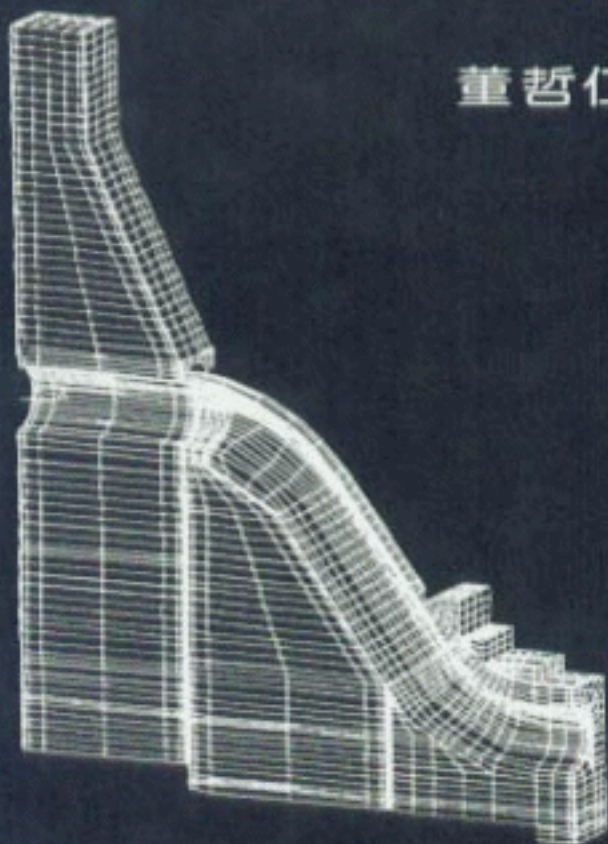


钢筋混凝土 非线性有限元法原理 与应用

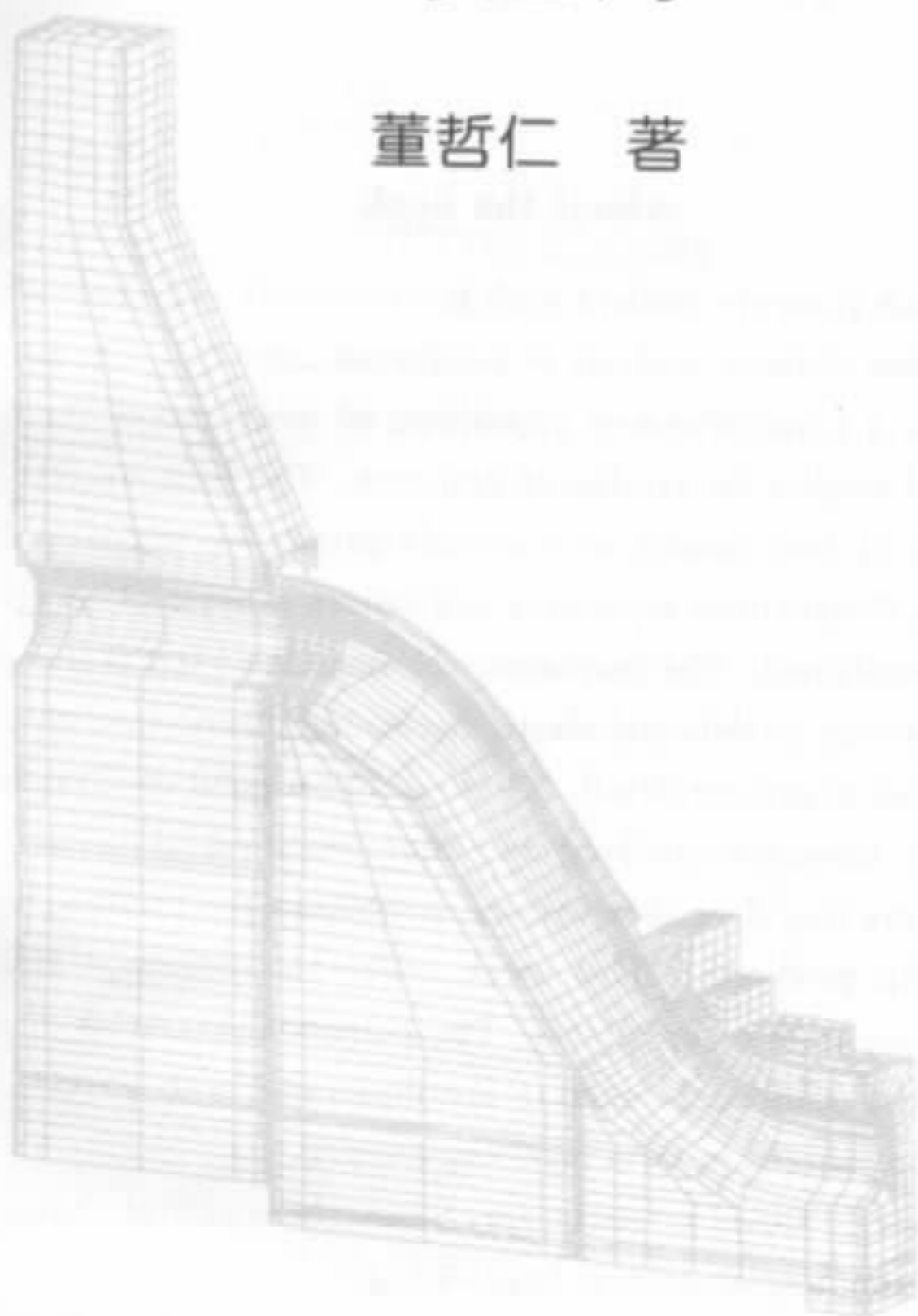
董哲仁 著



中国水利水电出版社
www.waterpub.com.cn

钢筋混凝土 非线性有限元法原理 与应用

董哲仁 著



中国水利水电出版社
www.waterpub.com.cn

内 容 简 介

本书系统地阐述了钢筋混凝土非线性有限元分析的基本原理及其工程应用,介绍了在该领域内国际上最新的研究进展。书中阐述了混凝土的本构关系和破坏理论,混凝土弹性—脆性开裂模型和混凝土弹塑性模型,详细论述了混凝土裂缝模型、钢筋和粘结模型以及混凝土徐变数值分析方法。书中还介绍了非线性有限元法在各类钢筋混凝土结构工程分析中的大量应用实例。

本书可供土建、水电、铁道、交通、能源等部门结构设计和科研人员使用,也可供高等院校师生参考。

About the book

This book presents readers with fundamentals and applications of nonlinear finite element analysis of reinforced concrete. The presentation provides a comprehensive exposition of most recent theory and mathematical models for reinforced concrete. The basic aspects of the subject such as test results of materials properties under multiaxial stress state, Constitutive equations and failure criteria of concrete are thoroughly explained. The mathematical modeling such as linear-elastic brittle-fracture models and elastic-hardening plastic-fracture models are formulated in greater detail. There is also a good discussion of reinforcement, Concrete cracking and representation of bond in reinforced concrete that describes various techniques for handling fracture and bond slip problems. This work addresses numerical structural analysis for concrete creep effects. The numerical examples of nonlinear analysis of reinforced concrete are illustrated with particular emphasis on applications in structural engineering.

The book is aimed at engineers, researchers and professionals in civil engineering and structural engineering .

**NONLINEAR FINITE ELEMENT METHOD
OF REINFORCED CONCRETE :
THEORY AND APPLICATION**



Dong Zheren

China Water Power Press

再版说明

非线性有限元分析是钢筋混凝土结构分析方法的重大进步。其意义在于，人们可以用计算机模拟钢筋混凝土结构从开始加载到结构破坏的全过程，可以模拟结构物混凝土材料的弹性、塑性、开裂等特性；可以模拟钢筋的应力、应变以及钢筋与混凝土之间的交互作用。总之，通过计算人们对于钢筋混凝土结构的性状有了更为全面和深入的掌握。在非线性有限元问世之前，这些性状数据只能依靠构件试验方法获得，而这种构件试验既耗时又耗资。对于大型结构而言，从经济技术两方面看，进行原型结构试验几乎都是不可能的。如果采用“仿真材料”即采用钢筋混凝土材料进行大型结构模型试验，按照相似理论也不可能完全相似，只能作变态模型试验。由于有了非线性有限元分析方法，利用计算机可以进行各种几何尺度的结构分析，进行各种工况、各种工程方案的计算。正因为非线性有限元具有十分显著的应用性，近十几年来，它已经不再仅仅是学者们的研究成果，而日益广泛地成为进行大型钢筋混凝土结构分析的有力工具。

本书出版于1993年。当时在国际范围内，钢筋混凝土非线性理论研究正是各国学者关注的热点课题，理论日趋成熟。这本书系统地阐述了非线性分析的理论框架，介绍了国际研究前沿的成果，同时给出了包括我国在内的各国应用实例。由于本书取材新颖，理论严谨，创新性强，反映了该领域的现代水平，因而受到科研设计人员的欢迎，也被一些高等院校列为研究生的教学参考书。出版至今9年间，电子计算机速度及容量有了令人惊异的发展，这为非线性有限元的应用创造了极为良好的外部条件。因此，这些年非线性有限元的研究开发重点，除在理论框架、本构关系

等方面继续发展以外，更多的是在应用领域，即向不同类型的大型、特殊的工程结构分析应用上发展、渗透。我国在非线性理论研究与应用方面与发达国家相比毫不逊色，特别是在应用方面更为突出，三峡工程的应用就是一个重要标志。本书再版中，补充介绍了最新的理论进展，又重点增加了新的工程应用成果，特别是水电工程的应用成果。书中增加的内容既介绍了当前国际上的理论前沿，也包含了作者的研究成果；既保留了理论的完整性，又突出了工程应用的特点。是一本既有理论价值又有应用价值的专著。

特别需要指出的是，著名土木工程和水力发电工程专家，中国工程院副院长，中国科学院和中国工程院院士潘家铮先生对本书的撰写给予了许多指导和鼓励，他为本书第一版撰写了序言。著名工程结构专家、中国工程院院士朱伯芳先生审阅了本书第一版全文。中国水利水电出版社编辑室主任王照瑜先生为本书的再版编辑付出了辛勤劳动。在此一并表示真挚的谢意。

由于本书涉及一个全新的技术领域，限于作者的水平，书中错误、缺点在所难免，热情期待着读者的批评和指正。

作者

2002年8月4日 于北京木樨地

第一版序

钢筋混凝土结构分析和强度计算，传统的方法是采用建立在大量试验研究基础上的简化计算公式。对于常规设计来说，这种简便方法至今仍不失其实用价值，但毕竟只是近似和简化的作法。一些复杂因素，诸如混凝土的弹塑性性质、混凝土开裂及钢筋与混凝土的交互作用等在近似分析中只能被忽略或简化，对于一些近代大型复杂的钢筋混凝土结构，如核反应堆压力壳、海上采油平台、水电站钢衬钢筋混凝土压力管道、火电厂冷却塔和大型桥梁等，却都需要进行更为精确的分析。

近 20 年来，随着电子计算机技术的飞速发展，有限单元法在结构分析领域中得到广泛的应用。钢筋混凝土结构的有限元分析也就成为建筑结构分析研究中的重要方法。需要指出的是，钢筋混凝土结构的有限元分析是个非常复杂的课题，甚至可以说是对于计算结构力学的一个挑战。这是因为它既具有有限元方法的一般特点，又具有其特殊性。这种特殊性主要来源于混凝土材料的复杂特性。在建立有限元数学模型时，必然涉及混凝土多维本构关系、混凝土破坏准则及开裂特性、混凝土徐变、钢筋与混凝土的粘结滑移等一系列复杂问题。正因为如此，钢筋混凝土结构的分析必须进行非线性有限元计算，才能取得较为符合实际的结果，而这显然是结构分析研究中的一个尖端课题。

有关钢筋混凝土非线性有限元分析的专著，国内外并不多见，因此，我很高兴向读者们推荐董哲仁教授级高级工程师这部新著。

此为试读，需要完整PDF请访问：www.ertong.com

哲仁同志是水利水电科学研究院结构材料研究所所长，长期从事工程结构分析研究工作，特别在水工钢筋混凝土结构研究方面做出过很多贡献。他的这部著作系统地阐述了钢筋混凝土非线性有限元分析的原理和应用，从大量的材料试验研究入手，详细论述了数学模型的建立，进而介绍在工程结构分析中的实际应用。这本书理论严谨、内容丰富，基本上反映了该领域的当代水平，是一本既有学术价值又有应用价值的书。本书的出版无疑对这一学科的发展将产生积极的推动作用，故乐为之作序。

潘家铮

1992年5月24日于北京

前 言

随着电子计算机技术的飞速发展，结构分析的有限单元法已经成了结构工程师手中十分有力的工具。过去在钢筋混凝土结构分析中一些难于处理的问题，诸如混凝土的弹塑性、多轴应力状态下的材料特征、混凝土开裂、混凝土与钢筋的交互作用、骨料咬合、混凝土徐变等，用经典方法处理时，或是忽略这些特征，或是高度简化。而现在采用有限单元法，这些特征都可以不同程度地在数学模型中得到反映。正因为如此，非线性有限元法在钢筋混凝土结构分析中得到了广泛的应用，它不仅应用于普通建筑结构构件，如梁、板、剪力墙等，也应用于大型特殊复杂结构，如海上钻井平台、双曲冷却水塔、大跨度钢筋混凝土桥梁、水电站巨型钢衬钢筋混凝土压力管道以及核电站反应堆压力壳等。另外，采用有限元方法不但可以考虑更多的材料特性因素，而且可以系统地改变一些参数进行重复性计算，这种计算结果可以省去相当数量的构件试验工作，为设计规范的修订或制订提供可靠的依据。采用非线性有限元分析方法，可以减少物理模型个数，特别是可以减少耗资巨大的大比尺钢筋混凝土结构模型的数量，从而节省大量的人力和物资消耗，无疑这是一种十分经济的方法。

把有限单元法应用于钢筋混凝土结构，始于1967年，Ngo和Scordolis首先用有限元法对钢筋混凝土简支梁进行了分析。混凝土和钢筋都采用二维三角形单元，混凝土单元和钢筋单元之间采用联结单元来反映两者的粘结。Ngo等人采用的仍然是线弹性理

论，但是事先确定了开裂图样，开裂沿着各混凝土单元交界面发生，采用“双结点”方法定义可能的裂缝，其分析结果可提供包括混凝土、钢筋应力和粘结力等数据。他们用这种方法研究了梁的斜向张拉裂缝、箍筋作用、骨料咬合效应及支座处沿钢筋方向的水平劈裂。

Nilson 考虑了材料的非线性性质，粘结的非线性特征，并且应用了荷载增量技术来反映这些非线性关系。他采用的是矩形单元。在裂缝的处理方面，Nilson 的程序中一旦混凝土开裂，便中止求解，需重新定义开裂结构并再次输入新的几何布局信息，然后重新加载。其程序分析了若干钢筋混凝土构件，并与试验结果进行了对照。Franklin 于 1970 年发展的方法可以自动形成裂缝，裂缝形成以后应力重新分布，这样在整个加载过程中运算是可以连续进行的，也就是说运算过程将包括从初始荷载直到混凝土破坏。Franklin 使用的单元形态包括四边形单元，单轴杆单元，二维粘结单元及联结单元，计算的结构为具有剪力墙的钢筋混凝土刚架。其他研究者的工作，诸如 Sandhu、Wilson (1967) 等人进行的大坝二维分析中，考虑了混凝土的徐变特性。Zienkiewicz 等人的二维分析程序中考虑了混凝土的弹塑性性质并用初始应力法来表达。其后 Valliappan、Nath、Doolan 和 Colville 等人的工作是在上述基础上采用了不同的单元形态和不同的混凝土本构关系以及不同的混凝土破坏准则。

Scanlon 等人的工作是综合考虑了混凝土开裂、徐变和干缩等效应，用有限元法分析了钢筋混凝土板，他们发展了层状单元，裂缝的出现将是一层一层地出现的，并假定裂缝出现的方向是平行或垂直于正交配置的钢筋方向。Bell 和 Elms 用有限单元法分析了薄壳，为了能计算裂缝的开展，他们采取了减少单元抗弯刚度和膜刚度的方法，也就是根据不同的应力水平和特定荷载，确定刚度的减少量。Band 和 Pecknold 等采用层状单元模拟混凝土和钢筋并能模拟裂缝的延展，用以计算壳体。另外轴对称结构承受轴对称荷载，与平面问题是很相像的，也可以简化为二维问题。

在这方面, Bashid 和 Wahl 等人早在 1968 年首先用有限元方法分析了预应力混凝土反应堆压力壳结构, 按轴对称结构处理。在这种早期的研究中, 已经包括了开裂、温度、徐变和加荷历史等因素。在反应堆结构方面的分析一直十分活跃, 大量的论文收集在 1971 年、1973 年、1975 年和 1977 年第 1~4 次反应堆技术结构力学国际会议的论文集中。

钢筋混凝土结构非线性有限元分析中, 对于短期荷载问题, 需要模拟下述主要材料特性: ① 混凝土应力—应变之间的非线性本构关系; ② 多轴应变状态下材料破坏准则; ③ 混凝土开裂后的表现; ④ 混凝土与钢筋之间的交互作用。对于长期荷载, 还要考虑材料的时效问题, 主要是混凝土的徐变和收缩及温度特性。针对这些材料特性, 从 20 世纪 70 年代以来不少研究者从不同的角度考虑了钢筋混凝土的非线性特征, 在提出一些基本假设的基础上, 把固体力学中的大部分理论, 都试图应用到这种复合材料的非线性分析中, 建立了名目繁多的各式各样的数学模型, 其中有些模型对结构响应的预测结果, 与物理模型试验结果符合较好, 并应用于实际工程计算。其中主要的数学模型为以下几类: 非线性弹性模型, 它是用变模量的分段线弹性材料响应去模拟混凝土非线性变形响应。弹塑性模型, 它是建立在理想弹塑性理论上结合混凝土材料特点的一种数学模型, 稍后发展的应变硬化弹塑性模型比理想弹塑性模型更接近混凝土材料特征。内时模型(Endochronic Model)适合于三个加载方向上的荷载量值比例为非定常, 即所谓非比例加载情况。内时理论是一种特殊形式的粘塑性理论, 可以认为, 内时模型提供了一种较好的混凝土多轴应力—应变非线性本构关系。但是运行这种模型的程序所需机时花费较高, 需要输入的材料参数较多, 使工程应用受到限制, 这种模型尚待发展改进。

自 20 世纪 80 年代以来, 我国结构工程界在非线性有限元分析方面也取得了可喜的进展。这包括多轴受力混凝土本构关系的试验研究及数学模型研究; 非线性有限元数学模型的改进; 一些大型特殊结构如反应堆压力壳, 水电站压力管道及地下厂房以及

若干建筑构件的非线性分析等。

尽管有限元法分析钢筋混凝土结构取得了长足的进展，但是需要强调的是钢筋混凝土试验研究仍然是十分必要和重要的。这是因为：①材料试验研究是建立数学模型的基础；②材料试验资料是有限元分析必需的基本数据；③有限元计算程序需要仿真材料结构模型试验作为独立的检验手段。换言之，迄今为止，非线性有限元结构分析，还不能完全代替钢筋混凝土材料试验和仿真材料结构模型试验，两者是相辅相成，互为补充的。

本书系统地阐述了钢筋混凝土非线性有限元分析的原理及其应用，介绍了非线性有限元数学模型当前国际上的最新研究进展。本书的第一、二章介绍了材料本构关系试验研究及材料非线性有限元的基本知识。第三章至第八章则结合钢筋混凝土材料的特殊问题，阐述了混凝土的破坏准则、混凝土裂缝数学模型、钢筋模型、混凝土与钢筋的粘结模型、混凝土弹性—脆性开裂模型，混凝土弹塑性模型。对混凝土徐变数值分析方法，也进行了重点介绍和论述。在第九章中则介绍了非线性有限元分析方法在土建、交通、铁路、水电、核能、火电等部门实际应用的典型范例。本书的表述方式，是结合钢筋混凝土材料具体特点，从材料的各种物理力学实验特征入手，阐述建立数学模型的原则，进而通过必要的数学推演，给出相应的表达式，并介绍在结构分析中的实际应用。

最后需要特别指出，中国科学院学部委员、能源部总工程师潘家铮同志拨冗为本书作序。在编写过程中，得到了我国著名固体力学专家、水利水电科学研究院朱伯芳教授的热情支持和指导，他在百忙中审阅了本书的全部内容。水利水电科学研究院黄国兴高级工程师审阅了本书的第八章。另外，美国朋友，著名土木工程师 W. H. Rux 先生为作者提供了一批十分宝贵的技术文献资料。在此，一并致以诚挚的谢意。文中尚有错误不当之处，敬请读者指正。

作者 于水利水电科学研究院

1992年2月

符 号

应力和应变

e_{ij} ——偏应变张量

s_{ij} ——偏应力张量

s_1, s_2, s_3 ——主应力偏量

γ ——工程剪应变

$$\gamma_{oct} = 2 \sqrt{\frac{2}{3} J'_2} \text{—— 八面体工程剪应变}$$

ϵ_{ij} ——应变张量

$$\epsilon_{oct} = \frac{1}{3} I'_1 \text{—— 八面体正应变}$$

$\epsilon_v = I'_1$ ——体积应变

$\epsilon_1, \epsilon_2, \epsilon_3$ ——主应变

σ ——正应力

σ_{ij} ——应力张量

$\sigma_m = \sigma_{oct}$ ——平均正应力

$$\sigma_{oct} = \frac{1}{3} I_1 \text{—— 八面体正应力}$$

$\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$ ——主应力

τ ——剪应力

$$\tau_m = \sqrt{\frac{2}{5} J_2} \text{—— 平均剪应力}$$

$$\tau_{oct} = \sqrt{\frac{2}{3} J_2} \text{—— 八面体剪应力}$$

不变量

$I_1 = \bar{I}_1 = \sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3 = \sigma_{ii}$ ——第一应力张量不变量

$I'_1 = \bar{I}'_1 = \epsilon_1 + \epsilon_2 + \epsilon_3 = \epsilon_v$ ——第一应变张量不变量

$I_2 = \sigma_1\sigma_2 + \sigma_2\sigma_3 + \sigma_3\sigma_1$ ——第二应力张量不变量

$I_3 = |\sigma_{ij}| = \sigma_1\sigma_2\sigma_3$ ——第三应力张量不变量

$$\bar{I}_2 = \frac{1}{2}\sigma_{ij}\sigma_{ji} = \frac{1}{2}(\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2)$$

$$\bar{I}_3 = \frac{1}{3}\sigma_{ij}\sigma_{jk}\sigma_{ki} = \frac{1}{3}(\sigma_1^3 + \sigma_2^3 + \sigma_3^3) = \frac{1}{3}I_1^3 - I_1I_2 + I_3$$

J_2 ——第二应力偏量不变量

$$\begin{aligned} J_2 &= \frac{1}{2}S_{ij}S_{ij} \\ &= \frac{1}{6}[(\sigma_x - \sigma_y)^2 + (\sigma_y - \sigma_z)^2 + (\sigma_z - \sigma_x)^2] \\ &\quad + \tau_{xy}^2 + \tau_{yz}^2 + \tau_{zx}^2 \end{aligned}$$

J'_2 ——第二应变偏量不变量

$$\begin{aligned} J'_2 &= \frac{1}{2}e_{ij}e_{ij} \\ &= \frac{1}{6}[(\epsilon_x - \epsilon_y)^2 + (\epsilon_y - \epsilon_z)^2 + (\epsilon_z - \epsilon_x)^2] \\ &\quad + \epsilon_{xy}^2 + \epsilon_{yz}^2 + \epsilon_{zx}^2 \end{aligned}$$

J_3 ——第三应力偏量不变量

$$\begin{aligned} J_3 &= \frac{1}{3}S_{ij}S_{jk}S_{ki} \\ &= |s_{ij}| = \frac{1}{3}(s_1^3 + s_2^3 + s_3^3) = s_1s_2s_3 \end{aligned}$$

$$\cos 3\theta = \frac{3}{2} \frac{\sqrt{3}}{J_2^{3/2}} \frac{J_3}{J_2^{3/2}} \text{—— 角度, 见 2.2.3 节}$$

$$r = \sqrt{2J_2} \text{—— 长度, 见 2.2.3 节}$$

$\xi = \frac{1}{\sqrt{3}} I_1$ —— 静水压轴长度, 见 2.2.3 节

材料参数

E —— 杨氏模量

f'_{bc} —— 等双轴抗压强度 ($f'_{bc} > 0$)

f'_c —— 圆柱体单轴抗压强度 ($f'_c > 0$)

f'_t —— 单轴抗拉强度

$G = E/2(1 + \nu)$ —— 剪切模量

$K = E/3(1 - 2\nu)$ —— 体积模量

k —— Drucker-Prager 强度准则常数

α —— Drucker-Prager 强度准则常数

ν —— 泊松比

c —— 莫尔 — 库仑准则中粘聚力

φ —— 莫尔 — 库仑准则中摩擦角

其他

C_{ijkl} —— 材料刚度张量

$f(\cdot)$ —— 屈服函数

$W(\epsilon_{ij})$ —— 应变能张量

$x, y, z; x_1, x_2, x_3$ —— 笛卡尔坐标轴

δ_{ij} —— Kronecker delta, 记号, 见 2.1.2 节

$\{ \}$ —— 列矢量

$\{ \}^T$ —— 行矢量

$[\]$ —— 矩阵

$| \ |$ —— 行列式

目 录

再版说明

第一版序

前 言

绪 论	1
参考文献	16
第一章 混凝土及钢筋的本构关系试验	18
1.1 混凝土单轴受力的基本特征	19
1.2 混凝土双轴受力的基本特征	26
1.3 混凝土三轴受力的基本特征	33
1.4 钢筋材料的应力—应变关系	35
参考文献	39
第二章 材料非线性有限元的基本概念	41
2.1 矢量代数简介及张量概念	41
2.2 应力分析	49
2.3 应变分析	57
2.4 线性有限元法简介	60
2.5 材料非线性有限元的基本概念	63
2.6 钢筋混凝土非线性分析主要数学模型简介	70
2.7 非线性有限元方程的解法	76
参考文献	86
第三章 混凝土的破坏准则	89

3.1	混凝土破坏曲面的特点	90
3.2	古典强度理论	93
3.3	三参数破坏准则模型	111
3.4	四参数破坏准则模型	119
3.5	五参数破坏准则模型	126
	参考文献.....	133
第四章	混凝土裂缝数学模型.....	135
4.1	概述	135
4.2	混凝土裂缝数学模型	137
4.3	混凝土开裂时的应力释放	146
	参考文献.....	164
第五章	钢筋及粘结的数学模型.....	167
5.1	钢筋材料本构关系试验	167
5.2	钢筋的有限元模型	171
5.3	钢筋与混凝土之间粘结和滑移的试验研究	181
5.4	粘结滑移的有限元模型	195
	参考文献.....	202
第六章	混凝土弹性—脆性开裂模型.....	204
6.1	混凝土线弹性—脆性开裂模型	204
6.2	非线性弹性—开裂模型概说	214
6.3	应力—应变关系全量模型	216
6.4	应力—应变关系增量模型	222
	参考文献.....	237
第七章	混凝土弹塑性模型.....	238
7.1	弹塑性矩阵的一般表达式	240
7.2	加载与卸载准则	245
7.3	Prandtl-Reuss 材料	248
7.4	Drucker-Prager 材料	251
7.5	莫尔—库仑材料	255