

# 第一章 自动控制系统的基本概念

自动控制技术已广泛地应用于工业、农业、国防、交通运输、空间技术、管理工程各个科学领域。尽管自动控制系统种类繁多，其结构和用途各异，但它们的基本原理是一样的。自动控制理论就是建立在各种自动控制系统之上的一门学科，它是分析、设计和调试自动控制系统的理论基础。

自动控制理论大致可分为经典控制理论（Classical Control Theory）和现代控制理论（Modern Control Theory）。经典控制理论是建立在传递函数概念基础上的，采用时域分析法、频域分析法、根轨迹法等方法研究单输入、单输出控制系统；而现代控制理论则是建立在状态变量概念基础上的，采用状态空间分析法等方法，研究复杂的多输入、多输出控制系统、变参数非线性系统，实现最佳控制、系统辨识、自适应控制、人工智能控制、以及将过程控制与信息处理相结合的综合自动控制。

## 第一节 开环控制与闭环控制

在电力电子变流技术课程中，我们已经接触到了晶闸管供电的直流调速系统，如图 1-1 所示。

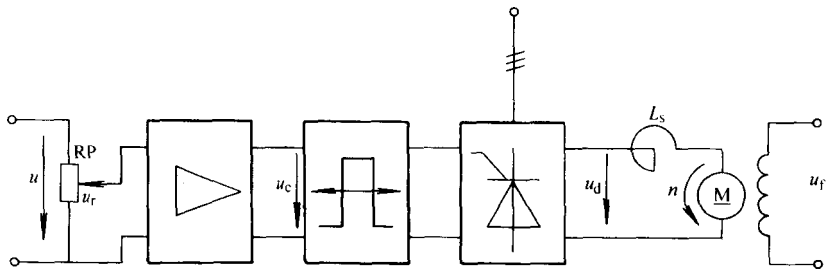


图 1-1 晶闸管直流调速系统框图

所谓控制系统（Control System）就是通过执行规定的功能来实现某一给定目标的一些相互关联单元的组合。由人直接或间接操作执行装置的控制方式称为手动控制（Manual Control）；而无需人去直接或间接操纵执行机构，利用控制装置控制被控制量自动地按预定的规律变化的过程则称为自动控制（Automatic Control）。

图 1-1 由电位器、放大器、触发器、晶闸管整流装置，以及直流电动机等组成

控制系统，其规定的功能是指改变晶闸管输出电压，而它的给定目标是通过调节晶闸管输出电压来达到调节电动机转速的目的。它是通过手工调节  $u_r$  来达到改变转速  $n$  的目的，这种控制方式属于手动控制。

由于该控制系统无反馈环节，只有输入量的前向控制作用，输出量并不反馈回来影响输入量的控制作用，因而，我们将它称为开环控制系统 (Open-Loop Control System)。开环控制系统可用图 1-2 所示的框图表示。

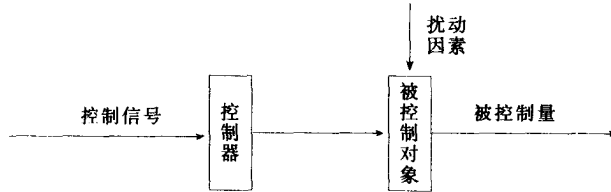


图 1-2 一般开环控制系统框图

开环系统的优点是结构简单，系统稳定性好，调试方便，成本低。因此，在输入量和输出量之间的关系固定，且内部参数或外部负载等扰动因素不大，或这些扰动因素可以预测并进行补偿的前提下，应尽量采用开环控制系统。

开环控制的缺点是当控制过程中受到来自系统外部的各种扰动因素，如负载变化、电源电压波动等，以及来自系统内部的扰动因素，如元件参数变化等，都将会直接影响到输出量，而控制系统不能自动进行补偿。因此，开环系统对元器件的精度要求较高。

为了消除或减少扰动的影响，常采用闭环控制 (Close-Loop Control)。图 1-3 为具有转速负反馈的闭环控制系统。

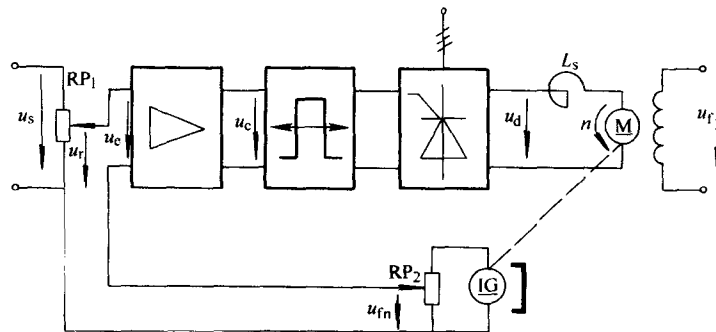


图 1-3 闭环控制系统示例

图中电动机同轴联结了一台永磁式直流测速发电机 TG (Tacho-Generator)，它将检测到的转速信号  $n$  转变成电压信号  $u_{fn}$ ，并以负反馈形式反馈回输入端作用于控制部分，形成闭合回路。当  $u_r$  固定不变时，而转速  $n$  因某些因素（如负载转矩  $T_1$  增加，或电源电压  $U_2$  下降）而降低时，通过负反馈的调节作用，将使转速

回升。其调节过程如下：

$$n \downarrow \rightarrow u_{fn} \downarrow \rightarrow u_c = (u_r - u_{fn}) \uparrow \rightarrow u_c \uparrow \rightarrow u_d \uparrow \rightarrow n \uparrow$$

闭环控制系统利用了负反馈获取偏差 ( $u_r - u_{fn}$ ) 信号，利用偏差产生控制作用去克服偏差。这种控制原理称为反馈控制原理。因而，闭环控制系统又称为反馈控制系统 (Feedback Control System)。该系统具有抗扰能力，除对反馈通道上的元件精度要求较高外，对系统中的其他元器件的要求不高。但缺点是调试困难，如调试水平欠佳，系统可能工作不稳定 (详见第三章第六节)。闭环控制系统的一般形式如图 1-4 所示。

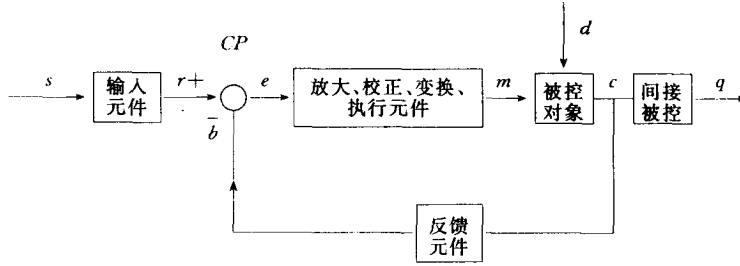


图 1-4 一般闭环控制系统框图

由图 1-4 可知，一般控制系统包括：

指令信号 (Command Signal)  $s$ ——又称为输入信号，系统设计时已经确定。

输入元件 (Input Element) ——将指令信号变换为系统所需的参考输入量。

参考输入量 (Reference Variable)  $r$ ——又称为给定量，实际输入到系统的控制信号。

比较元件 (Comparing Element)  $cp$ ——具有两个或两个以上的输入信号，而输出信号是输入信号的代数和。

偏差信号 (Error Signal)  $e$ ——反馈控制系统比较元件的输出信号。

放大元件 (Application Element) ——由于偏差信号一般很小，所以要经过该元件进行电压及功率放大，以驱动执行元件。

校正元件 (Compensation Element) ——用以改善系统性能指标的元件。

执行元件 (Executive Element) ——驱动被控对象的装置。

操纵量 (Manipulation Variable)  $m$ ——执行装置作用于被控对象的信号。

被控对象 (Controlled Plant) ——自动控制系统中需要进行控制的设备或生产过程。

被控量 (Controlled Variable)  $c$ ——系统被控制对象的输出，它是系统的控制目标。

扰动量 (Disturbance)  $d$ ——所有妨碍参考输入量对被控制量按要求进行正常控制的因素。

反馈元件 (Feedback Element) —— 它对被控量进行测量, 并输出反馈信号。

反馈信号 (Feedback Signal)  $b$  —— 与被控量成某种函数关系并反馈回到比较元件上的信号。

此外, 还有间接被控制装置及间接被控量  $q$ 。

## 第二节 自动控制系统分类

### 一、按控制策略分类

可分为顺序 (Sequential) 自动控制 (即开环控制) 与反馈控制系统两类。其中顺序自动控制系统又可分为:

(1) 时间顺序控制 按时间安排顺序执行预先给定的顺序命令。

(2) 条件顺序控制 顺序根据前一阶段的控制结果, 选定下一阶段所要完成的控制目标。

### 二、按照参考输入量变化的规律分类

(1) 恒值控制系统 (Control System With Fixed Set-Point) 系统的参考输入量是恒值, 并要求系统的输出量相应地保持恒定。

恒值控制系统是最常见的一类自动控制系统, 如自动调速系统, 恒温控制系统, 恒张力控制系统, 以及工业生产中的恒压 (压力)、稳压 (电压)、稳流 (电流)、恒频 (频率) 自动控制系统都属于恒值控制系统。

如图 1-3 所示为一自动调速系统。其控制过程如前所述, 它能保持恒速运行。

图 1-5 所示为一恒温自动控制系统。其控制过程如下:

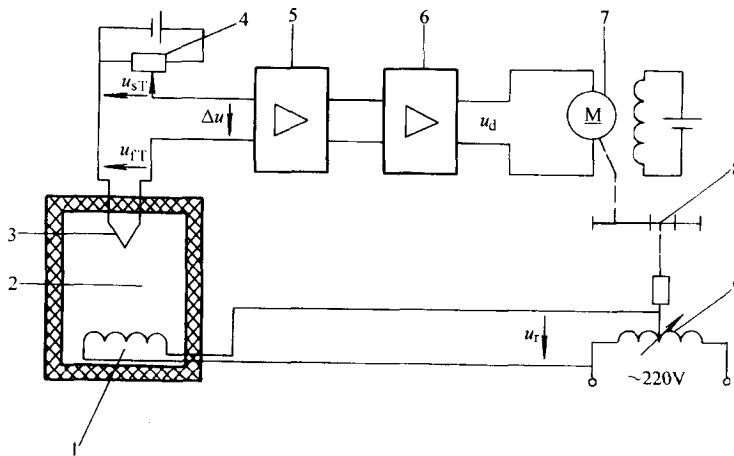


图 1-5 恒温箱自动控制系统

- 1—加热电阻丝 2—电炉箱 3—热电偶 4—给定电位器 5—电压放大器  
6—功率放大器 7—直流伺服电动机 8—减速器 9—调压变压器

温度  $\uparrow$   $\rightarrow$   $u_{IT} \uparrow$   $\rightarrow$   $\Delta u \downarrow$   $\rightarrow$  产生电压  $u_d$   $\rightarrow$  电动机转动  $\rightarrow$  带动调压器滑动臂转动  $\rightarrow$   $u_r \downarrow$   $\rightarrow$  温度  $\downarrow$   $\rightarrow$  直到  $\Delta u = 0$   $\rightarrow$  电动机停转  $\rightarrow$  温度恒定。

图 1-6 所示为一液位自动控制系统，其调节过程如下：

水位  $\uparrow$   $\rightarrow$  浮子上浮  $\rightarrow$  下触点闭合  $\rightarrow$  电动机正转  $\rightarrow$  关小阀门  $\rightarrow$  水位  $\downarrow$   $\rightarrow$  触点断开  $\rightarrow$  电动机停止工作  $\rightarrow$  水位恒定在规定的范围内。

图 1-7 所示为一恒张力自动控制系统。在纸张卷绕系统中，为避免发生拉裂、拉伸变形，或褶皱等现象发生，通常应将张力保持为一定值。图中右边为卷绕筒驱动系统（恒定线速度的自动调速系统），它以恒定的线速度卷绕被卷绕物。左边为开卷筒张力控制系统，其调节过程如下：

张力  $\uparrow$   $\rightarrow$  滚筒摇臂失去平衡而上移  $\rightarrow$  产生偏角位移量  $\rightarrow$  偏差电压  $\uparrow$   $\rightarrow$  电制动力矩  $\downarrow$   $\rightarrow$  张力  $\downarrow$   $\rightarrow$  直到张力达到平衡。

(2) 随动系统 (Follow-up Control System) 系统参考输入量按一定规律变化（或随机变化），并要求系统的输出量能跟随输入量的变化而变化。这种控制系统通常以功率很小的输入信号操纵大功率的工作机械。

随动系统广泛地应用于船闸牵曳系统，刀架跟随系统，火炮控制系统，雷达导引系统和机器人控制系统等。图 1-8 所示为一随动系统，其调节过程如下：

$\varphi_1 \uparrow \rightarrow \Delta u \uparrow \rightarrow u_d \uparrow \rightarrow$  电动机带动  $\varphi_2 \uparrow \rightarrow$  直到  $\varphi_1 = \varphi_2 \rightarrow \Delta u = 0 \rightarrow u_d = 0 \rightarrow$  电动机停转。

(3) 程序控制系统 (Programmed Control) 这种控制系统的参考输入量不为常值，它是按预先编制的程序变化的。如炉温控制系统中的温度调节，要求温度按预先一设定的规律（程序）变化（自动升温、恒温 and 降温）。

### 三、按被控制量来分类

(1) 运动控制系统 (Motion Control System) 运动控制系统的特点是以电动机为被控制对象控制机械运动，其中包括恒值控制系统。

(2) 生产过程自动控制系统（简称过程控制）(Process Control System) 生产过程通常指在某设备中将原料放在一定的外界条件下，经过物理或化学变化而制成产品的过程。如化工、石油、造纸中的原料生产；冶金、发电中的热力过程等。在这些过程中，往往要求自动提供一定的外界条件，例如温度、压力、流量、

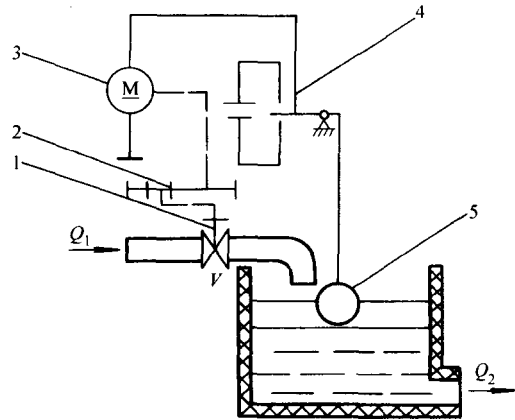


图 1-6 液位控制系统

1—水阀 2—减速器 3—直流伺服电动机 4—机械式触点开关 5—浮子

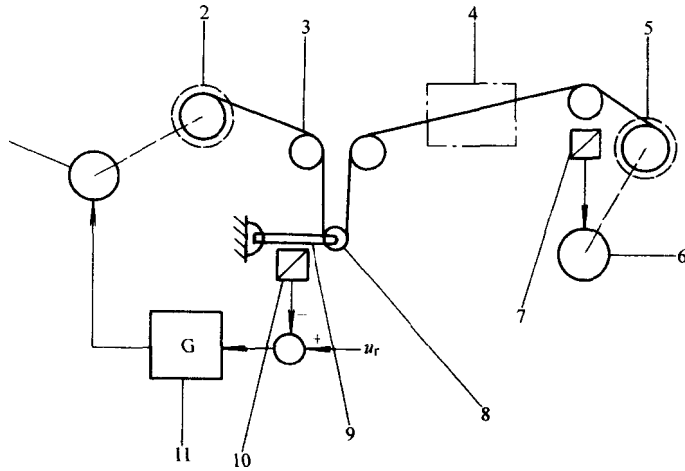


图 1-7 恒张力控制系统

- 1—电制动器 2—开卷筒 3—被卷物 4—被卷物加工设备 5—卷绕筒  
6—卷绕筒驱动系统 7—速度检测器 8—浮动滚筒 9—浮动滚筒臂  
10—偏角检测仪 11—线性控制器

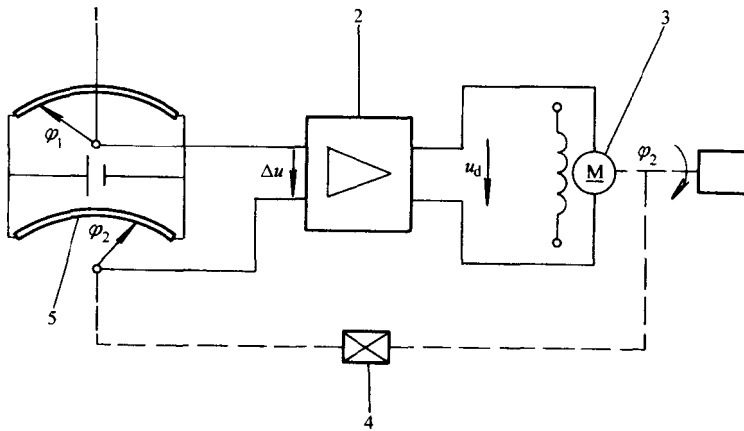


图 1-8 随动系统

- 1—控制器电位器 2—放大器 3—直流伺服电动机 4—减速器 5—反馈电位器

液位、粘度、浓度等参量保持为恒值或按一定的规律变化。

#### 四、按照信号的作用特点分类

(1) 连续控制系统 (Continuous Control System) 也称为模拟控制系统 (Analogue Control System)。系统中各组成部分元件输出量都是输入量的连续函数。上述示例均为连续控制系统。

(2) 断续控制系统 (Discontinuous Control System) 系统中包含有断续元

件，其输入量是连续量，而输出量是断续量。常见的断续控制系统有：

继电器控制系统（Relay Control System），亦称为开关控制系统，如常规的机床电器控制系统。

离散控制系统（Discrete Control System），又称为采样数据控制系统（Sampled-data Control System）。系统中的信号是脉冲序列或采样数据量，其脉冲的幅度、宽度及符号取决于采样时刻的输入量。离散控制系统通常用差分方程来描述。

数字控制系统。数字控制系统中，信号以数码形式传递，如计算机控制系统。

#### 五、按照元件特性分类

（1）线性控制系统（Linear System） 线性控制系统的特点是组成系统所有元件的输入量和输出量之间的关系是线性的。线性系统的性能可以使用线性微分方程描述，可以应用叠加原理和拉氏变换分析线性系统。

（2）非线性控制系统（Nonlinear System） 非线性控制系统的特点是系统中的某些元件具有非线性性质（例如出现饱和、死区、库伦摩擦等）。非线性控制系统不能用叠加原理进行分析。分析非线性控制系统的工程方法常用相平面法和描述函数法。

#### 六、按系统中参数对时间的变化情况分类

（1）定常系统 又称为时不变系统（Time-Invariant System），其特点是系统的全部参数不随时间而变化，它可用定常微分方程式来描述。

（2）时变系统（Time-Varying System） 时变系统特点是系统的部分参数是时间的函数，随时间变化而变化。

#### 七、按自动控制系统的功能分类

（1）自动调节系统（Automatic Regulating System） 即恒值控制系统。

（2）最优控制系统（Optimum Control System） 最优控制系统是指使控制系统实现对某种性能指标为最佳的控制。

（3）自适应控制系统（Adaptive Control System） 自适应控制系统是一种能够连续测量输入信号和系统特征的变化，自动地改变系统的结构与参数，使系统具有适应环境变化并始终保持优良品质的自动控制系统。例如飞机特性随飞行高度、气流速度而变化；轧机张力随卷板机卷绕钢板多少而变化等等。在这些情况下，普通固定结构的反馈自动控制系统就不能满足需要了，它们只能采用自适应控制系统。

（4）自学习系统（Self Learning System） 它具有辨识、判断、积累经验和学习的功能。在控制特性不能确切地用数学模型描述时，采用自学习控制系统可以在工作过程中，不断地测量，估价系统的特性，并决定最优控制方案，实现性能指标最优控制。

### 第三节 对控制系统的性能要求

对自动控制系统性能 (Performance Specification) 的基本要求可以归纳为三点：稳定性、快速性和准确性，通常用系统的稳定性、稳态特性和动态特性来描述。

#### 一、系统的稳定性 (Stability)

当扰动量 (或给定量) 发生变化时, 输出量将会偏离原来的稳定值, 这时, 通过系统的反馈调节作用, 系统可能回到 (或接近) 原来的稳定值 (或跟随给定量) 稳定下来, 如图 1-9a 所示, 则该系统是稳定的。但控制系统输出也可能是发散的不稳定现象, 如图 1-9b 所示。不稳定的控制系统无法完成正常的控制任务, 甚至会损坏设备, 造成事故。因此, 对任何控制系统, 系统正常工作的首要条件是其稳定性。

另外, 对于系统稳定性的要求, 还要求达到一定的稳定裕量 (Stability Margin), 以免由于系统参数随环境等因素的变化而导致系统进入不稳定状态。

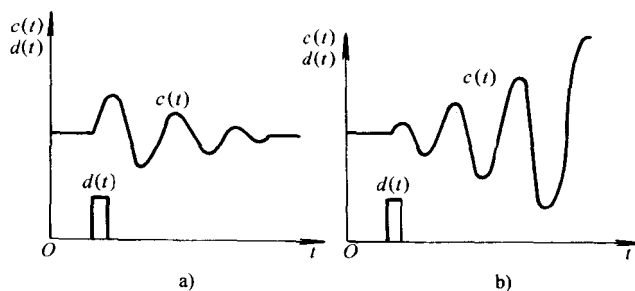


图 1-9 系统的稳定性

a) 稳定系统 b) 不稳定系统

#### 二、系统的动态性能指标 (Dynamic Performance Specification)

由于控制系统的元件和被控制对象通常都具有一定的惯性 (如机械惯性、电磁惯性、热惯性等), 并且也由于能源功率的限制, 系统中各种参数 (如速度、位移、电流、温度等) 的变化不可能突变。因此, 系统从一个稳态过渡到另一稳态需要经历一段时间, 即需要经历一个过渡过程。表征这个过渡过程的性能指标称为动态性能指标 (又称为动态响应指标)。通常用系统对突加给定时的动态响应来表征其动态性能指标。

图 1-10 为系统对突加给定信号的动态响应。

动态响应指标通常用最大超调量  $\sigma_p\%$  (Maximum Overshoot)、建立时间  $t_s$  (Setting Time) 和振荡次数  $N$  (Order Number) 来评价。

(1) 最大超调量  $\sigma_p\%$  最大超调量是输出量  $c(t)$  与稳态值  $C(\infty)$  的最大

偏差  $\Delta C_{\max}$  与稳态值  $C(\infty)$  之比。即

$$\sigma_p \% = \frac{\Delta C_{\max}}{C(\infty)} \times 100\%$$

最大超调量反映了系统的动态精度，超调量越小，说明系统过渡过程进行得越平滑。控制系统不同，对最大超调量的要求也不同。

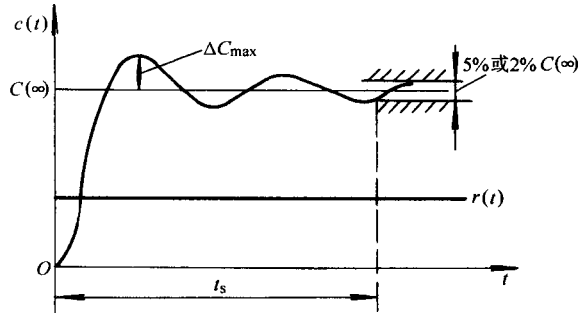


图 1-10 系统对突加给定信号的动态响应曲线

(2) 建立时间  $t_s$  建立时间（又称为调节时间）指系统响应曲线与其稳态值之差达到并且不再超过规定的误差范围  $\delta C(\infty)$  所需的时间，其误差范围一般定为  $\delta = \pm 2\% \sim \pm 5\%$ 。它反映了系统的快速性能，建立时间越小，系统快速性越好。

(3) 振荡次数  $N$  振荡次数指  $t_s$  时间范围内输出信号的振荡周期数，即  $t_s$  时间内系统响应曲线穿越稳态值次数的一半。振荡次数越少，系统稳定性能越好。

### 三、系统的稳态性能指标 (Steady-State Performance Specification)

系统从一个稳态过渡到另一个稳态，或系统受到扰动作用又重新进入平衡状态后，系统会出现偏差，这种偏差称为稳态误差  $e_{ss}$  (Steady-State Error)。系统稳态误差的大小表征系统的稳态精度，即系统的准确程度。稳态误差越小，则系统的稳态精度越高。对于  $e_{ss} = 0$  的系统，称为无静差系统；而  $e_{ss} \neq 0$  的系统，则称为有静差系统，如图 1-11 所示。

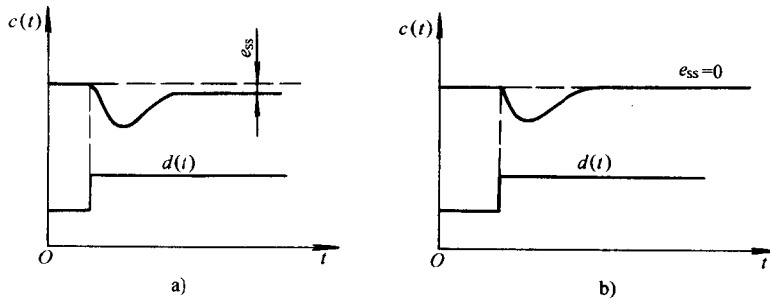


图 1-11 自动控制系统的稳态性能

a) 有静差系统 b) 无静差系统

在上述指标中,  $\sigma_p\%$ 和  $N$ 反映了系统的稳定性能,  $t_s$ 反映了系统的快速性, 而  $e_{ss}$ 反映了系统的准确性。简而言之, 我们希望控制系统达到稳、准、快。

然而, 在同一控制系统中这些性能指标往往是相互矛盾的。这就需要根据具体控制对象所提出的要求, 对其中的某些指标有所侧重的同时, 又要注意兼顾其它性能指标。此外, 在考虑提高系统的性能指标的同时, 还要考虑到系统的可靠性和经济性。

## 第四节 研究自动控制系统的基本方法

本课程主要研究直流调速系统、位置随动系统和交流调速系统。他们都可以归纳为单输入、单输出自动控制系统的范畴, 一般采用经典自动控制原理进行分析。因而本书第一~第五章将研究经典自动控制原理。

对自动控制系统进行分析研究, 首先应对系统进行定性分析。所谓定性分析, 就是在弄清组成系统的各单元及元件在系统中的地位和作用, 以及它们之间的相互联系的基础上, 分析系统的工作原理。然后, 在定性分析的基础上, 建立系统的数学模型; 再应用自动控制理论对系统的稳定性、稳态性能和动态性能进行定量分析。最后, 在系统分析的基础上找到改善系统性能, 提高系统技术指标的有效途径。以上过程称为对控制系统的分析, 简称系统分析。

经典自动控制理论中, 系统的分析方法有: 时域分析法 (Time-domain Analysis Method)、频域分析法 (Frequency Response Method)、根轨迹法 (The Root locus Method) 等几种分析方法。这几种分析方法各有所长。

自动控制系统的目的就是实现对被控制对象的控制, 当被控制对象确定后, 根据其工作条件及生产要求可以提出对控制系统性能指标的要求。在确定了合理的系统性能指标的基础上, 进行系统的初步设计。选择系统的执行元件、放大元件、比较元件、测量元件等。上述元件除放大元件的放大系数可以调整外, 其他元件的参数基本上是固定的, 因此, 它们与被控制对象一起组成系统的不可变部分, 或称为系统的固有部分。为了使系统既有满意的稳态精度又有满意的动态精度, 就必须在已选定的系统固有部分的基础上, 增设一些必要的装置, 使系统能全面地满足设计要求的性能指标。为满足性能指标所增设的装置称为校正装置 (Compensator), 加入校正装置使控制系统性能得到改善的过程称为对控制系统的校正 (Compensation), 简称系统校正。

因而, 学习自动控制原理的两大主要任务是学习自动控制系统的分析方法和校正方法。分析自动控制系统的基本步骤如图 1-12 所示。本书第一~第四章将介绍自动控制系统的基本分析方法。

而自动控制系统的校正的基本步骤如图 1-13 所示。本书第五章将介绍自动控

制系统的基本校正方法。

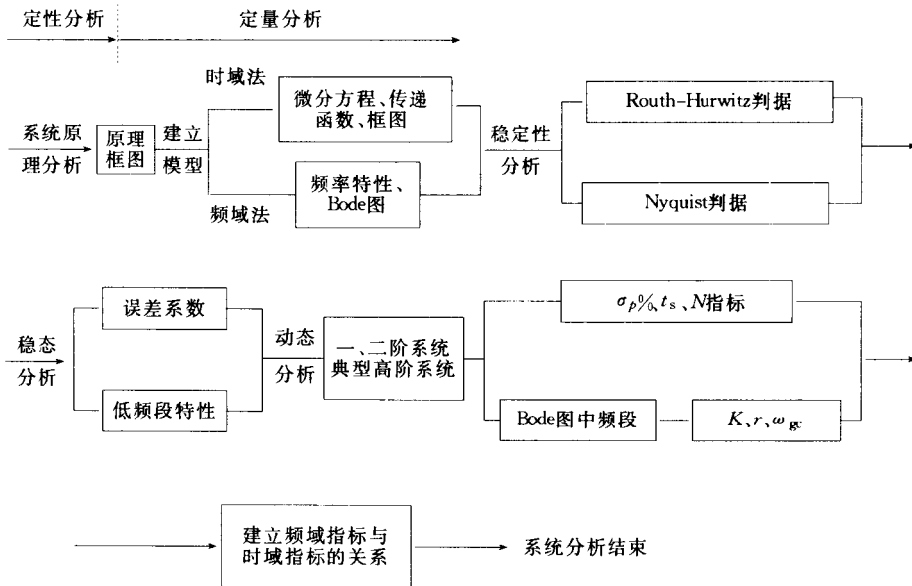


图 1-12 自动控制系统分析步骤

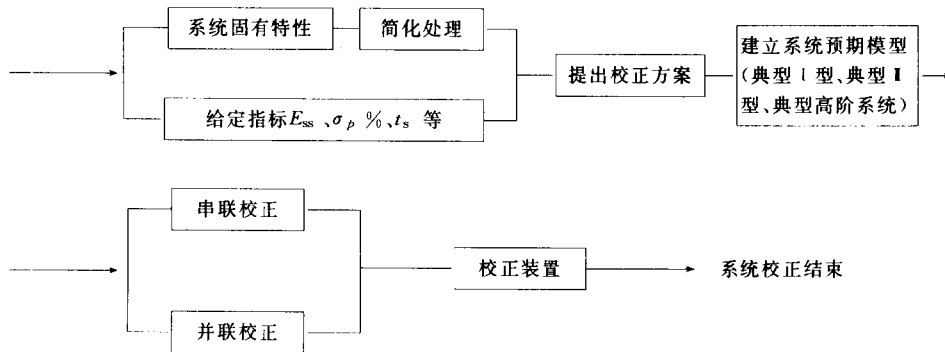


图 1-13 自动控制系统的校正步骤

## 小 结

1. 开环控制系统结构简单、稳定性好，但不能自动补偿扰动因素对输出量的影响。当系统扰动量能够进行补偿或影响不大时，可以采用开环控制；而当扰动

量无法预计或控制系统要求较高时，则应采用闭环控制。

2. 闭环控制系统能够依靠反馈环节进行自动调节，补偿扰动对系统产生的影响，提高系统精度。

3. 对自动控制系统性能指标的要求是稳、准、快。动态指标  $\sigma_p\%$  和  $N$  反映了系统的相对稳定性， $t_s$  反映了系统的快速性，而稳态指标  $e_{ss}$  反映了系统的准确性。

### 思考题与习题

1-1 什么是开环控制与闭环控制？试分析它们的特点。

1-2 图 1-14 所示系统为电压负反馈的调速系统。试与图 1-3 所示系统比较，两者在原理上有何不同，如果两个系统的放大系数相同，哪一个系统的调节精度高？为什么？

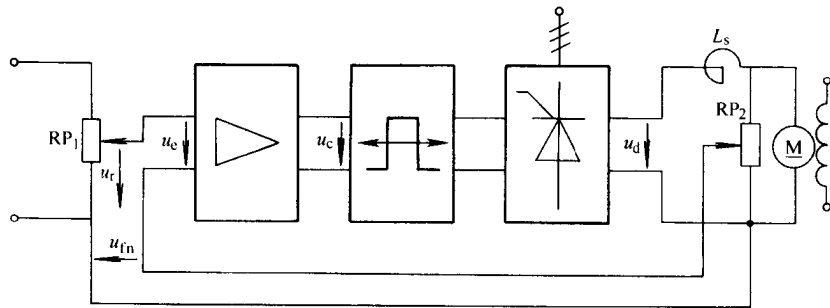


图 1-14 电压负反馈的调速系统

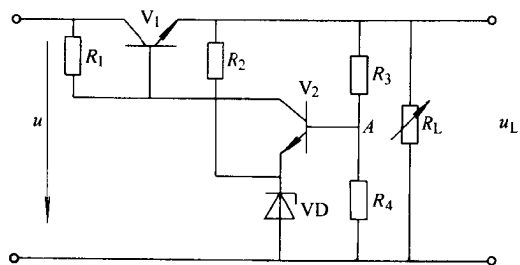


图 1-15 晶体管稳压电路

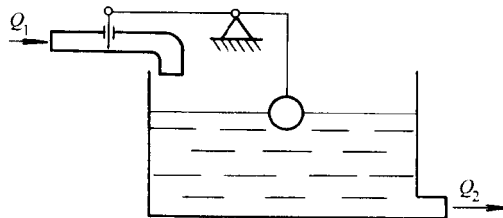


图 1-16 水位控制系统

1-3 晶体管稳压电路如图 1-15 所示，试指出给定量、被控量、反馈量和扰动量，并绘制系统框图

1-4 图 1-16 所示为一水位自动控制系统。试画出系统框图，并说明系统的给定量、被控量、反馈量和扰动量是什么？

1-5 试画出图 1-17 所示的位置随动系统框图，并指出系统的测量元件、执行元件和被控对象。

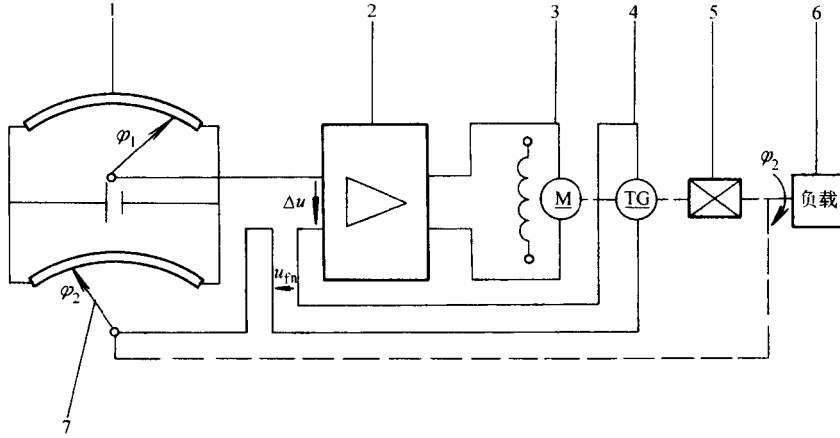


图 1-17 位置随动系统

- 1—控制器电位器 2—放大器 3—直流伺服电动机 4—测速发电机  
5—减速器 6—负载 7—反馈电位器

## 第二章 自动控制系统的数学模型

### 第一节 数学模型简介

#### 一、概述

研究一个自动控制系统，除定性了解组成系统各元件或环节的功能，以及它们之间的相互关系、工作原理以外，还必须定量分析系统的动、静态（稳态）过程，才能从本质上把握住系统的基本性能。这些基本性能一般都可以用数学表达式来描述，因而整个控制系统的基本性能也可以用数学表达式来描述。描述系统性能的数学表达式，称为系统的数学模型（Mathematical Model）。描述系统动态及静（稳）态性能的数学表达式分别称为动态及静（稳）态模型。

经典控制理论中常用的数学模型有时域（Time Domain）模型——微分方程，复频域（Complex Frequency Domain）模型——传递函数、动态框图，频域（Frequency Domain）模型——频率特性、Bode图等。这些数学模型一般都是可以相互转换的，它们是经典控制理论中常用的时域分析方法、频域分析方法等研究系统的数学工具。通过时域分析方法，可以得到控制系统的时域响应曲线，它直观地反映了系统的动态过程，同时，它建立起来的系统概念、指标体系等易于人们理解和使用。但是，一个控制系统的微分方程往往是高阶的微分方程式，求解这类方程式较困难。同时，通过时域解很难找出微分方程式系数（它们取决组成系统的元件的参数）对方程解的影响的一般规律。因而，使得控制系统的分析和校正较为困难。所以，人们往往通过建立频域和时域之间的联系，通过频域法间接地达到分析和校正控制系统的目的。

系统的数学模型可以用解析法或实验法建立。解析法适用于对系统中各元件的物理、化学等性质比较清楚的情况。根据系统的实际结构参数，从系统各元件所依据的物理、化学等规律出发建立系统的数学模型。如果不了解系统的运动规律，则应使用实验法建立数学模型，即在系统或元件的输入端加入一定形式的输入信号，再根据测量的输出响应建立其数学模型。

用解析法建立系统的数学模型时，应合理地简化其数学模型。模型过于简单，会使分析结果误差太大；模型过于复杂，则会导致分析计算上的困难。一般应在精度许可的前提下，尽量简化其数学模型。

#### 二、微分方程式（Differential Equation）

建立微分方程式的一般步骤为：

1) 全面了解系统的工作原理、组成结构和系统运动所遵循的物理（化学）规律，确定其输入、输出量。

2) 从系统的输入端入手，在充分考虑到相邻元件或环节的相互影响的前提下，依次列写元件或环节的微分方程式。

3) 联立求解微分方程式，得到系统的微分方程式。

4) 将系统的微分方程式整理成标准形式：把与输入量有关的各项放在方程式的右边，把与输出量有关的各项放在方程式的左边，各导数项按降幂排列，并将方程式中的系数化为具有一定物理意义的表示形式，如时间常数等。

例 建立图 2-1 所示直流电动机的微分方程式。

直流电动机各物理量之间的基本关系如下：

$$u_d = i_d R_d + L_d \frac{di_d}{dt} + e$$

$$T_d = K_T \Phi i_d$$

$$e = K_e \Phi n$$

$$T_d - T_L = J_G \frac{dn}{dt}$$

式中  $u_d$ ——电枢电压；

$$J_G = \frac{GD^2}{k}, \quad k = 375 \frac{\text{m}}{\text{s}} \frac{\text{r}}{\text{min}};$$

$e$ ——电枢电动势；

$i_d$ ——电枢电流；

$R_d$ ——电枢电阻；

$L_d$ ——电枢漏电感；

$T_d$ ——电磁转矩；

$T_L$ ——摩擦和负载阻力矩；

$\Phi$ ——磁通；

$K_T$ ——转矩常数；

$K_e$ ——电动势常数；

$n$ ——转速；

$J_G$ ——转动惯量；

$GD^2$ ——飞轮矩。

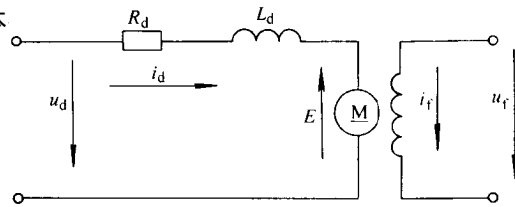


图 2-1 直流电动机

现主要分析电枢电压  $u_d$  对电动机转速  $n$  的影响，因此，应以  $u_d$  作为输入量， $n$  作为输出量， $T_L$  作为扰动量。消去中间变量  $i_d$ 、 $T_d$  和  $e$ ，并整理成标准形式，就得到电枢电压控制的直流电动机的微分方程式：

$$\tau_m \tau_d \frac{d^2 n}{dt^2} + \tau_m \frac{dn}{dt} + n = \frac{1}{K_e \Phi} u_d - \frac{R_d}{K_e K_T \Phi^2} \left( \tau_d \frac{dT_L}{dt} + T_L \right) \quad (2-1)$$

式中  $\tau_m$ ——电动机的机电时间常数，

$$\tau_m = \frac{J_G R_d}{K_e K_T \Phi^2} \quad (2-2)$$

$\tau_d$ ——电枢回路的电磁时间常数，

$$\tau_d = \frac{L_d}{R_d} \quad (2-3)$$

由式 (2-1) 可见，电动机的转速与电动机自身的固有参数  $\tau_m$ 、 $\tau_d$  有关，与电枢电压  $u_d$ 、负载转矩  $T_L$  以及负载转矩对时间的变化有关。

若不考虑电动机负载的影响，则：

$$\tau_m \tau_d \frac{d^2 n}{dt^2} + \tau_m \frac{dn}{dt} + n = \frac{1}{K_e \Phi} u_d \quad (2-4)$$

### 三、传递函数 (Transfer Function)

一个控制系统性能的好坏，取决于系统的内在因素，即系统的结构参数，而与外部施加的信号无关。因而，对于一个控制系统品质好坏的评价可以通过对系统结构参数的分析来达到，而不需要直接对系统输出响应进行分析。

传递函数是在拉氏变换基础之上引入的描述线性定常系统或元件输入、输出关系的函数。它是和微分方程一一对应的一种数学模型，它能方便地分析系统或元件结构参数对系统响应的影响。

当初始条件为零时，线性定常系统或元件输出信号  $c(t)$  的拉氏变换式与输入信号  $r(t)$  的拉氏变换式之比，称为该系统或元件的传递函数，记为  $G(s)$ ，即：

$$G(s) = \frac{L[c(t)]}{L[r(t)]} = \frac{C(s)}{R(s)} \quad (2-5)$$

控制系统微分方程式的一般形式为：

$$\begin{aligned} a_n \frac{d^n c(t)}{dt^n} + a_{n-1} \frac{d^{n-1} c(t)}{dt^{n-1}} + \dots + a_1 \frac{dc(t)}{dt} + a_0 c(t) = \\ b_m \frac{d^m r(t)}{dt^m} + b_{m-1} \frac{d^{m-1} r(t)}{dt^{m-1}} + \dots + b_1 \frac{dr(t)}{dt} + b_0 r(t) \end{aligned}$$

设  $r(t)$ 、 $c(t)$  初始条件为零，并对上式进行 Laplace 变换，经整理得：

$$G(s) = \frac{C(s)}{R(s)} = \frac{b_m s^m + b_{m-1} s^{m-1} + \dots + b_1 s + b_0}{a_n s^n + a_{n-1} s^{n-1} + \dots + a_1 s + a_0} = \frac{M(s)}{N(s)} \quad (2-6)$$

式中  $M(s)$ ——传递函数的分子多项式；

$N(s)$ ——传递函数的分母之多项式。

由上述分析可以清楚地看出传递函数的性质：

1) 传递函数是由 Laplace 变换导出的，因此，它只适用于线性定常系统，且

只能反映零初始条件下的全部运动规律。

2) 传递函数是  $s$  的复变函数, 其  $M(s)$ 、 $N(s)$  的各项系数均由系统或元件的结构参数决定, 并与微分方程式中的各项系数一一对应。

3) 传递函数表征系统或元件本身的特性, 而与输入信号无关, 但它不能反映系统或元件的物理结构。也就是说, 对于许多物理性质截然不同的系统或元件, 它们可以有相同形式的传统函数。

4) 由于能源的限制和实际系统或元件总是具有惯性的缘故, 其输出量不可能无限制上升, 因而有:  $n \geq m$ 。

5) 传递函数表征输入输出信号间的信号传递关系, 因此对于同一系统, 选取不同的输入、输出变量, 传递函数将不同。

6) 传递函数还可以用下式表达:

$$G(s) = K_r \frac{(s - z_1)(s - z_2)\cdots(s - z_m)}{(s - p_1)(s - p_2)\cdots(s - p_n)} \quad (2-7)$$

式中  $K_r$ ——常数;

$z_1, z_2, \dots, z_m$ ——分子多项式  $M=0$  的根, 称为零点;

$p_1, p_2, \dots, p_n$ ——分母多项式  $N=0$  的根, 称为极点。

$N(s) = 0$  是控制系统的特征方程式, 它与微分方程式的特征方程式一一对应。  $z_i, p_i$  可为实数、虚数、或复数。若为虚数、或复数, 必为共轭虚数、或共轭复数。零点、极点可用如图 2-2 所示的零极图表示。

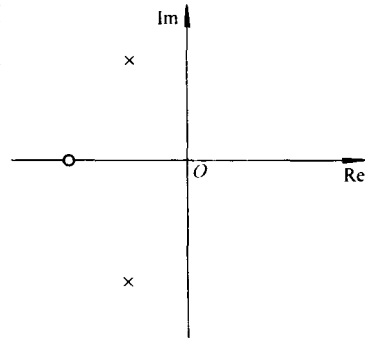


图 2-2 零极图

×—极点 ○—零点

#### 四、传递函数的求取

##### 1. 直接计算法

对于元件或简单系统, 首先建立描述元件或系统的微分方程式, 然后在零初始条件下, 对方程式进行拉氏变换, 即可按传递函数的定义求得元件或系统的传递函数。

例 试求取图 2-1 所示直流电动机输入电压与转速之间的传递函数。

对式 (2-4) 进行 Laplace 变换后可得:

$$\tau_m \tau_d s^2 N(s) + \tau_m s N(s) + N(s) = \frac{1}{K_e \Phi} U_d(s)$$

$$\frac{N(s)}{U_d(s)} = \frac{1/(K_e \Phi)}{\tau_m \tau_d s^2 + \tau_d s + 1}$$

##### 2 阻抗法

求取无源网络或电子调节器的传递函数, 采用阻抗法求取更为方便。表 2-1 中