部内普遍开展可靠性教育,形成了一批研究可靠性的骨干队伍。1985 年组建了全国统一的电子产品可靠性信息交换网,并颁布了《国防科技工业电子产品可靠性预计手册》,有力地推动了我国电子产品可靠性工作。同时还组织制定了一系列有关可靠性的国家标准、国家军用标准和专业标准,使可靠性管理工作纳入标准化轨道。

20 世纪 80 年代初,原机械电子工业部提出了“以科技为先导,以质量为主线”的思路,沿着管起来,原控制好,原上水平的发展模式开展可靠性工作,兴起了我国第二次可靠性工作的高潮,取得了较大的成绩。

1991 年海湾战争的“沙漠风暴”行动和科索沃战争表明,未来战争是高技术的较量。现代化技术装备中采用了大量的高新技术,极大地提高了系统的复杂性,为了保证装备的完好性、任务的成功性以及减少维修人员和费用,可靠性研究范围将大大扩展,也需要更加严密的可靠性管理体系。

综上所述,可靠性工程的诞生、发展是社会的需要,与科学技术的发展,尤其与电子技术的发展是分不开的。虽然工程可靠性起源于军事领域,但从它的推广应用到给企业与社会带来的巨大经济效益的事实中,人们更加认识到提高产品可靠性的重

要性。世界各国纷纷投入大量人力、物力进行研究,并在更广泛的领域里推广应用。

## 可靠性内容

在可靠性理论发展过程中,逐渐形成了三个主要分支:

① 可靠性工程或工程可靠性。它包括系统可靠性分析、设计、评价和使用,贯穿于从产品设计直到产品退役的整个寿命周期。其主要内容是,运用系统工程的观点和方法论从设计、生产和使用等角度来研究产品的可靠性,并对产品可靠性进行控制,是一门综合性的工程学科。

② 可靠性物理学或故障物理学。它是新发展起来的元器件失效分析技术,着重于从微观角度出发,研究元器件的失效发展过程和失效机理,以采取纠正措施,提高可靠性。

③ 可靠性数学。可靠性数学是可靠性研究的重要基础理论之一,主要研究解决可靠性问题的数学方法和数学模型以及可靠性的定量规律。它属于应用数学的范畴,涉及概率论、随机过程、运筹学、拓扑学等数学分支。

可靠性活动存在于产品的整个寿命期内,大体分为以下几个阶段。

① 可靠性设计阶段。其主要工作是根据用户需要,定出对产品的可靠性要求。制定可靠性要求时要考虑到现有产品的可靠性状态、现有技术水平、产品费用、功能、使用环境等各种因素。

可靠性设计的主要内容应包括:实现可靠性指标的方法、途径与组织措施。要制定出实施计划、质量控制计划、可靠性验证试验规划、人员培训计划及可靠性数据管理计划等,并要有检查计划实施情况的手段。

② 工程开发阶段。主要任务是在基础研究和探索新技术应用的基础上形成各种可供选择的方案。提出有效措施,设计和建造样机并对样机进行严格的试验与鉴定。估计出生产和使用的费用,为生产和使用提供所需的全部资料。

③ 批生产阶段。在生产过程中进行可靠性控制,以保证产品的可靠性和维修性达到设计要求。

④ 使用阶段。产品的使用阶段应包括产品的贮存、运输、定期检查、使用前的准备工作、按规定用途使用和维修等所有活动。此阶段的基本任务就是保持产品的可靠性,提高产品的维修性和有效性。

应该指出的是,产品的可靠性是设计出来、生产出来、管理出来的。在产品整个寿命期内可靠性工程的活动有两个并行的过程:一是工程技术过程,主要是在设计、制造时,使产品具有规定的固有可靠性;二是可靠性管理。在产品的使用周期内,设法维持产品的固有可靠性,提高产品的维修性和有效性。

总之,可靠性活动贯穿于产品的全寿命过程中,设计、生产、管理三者不可偏废。

## 第 四 章 摇 可 靠 性 特 征 量

为了对产品可靠性做出定量描述和分析,本章将阐述表征可靠性数量特征的各种可靠性特征量。

所谓可靠性特征量,是用来描述产品总体可靠性高低的各种可靠性数量指标的总称,其理论值,即期望值是惟一的。在针对具体对象进行具体估算时,其观测值与产品数据和数据的处理方法等有关。

这些特征量具有如下特点:

- ① 能用数值简单而明确地表达和判定产品的可靠性、维修性和有效性。
- ② 能用数学方法表达特征量之间的关系,方便地获取所需要的结果。
- ③ 能够揭示影响产品可靠性的各种因素和描述它们的影响程度。
- ④ 能充分利用产品的各种数据。

不同特征量的用途各有所不同,在不同的情况下,产品的可靠性可以用不同的特征量来表示。

在讨论可靠性特征量以前先讨论几个经常用到的术语——可修系统、不可修系统、产品失效和产品寿命。

系统可分为可修系统与不可修系统两大类。所谓不可修系统,是指系统或其组成单元一旦发生失效,不再修复,系统处于报废状态,这样的系统称为不可修系统。不可修是指技术上不能够修复,经济上不值得修复,或者一次性使用,没有必要进行修复。可修系统是指系统的组成单元发生故障后,经过维修能够使系统恢复到正常工作状态。维修的含义是广泛的,可以是更换,也可以是修理等等。

产品丧失规定的功能,对不可修复产品一般称为失效。对可修产品一般称为故障。在英语中故障和失效都用一个词“failure”表示,习惯上,对二者没有严格的区分,一些文献在讨论不可修产品可靠性时,也常常使用故障、故障率等概念。

产品在规定条件下,规定时间内不能完成规定的功能,则称为该产品失效。根据该定义,一个产品是否处于失效状态,与其各项规定功能有关,例如一个产品在某一个标准下是处于失效状态,在另一个较低的标准下很可能就处于正常工作状态。

产品在工作中常常由于偶然因素而发生失效,对一件产品而言,在哪一时刻失效,是无法事先预知的,因此失效是一个随机事件。但是大量随机事件中包含着一定的规律,偶然事件中包含着必然性。虽不能确知某一个产品发生失效的时刻,但

是可以估计产品在某一时刻发生失效的概率。

对于一个产品而言,只能是处于工作状态或处于失效状态,二者必居其一,两者为互逆事件。如果用  $\bar{A}$  表示产品处于工作状态,用  $A$  表示产品处于失效状态,则该产品的两种状态关系可以表示为

$$\begin{cases} \bar{A} \cdot A = \bar{0} \\ A \cdot \bar{A} = \bar{0} \end{cases} \quad (\text{逻辑})$$

第一个关系式描述了产品不可能同时既是工作状态又是失效状态的逻辑关系;第二个关系式则表示了产品处于工作状态或处于失效状态,二者必居其一的逻辑关系。

假设产品发生失效的概率为  $P(A)$ ,则不发生失效的概率为  $P(\bar{A})$ ,即

$$P(\bar{A}) = 1 - P(A) \quad (\text{逻辑})$$

在前面讨论中我们知道,产品有两类,一类是不可修产品,一类是可修产品,对两类不同的产品,寿命有不同的定义:对不可修产品是指发生失效前的工作时间;对可修产品是指相邻两次故障之间的工作时间,这时也称故障间隔工作时间。

任何产品,即使是同类产品也都有各自不同的寿命,它们寿命的长短只有经过一定的试验或者使用以后方可知道,所以寿命是一个随机变量,一般用时间  $T$  来表示。

## 可靠性可依靠程度

### 可靠性定义

按照国家标准规定,对于不可修系统,可靠性的基本定义是:产品在在规定的条件下和规定时间内,完成规定功能的能力。

“产品”是指作为单独研究和实验的对象,它可以是某一个系统、设备、元件等等。在选定“产品”时应该明确其含义,划清“产品”与外界其它设备的界线等。

“规定条件”是指产品的工作条件、环境条件等。如发动机工作时的振动应力条件、电子设备工作时的电应力条件等;产品外部的的气候条件、力学条件等就是环境条件。产品的工作条件、环境条件不同,其可靠性也不相同。

“规定时间”是指产品执行任务的时间。任务时间长短随产品对象不同和使用任务不同而各异,例如火箭的飞行要求在几分钟到几十分钟内可靠,而卫星则要求在几年到十几年内可靠。一般来说,产品工作时间越长,其可靠性越低。

“规定功能”是指产品的用途,也就是产品规定的、必须具备的功能及其技术指标。产品规定功能的多少和技术指标的高低,直接影响到产品可靠性指标的高低。同一产品如果规定的功能不同或技术指标不同,其可靠性指标会有很大区别。因此,

远

在分析评价产品的可靠性时,必须要明确产品的功能和技术指标,并进而制定出判断产品失效的量化指标,即失效判据,这种判据既包括结构失效,也包括性能失效。

“能力”的强弱是指产品完成其规定功能的可能性大小,但是衡量可能性大小仅靠定性描述是不够的,还必须有定量描述,通常用“概率”来度量这种可能性,因此产品可靠性基本定义也可表述为:产品在规定条件下和规定时间内,完成规定任务的概率。例如,怎样理解“某产品可靠性为 0.95”?可以这样理解,对大量的该产品,经过多次抽检,平均而言“抽检 100 件产品,有 95 件合格品”。

以上是对可靠性的定性描述,为了使可靠性的定义有一个明确的定量量度,需要给出其定量描述。

产品在规定的条件下和规定的时间区间内,完成规定功能的概率称为可靠度,记为  $R(t)$ ,根据可靠度和寿命的定义,有下式

$$R(t) = P\{T > t\} \quad (1)$$

其中  $T$  是产品的寿命,它是一个随机变量。上式表示了产品的寿命大于某一规定工作时间  $t$  的概率。

### 可靠度性质

由可靠度的定义,  $R(t)$  具有下面三条性质:

(1)  $R(t)$  为时间的递减函数。

(2)  $0 \leq R(t) \leq 1$

(3)  $R(0) = 1, R(\infty) = 0$

在实际使用中,有时需要确定某一使用时期的可靠度,在这一使用期间之前,产品已工作了一段时间。例如,设一产品已经工作了时间  $t_1$ ,考察其在继续工作期中  $t_2$  时刻的可靠度。根据条件概率公式得

$$R(t_1+t_2) = \frac{P\{T > t_1+t_2\}}{P\{T > t_1\}} = \frac{P\{T > t_1+t_2 | T > t_1\}}{1} = R(t_2 | T > t_1)$$

即

$$R(t_1+t_2) = R(t_2 | T > t_1) \quad (2)$$

式(2)的含义是,产品已正常工作了时间  $t_1$  以后再继续工作  $t_2$  时间的可靠度等于产品在  $t_1+t_2$  时刻的可靠度与产品在  $t_1$  时刻的可靠度之比。

定量研究可靠性,要充分认识到可靠性具有的时间性、统计性和综合性的特点。首先,要认识到可靠性所具有的时间特性。产品的可靠性与时间有密切关系,

使用时间越长,就越不可靠。所以,在评价一种产品的可靠性时,必须指明是产品在某一时刻的可靠性,离开了时间谈可靠性是无意义的。其次,要认识到可靠性所具有的统计特性,树立起概率统计的观点,可靠性指标是根据批量产品的整体参数计算获得的,是针对批量产品而言的,将可靠性指标应用到某一设备上是不恰当的。最后,要认识到可靠性具有综合性的特点。产品的可靠性不是从一个侧面来衡量产品的优劣的,而是从整体上看产品能否完成预期的功能,因此,产品可靠性受多种因素的影响。

## 图 10-1 失效特征量

可靠性问题总是与产品失效相关,因此有必要对产品失效及其特征量做一些讨论。描述产品失效的特征量主要有寿命分布函数、密度函数和失效率等。

### 图 10-2 寿命分布函数

产品丧失规定的功能称为失效。产品从开始工作到失效前的一段时间,称为产品寿命。由于产品发生失效的时间是随机的,所以寿命  $T$  是一个随机变量。设寿命  $T$  的分布函数为  $F(t)$ , 则有

$$F(t) = P\{T \leq t\} \quad (10-1)$$

它表示在规定条件下,产品的寿命  $T$  不超过某一个规定时间  $t$  的概率,或者说,产品在时刻  $t$  前发生失效的概率。在可靠性中,寿命  $T$  的分布函数  $F(t)$  常称为寿命分布函数。确定一种产品的寿命分布函数是一件非常重要和非常基础的工作,因为以后的统计推断很多是要在这个基础上进行的。

对一批产品而言,在产品开始使用或试验时,即  $t=0$  时,我们认为产品均是好的。因此,  $F(0) = 0$ 。随着工作时间的增加,产品发生失效的可能性会越来越大。随着  $t$  的增长,将有更多的产品在  $t$  内失效,即  $F(t)$  的值随  $t$  的增加而增大,是一个增函数。当充分大时,所有产品总会全部坏的,因此有  $\lim_{t \rightarrow \infty} F(t) = 1$ 。

$F(t)$  随  $t$  变化的关系如图 10-2 所示。

设有一批相同产品,总量为  $N$ ,从  $t=0$  时刻开始同时工作。考察在某一时刻  $t$  的寿命分布。

将  $N$  分为  $n$  等份,则每一等份为  $\Delta N = N/n$ 。设在第  $i$  个时间段  $(i-1)\Delta t \sim i\Delta t$  内产品失效数目记为  $X_i$ , 则

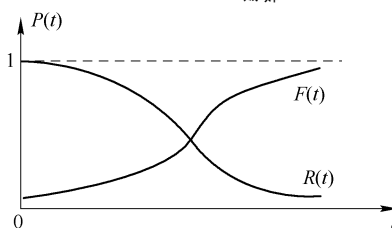


图 10-2  $F(t)$  随  $t$  变化的关系

愿

截止到时刻  $t$  产品总的失效数目为  $N(t)$ ，显然  $N(t)$  与时间有关，可写成  $N(t)$  (式 10.1)

按照式(10.1) 寿命分布函数可用下式计算

$$F(t) = \frac{N(t)}{N_0} = \frac{\sum_{i=1}^n n_i}{N_0} \quad (10.2)$$

该式表示某一时刻的寿命分布函数的函数值，可近似利用到时刻  $t$  失效产品的数目与投入工作的产品总数的比值来表示。它表示  $[t, t+\Delta t)$  区间内出现失效的频率。

其严格形式如下

$$F(t) = \lim_{N_0 \rightarrow \infty} \frac{\sum_{i=1}^n n_i}{N_0} \quad (10.3)$$

式(10.3)表明，当参与工作的产品数目充分大 ( $N_0 \rightarrow \infty$ )，时间间隔取得充分小 ( $\Delta t \rightarrow 0$ ) 时，式(10.3)的计算将趋于精确，并等于该产品工作到时刻  $t$  的寿命分布函数。

### 10.3 失效密度函数

寿命分布函数  $F(t)$  表达了产品失效的累积效应。它不能明确反映产品在某一时刻的失效性能。为了表征寿命分布函数随时间的变化，引入失效的另一特征量——失效密度函数  $f(t)$ ，其定义表达式为

$$f(t) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta N(t)}{\Delta t} \quad (10.4)$$

其含义是，一个从  $t$  开始工作的产品在时刻  $t$  处的单位时间内失效的概率。由式(10.3)和式(10.4)可得出  $f(t)$  与  $F(t)$  的关系为

$$\begin{aligned} f(t) &= \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \left( \frac{\Delta N(t)}{\Delta t} \right) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \left( \frac{\Delta F(t)}{\Delta t} \right) \\ &= \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta F(t)}{\Delta t} = \frac{dF(t)}{dt} \end{aligned} \quad (10.5)$$

即  $f(t)$  是产品寿命  $t$  的概率密度函数，简称为密度函数。

失效密度函数有如下性质：

$$\int_0^{\infty} f(t) dt = 1 \quad (10.6)$$

$$F(t) = \int_0^t f(t) dt \quad (10.7)$$

### 圆园园摇失效率

用失效密度 枣贼来量度产品的可靠性,可以了解寿命分布随时间变化的情况,通过 枣贼还可求出 云贼。但由定义式(圆园园)可知,到了使用或试验的后期,正常工作的产品数目越来越少,在同样一段时间 Δ贼内失效数 灶也越少,最后失效密度将趋近于 园。显然,这不能说明产品具有的如下可靠性特性:对一件产品而言,随工作时间的增加,其可靠性是逐渐降低的,即该产品发生失效的概率是逐渐增加的。为了准确描述产品的这种可靠性特性,引入了失效率的概念。

定义摇一个工作到时刻 贼尚未失效的产品,在 贼时刻以后的下一个单位时间内发生失效的概率,叫瞬时失效率。简称失效率,有时也称之为失效强度。它是时间 贼的函数,记作 λ(贼)。失效率的观测值为在 贼时刻以后的下一个单位时间内发生失效的产品数目与工作到该时刻尚未失效的产品数目之比。

设有 晕个相同产品,从 贼园开始工作,截止到时刻 贼发生失效的产品数为 晕(贼),残存的能够工作的产品数目为 晕(贼)越晕园原晕(贼);若在(贼园,贼)内发生失效的产品数目记为 Δ晕(贼)越晕(贼园)原晕(贼),则 Δ晕(贼)越晕(贼)表示在单位时间内发生失效的概率。 $\frac{\Delta \text{晕}(\text{贼})}{\text{晕}(\text{贼})}$ 则表示一个工作到时刻 贼依然没有失效的产品在单位时间内发生失效的概率。根据定义,在时刻 贼的失效率可表示为

$$\lambda(\text{贼}) = \frac{\Delta \text{晕}(\text{贼})}{\text{晕}(\text{贼})} = \frac{\text{晕}(\text{贼}) - \text{晕}(\text{贼} + \Delta \text{贼})}{\text{晕}(\text{贼}) \Delta \text{贼}}$$

即

$$\lambda(\text{贼}) = \frac{\text{晕}(\text{贼}) - \text{晕}(\text{贼} + \Delta \text{贼})}{\text{晕}(\text{贼}) \Delta \text{贼}} \quad (\text{圆园员})$$

失效率所反映的是某一时刻 贼尚未失效的(一个)产品,在其随后一个单位时间内发生失效的概率。因此,它更直观地反映了产品每个时刻的失效情况。而失效密度反映的是(一个)产品在时刻 贼后随后一个单位时间内发生失效的概率,它主要反映的是产品在所有可能工作范围内的失效情况。

失效率是衡量产品可靠性的主要标志之一。失效率越低,产品的可靠性越高。

### 圆园圆摇可靠性特征量之间的关系

圆园圆(贼与 云贼、枣贼的关系

由式(圆园员)、式(圆园圆)得

$$\lambda(\text{贼}) = \frac{\text{晕}(\text{贼}) - \text{晕}(\text{贼} + \Delta \text{贼})}{\text{晕}(\text{贼}) \Delta \text{贼}}$$

园

$$\frac{\frac{\lambda(\text{贼})}{\text{原}(\text{贼})} \frac{\text{员}(\text{贼})}{\text{原}(\text{贼})}}{\frac{\text{员}(\text{贼})}{\text{原}(\text{贼})} \frac{\text{枣}(\text{贼})}{\text{原}(\text{贼})}}$$

引入  $\frac{\text{枣}(\text{贼})}{\text{原}(\text{贼})}$  得

$$\lambda(\text{贼}) \frac{\text{枣}(\text{贼})}{\text{原}(\text{贼})} \frac{\text{员}(\text{贼})}{\text{原}(\text{贼})} = \lambda(\text{贼}) \frac{\text{枣}(\text{贼})}{\text{原}(\text{贼})} \frac{\text{员}(\text{贼})}{\text{原}(\text{贼})} \quad (1)$$

两边积分后整理得

$$\int \frac{\text{枣}(\text{贼})}{\text{原}(\text{贼})} \frac{\text{员}(\text{贼})}{\text{原}(\text{贼})} d\text{贼} = \int \lambda(\text{贼}) \frac{\text{枣}(\text{贼})}{\text{原}(\text{贼})} \frac{\text{员}(\text{贼})}{\text{原}(\text{贼})} d\text{贼} \quad (2)$$

$$\Rightarrow \frac{\text{枣}(\text{贼})}{\text{原}(\text{贼})} \frac{\text{员}(\text{贼})}{\text{原}(\text{贼})} = \lambda(\text{贼}) \frac{\text{枣}(\text{贼})}{\text{原}(\text{贼})} \frac{\text{员}(\text{贼})}{\text{原}(\text{贼})} \quad (3)$$

式(1)~式(3)表明了  $\lambda(\text{贼})$  与  $\frac{\text{枣}(\text{贼})}{\text{原}(\text{贼})}$ 、 $\frac{\text{员}(\text{贼})}{\text{原}(\text{贼})}$  三个特征量之间的关系,只要知道其中一个,其余两个也可以通过相应的关系式求出。

可靠度与寿命分布函数

对比寿命分布函数的定义和可靠度的定义,有

$$\frac{\text{员}(\text{贼})}{\text{原}(\text{贼})} = \frac{\text{枣}(\text{贼})}{\text{原}(\text{贼})} \quad (4)$$

可见,求出  $\frac{\text{枣}(\text{贼})}{\text{原}(\text{贼})}$  后即可得到  $\frac{\text{员}(\text{贼})}{\text{原}(\text{贼})}$ 。

可靠度与  $\lambda(\text{贼})$  的关系

利用式(4),以及式(1)~式(3)得

$$\frac{\text{员}(\text{贼})}{\text{原}(\text{贼})} = \frac{\text{枣}(\text{贼})}{\text{原}(\text{贼})} \frac{\text{员}(\text{贼})}{\text{原}(\text{贼})} = \lambda(\text{贼}) \frac{\text{枣}(\text{贼})}{\text{原}(\text{贼})} \frac{\text{员}(\text{贼})}{\text{原}(\text{贼})} \quad (5)$$

$$\frac{\text{枣}(\text{贼})}{\text{原}(\text{贼})} = \frac{\text{员}(\text{贼})}{\text{原}(\text{贼})} \quad (6)$$

$$\lambda(\text{贼}) \frac{\text{枣}(\text{贼})}{\text{原}(\text{贼})} \frac{\text{员}(\text{贼})}{\text{原}(\text{贼})} = \frac{\text{枣}(\text{贼})}{\text{原}(\text{贼})} \frac{\text{员}(\text{贼})}{\text{原}(\text{贼})} \quad (7)$$

$$\frac{\text{枣}(\text{贼})}{\text{原}(\text{贼})} = \frac{\text{员}(\text{贼})}{\text{原}(\text{贼})} \quad (8)$$

上述诸式表明,已知可靠度函数  $\frac{\text{员}(\text{贼})}{\text{原}(\text{贼})}$ ,即可求出失效率函数  $\lambda(\text{贼})$ ;反之亦然。

例 某种元件的失效率  $\lambda(\text{贼})$  与时间无关,试求:① 发生失效的产品数目与时间的关系;② 失效密度函数;③ 寿命分布函数。

解:

① 投入使用的元件总数为记  $N$ ,在  $t$  时刻以前失效产品的总数目记为  $M(t)$ ,在  $t$  时刻残存数(即依然正常工作的产品数目)记为  $N - M(t)$ ,由定义式得

$$\lambda(\text{贼}) = \frac{dM(\text{贼})}{d\text{贼}} = \frac{d(N - M(\text{贼}))}{d\text{贼}} = -\frac{d(N - M(\text{贼}))}{d\text{贼}} = -\frac{dN(\text{贼})}{d\text{贼}}$$

即 
$$\lambda(t) = \frac{f(t)}{R(t)}$$

当  $\lambda(t)$  为常数时,对上式积分得

$$R(t) = R(0)e^{-\lambda t}$$

利用  $t=0$  时,  $R(0) = 1$  的初始条件,得  $R(t) = e^{-\lambda t}$

代入上式有

$$f(t) = \lambda e^{-\lambda t}$$

整理上式即得失效产品总数目  $N(t)$  与  $t$  的关系

$$N(t) = 1 - e^{-\lambda t}$$

② 求失效密度  $f(t)$

$$f(t) = \frac{dN(t)}{dt} = \lambda e^{-\lambda t}$$

③ 求寿命分布函数

$$F(t) = \int_0^t \lambda e^{-\lambda x} dx = 1 - e^{-\lambda t}$$

例 某器件的失效率为  $\lambda$ , 试求该器件开始工作后和开始工作  $t$  时的可靠度。

解: 失效率为常数时的可靠度服从指数分布, 故开始工作的可靠度为

$$R(0) = e^{-\lambda \cdot 0} = 1$$

开始工作  $t$  时的可靠度为

$$R(t) = e^{-\lambda t}$$

## 可靠性寿命特征

如前所述,“寿命”是指产品能够正常履行规定功能的时间长度。其基本含义如同人的寿命类似,当产品不能工作了就称其为失效了。产品在工作过程中出现失效的时刻是随机的,因而产品寿命是一个随机变量。

寿命在不同的场合又分为平均寿命、可靠寿命、中位寿命和特征寿命等。

### 平均寿命

在寿命特征量中最常用的是平均寿命。对不可修产品和可修产品,平均寿命的含义是不同的。

对不可修产品,寿命是指它失效前的工作时间。因此,平均寿命是指一批同类

产品从开始使用直到失效前的工作时间的平均值,也称为平均故障前时间,有些文献也称为首次故障前平均时间,常用  $\bar{t}$  表示。而对可修产品而言,则是指产品两次相邻故障之间的工作时间平均值,即平均故障间隔时间,而不是指整个产品报废的时间。平均故障间隔时间常用  $\bar{t}_i$  表示,有的文献也称为平均无故障工作时间。

一言之,平均寿命是产品故障前工作时间(故障间隔时间)的平均值。其数学含义是,如果寿命  $t$  这一随机变量服从寿命分布  $f(t)$  或密度分布  $f(t)$ ,那么,寿命  $t$  的数学期望  $E(t)$  称为平均寿命。

对一批产品,平均寿命可用产品失效前总工作时间与产品总数之比来近似

$$\bar{t} \approx \frac{\sum_{i=1}^{n_0} t_i}{n_0} \quad (100)$$

式中  $t_i$ ——第  $i$  个产品的失效前工作时间;

$n_0$ ——投入使用或试验的产品总数。

从式(100)可以看出,为了确定平均失效前时间,必须知道所有产品的失效时间。 $n_0$  越大,则式(100)的计算就越准确。

需要说明的是,上述计算  $\bar{t}$  的公式适合于完全数据,即获得了所有试验产品的失效数据。如果一批产品做试验,截止到某一时刻结束,这时只有部分产品失效了,其它产品还没有失效,这种试验数据称为定时结尾数据。这种数据不能直接采用式(100)计算,合适的计算方法将在第 10 章中讲述。

设产品寿命  $t$  的密度函数  $f(t)$ ,则平均寿命可写为

$$\bar{t} = \int_0^{\infty} t f(t) dt$$

引用  $f(t) = \frac{dF(t)}{dt}$ , 上式变化为

$$\begin{aligned} \bar{t} &= \int_0^{\infty} t \frac{dF(t)}{dt} dt \\ &= \int_0^{\infty} t dF(t) \\ &= \int_0^{\infty} t f(t) dt \end{aligned}$$

引用时间条件:当  $t \rightarrow 0$  时,  $F(t) \rightarrow 0$  和当  $t \rightarrow \infty$  时,  $F(t) \rightarrow 1$ ,且  $f(t) \rightarrow 0$  上式可化为

$$\bar{t} = \int_0^{\infty} t f(t) dt \quad (101)$$

当产品的可靠度函数服从指数分布,即  $f(t) = \lambda e^{-\lambda t}$  时,由式(101)得

