

# 电 路 原 理

下 册

江 缉 光 主 编

清 华 大 学 出 版 社

# (京)新登字 158 号

## 内 容 简 介

本书是为大学本科电类各专业的《电路》课程编写的教科书,它的内容包括了工科电工课程教学指导委员会制订的对高等学校电路课程教学的基本要求,并在某些内容上有所拓展。

全书共分十九章,分上下册出版。上册有十三章:电路元件和电路定律;简单电阻电路的分析方法;线性电阻电路的一般分析方法;电路的若干定理;非线性电阻电路;一阶电路;二阶和高阶电路;正弦电流电路的稳态分析;有互感的电路;电路中的谐振;电路的频率特性;三相电路;周期性激励下电路的稳态响应。下册有六章:傅里叶变换和拉普拉斯变换;二端口;网络图论基础;状态变量法;非线性动态电路简介;分布参数的电路。另有附录,介绍磁路和含铁心的线圈。各章均附有习题,书末附有答案。

本书可供高等学校工科电类各专业作为《电路》课程的教材,也可供从事电力、电子、自动化、计算机等方面工作的工程技术人员作为参考书。

## 图书在版编目(CIP)数据

电路原理 下册/江缉光主编. - 北京:清华大学出版社,1996  
ISBN 7-302-02297-6

.电... .江... .电路理论 .TM13

中国版本图书馆 CIP 数据核字(96)第 24034 号

出版者:清华大学出版社(北京清华大学校内,邮编 100084)

责任编辑:刘元元

印刷者:北京市清华园胶印厂

发行者:新华书店总店北京科技发行所

开本:850×1168 1/32 印张:11.25 字数:290千字

版次:1997年2月第1版 1997年2月第1次印刷

书号:ISBN 7-302-02297-6/TM·25

印数:0001—5000

定价:12.80元

# 目 录

第 14 章 傅里叶变换和拉普拉斯变换 .....	1
14.1 傅里叶级数的指数形式 .....	1
14.2 非周期性时间函数的谐波分析 —— 傅里叶积分变换 .....	7
14.3 傅里叶变换在电路分析中的应用 .....	12
14.4 拉普拉斯变换 .....	15
14.5 一些常用函数的拉普拉斯变换 .....	17
14.6 拉普拉斯变换的基本性质 .....	19
14.7 拉普拉斯反变换 .....	28
14.8 复频域中的电路定律、电路元件与模型 .....	34
14.9 用拉普拉斯变换法分析电路 .....	38
14.10 网络函数 .....	44
14.11 网络函数的极点分布与电路冲激响应的关系 .....	48
14.12 卷积定理 .....	50
习题 .....	52
第 15 章 二端口(网络) .....	59
15.1 二端口概述 .....	59
15.2 二端口的参数和方程 .....	60
15.3 二端口的转移函数 .....	76
15.4 二端口的等效电路 .....	80
15.5 二端口的联接 .....	85
15.6 二端口的特性阻抗和传播常数 .....	94

15.7	回转器与负阻抗变换器 .....	99
	习题.....	104
第 16 章	网络图论基础 .....	110
16.1	网络的图.....	110
16.2	图的矩阵表示和 KCL, KVL 方程的矩阵形式 ...	115
16.3	典型支路和支路约束的矩阵形式.....	127
16.4	节点法.....	135
16.5	含受控源电路的节点分析.....	142
16.6	割集法.....	146
16.7	回路法.....	151
16.8	改进节点法.....	154
16.9	表格法.....	158
	习题.....	161
第 17 章	状态变量法 .....	165
17.1	状态变量和状态方程.....	165
17.2	状态方程的列写方法.....	169
17.3	状态方程的解析解法.....	181
	习题.....	193
第 18 章	非线性动态电路简介 .....	196
18.1	非线性电路元件.....	196
18.2	二阶非线性电路的状态方程.....	200
18.3	非线性动态电路方程的数值求解方法.....	202
18.4	相平面.....	207
18.5	非线性电路方程的线性化.....	217
18.6	平衡点的稳定性的概念.....	219

18.7	一个非线性振荡电路.....	226
18.8	范德坡方程的近似解.....	230
	习题.....	234
<b>第 19 章 分布参数的电路 .....</b>		<b>237</b>
19.1	问题的提出.....	237
19.2	均匀传输线方程.....	238
19.3	无损传输线方程的通解.....	240
19.4	终端开路的无损传输线接至恒定电压源.....	245
19.5	无损传输线上波的反射和透射.....	248
19.6	接入电阻负载时传输线上的波过程.....	252
19.7	终端接电阻的无损传输线上波的多次反射过程...	256
19.8	终端接电容的无损传输线上的波过程.....	259
19.9	均匀传输线方程的正弦稳态解.....	263
19.10	均匀传输线上的行波 .....	265
19.11	均匀传输线方程的双曲函数解 .....	268
19.12	传播常数与特性阻抗 .....	274
19.13	传输线上波的反射系数 .....	277
19.14	终端接特性阻抗的传输线 .....	279
19.15	不同负载条件下的传输线 .....	281
19.16	无损传输线上的驻波现象 .....	287
19.17	均匀传输线的等效网络 .....	295
	习题.....	297
<b>附录 磁路和含铁心的线圈.....</b>		<b>300</b>
A · 1	磁路概述 .....	300
A · 2	磁场与磁场定律 .....	301
A · 3	铁磁物质的磁化特性 .....	304

A · 4	磁路定理 .....	310
A · 5	恒定磁通的磁路计算 .....	315
A · 6	铁心中的功率损失 .....	324
A · 7	铁心线圈中电流、磁通与电压的波形 .....	326
A · 8	交流电路中铁心线圈的电路模型 .....	330
	习题.....	334
	习题答案.....	337

# 第 14 章 傅里叶变换和拉普拉斯变换

## 14.1 傅里叶级数的指数形式

在 13 章里讨论了周期性时间函数的傅里叶级数的三角函数形式, 它将周期为  $T$  的信号展开表示为直流分量和一系列谐波分量之和, 即

$$f(t) = a_0 + \sum_{k=1}^{\infty} (a_k \cos k\omega_0 t + b_k \sin k\omega_0 t) \quad (14-1-1)$$

式中

$$\omega_0 = \frac{2\pi}{T} \quad k = 1, 2, 3, \dots$$

本节将导出此级数的指数形式, 它在应用中有许多方便之处。

根据欧拉公式

$$e^{j\theta} = \cos \theta + j \sin \theta$$

$$e^{-j\theta} = \cos \theta - j \sin \theta$$

可得

$$\cos \theta = \frac{1}{2} (e^{j\theta} + e^{-j\theta})$$

$$\sin \theta = \frac{1}{2j} (e^{j\theta} - e^{-j\theta})$$

按照上面的关系式, 将式(14-1-1)中的各三角函数项以相应的指数函数代换, 则有

$$\begin{aligned} f(t) &= a_0 + \sum_{k=1}^{\infty} \left[ \frac{1}{2} a_k (e^{jk\omega_0 t} + e^{-jk\omega_0 t}) + \frac{1}{2j} b_k (e^{jk\omega_0 t} - e^{-jk\omega_0 t}) \right] \\ &= a_0 + \sum_{k=1}^{\infty} \left[ \frac{1}{2} (a_k - jb_k) e^{jk\omega_0 t} + \frac{1}{2} (a_k + jb_k) e^{-jk\omega_0 t} \right] \end{aligned}$$

$$k = 1, 2, 3, \dots \quad (14-1-2)$$

令复常数

$$c_k = \frac{1}{2}(a_k - jb_k)$$

$$c_{-k} = \frac{1}{2}(a_k + jb_k) \quad k = 1, 2, 3, \dots \quad (14-1-3)$$

将式(14-1-2)记为

$$\begin{aligned} f(t) &= a_0 + \sum_{k=1}^{\infty} c_k e^{jk\omega_0 t} + \sum_{k=1}^{\infty} c_{-k} e^{-jk\omega_0 t} \\ &= \sum_{k=-\infty}^{\infty} c_k e^{jk\omega_0 t} \end{aligned} \quad (14-1-4)$$

上式中对于  $k=0$ ,  $c_0 = a_0$ 。注意上式后一等式右端是对从  $-\infty$  到  $+\infty$  的整数求和。式(14-1-4)就是傅里叶级数的指数形式。

下面导出由给定的  $f(t)$  求  $c_k$  的公式。将求  $a_k$  和  $b_k$  的公式(13-2-3)和(13-2-4)代入式(14-1-3), 得

$$\begin{aligned} c_k &= \frac{1}{2}(a_k - jb_k) \\ &= \frac{1}{2} \left[ \frac{2}{T} \int_0^T f(t) \cos k\omega_0 t dt - j \frac{2}{T} \int_0^T f(t) \sin k\omega_0 t dt \right] \\ &= \frac{1}{T} \int_0^T f(t) (\cos k\omega_0 t - jsin k\omega_0 t) dt \\ &= \frac{1}{T} \int_0^T f(t) e^{-jk\omega_0 t} dt \end{aligned} \quad (14-1-5)$$

上式对于所有的整数的  $k$  值, 包括正整数、负整数和零都是适用的。将式(14-1-5)中的  $k$  换成  $-k$ , 便可得出式(14-1-3)中求  $c_{-k}$  的公式。如果  $k=0$ , 则有

$$c_0 = \frac{1}{T} \int_0^T f(t) dt = a_0$$

由上面分析可以看出, 傅里叶级数的三角函数形式和指数函数形式虽有不同, 但实质上是属于同一级数的两种表示。它的三角

函数形式将周期信号表示为直流分量和一系列谐波分量之和;指数形式是将周期信号表示为直流分量和一系列角频率为  $\pm \omega_0, \pm 2\omega_0, \dots$  的指数函数之和。在指数形式的傅里叶级数中出现有负频率的项,可以这样来理解它的含义。对应于式(14-1-1)中一个  $k$  值,在式(14-1-4)中总存在有  $\dot{c}_k e^{jk\omega_0 t}$  和  $\dot{c}_{-k} e^{-jk\omega_0 t}$  两项,由式(14-1-3)可见  $\dot{c}_k$  和  $\dot{c}_{-k}$  是一对共轭复数。设  $\dot{c}_k = C_k e^{j\theta_k}$ , 则

$$\dot{c}_{-k} = C_{-k} e^{j\theta_{-k}} = C_k e^{-j\theta_k}$$

将这两项相加得

$$\begin{aligned} & \dot{c}_k e^{jk\omega_0 t} + \dot{c}_{-k} e^{-jk\omega_0 t} \\ &= C_k e^{j\theta_k} e^{jk\omega_0 t} + C_k e^{-j\theta_k} e^{-jk\omega_0 t} \\ &= 2C_k \cos(k\omega_0 t + \theta_k) \end{aligned}$$

由此可见,式(14-1-4)中复指数项  $\dot{c}_k e^{jk\omega_0 t}$  和  $\dot{c}_{-k} e^{-jk\omega_0 t}$  组成了式(14-1-1)三角形形式傅里叶级数中第  $k$  次谐波。负频率的出现仅是数学表示的结果,并非存在有频率为负的谐波。

$$\text{当 } k = 0 \text{ 时, } \dot{c}_k = \frac{1}{2}(a_k - jb_k), \dot{c}_{-k} = \frac{1}{2}(a_k + jb_k)$$

$$C_k = C_{-k} = \frac{1}{2} \sqrt{a_k^2 + b_k^2}$$

可见,  $\dot{c}_k$  和  $\dot{c}_{-k}$  的模等于  $f(t)$  的三角形形式傅里叶级数中第  $k$  次谐波幅值的二分之一。

将  $\dot{c}_k$  写成指数形式,  $\dot{c}_k = C_k e^{j\theta_k}$ ,  $C_k$  是指数形式傅里叶级数中角频率为  $k\omega_0$  的谐波的振幅,  $\theta_k$  是它的初相角。表示各次谐波的振幅与频率的关系用幅频特性;表示各次谐波的初相角与频率的关系用相频特性。因  $\dot{c}_k$  和  $\dot{c}_{-k}$  是一对共轭复数,有

$$\begin{aligned} C_k e^{j\theta_k} &= C_{-k} e^{-j\theta_{-k}} \\ \theta_k &= -\theta_{-k} \end{aligned}$$

这表明:幅频特性是  $k\omega_0$  的偶函数;相频特性是  $k\omega_0$  的奇函数。

例 14-1 求图 14-1-1 所示周期矩形脉冲的指数形式傅里叶级数。图中  $T$  为周期,  $\omega_0 = 2\pi / T$ 。

图 14-1-1 周期矩形脉冲

解 根据求  $\dot{c}_k$  的公式(14-1-5), 得

$$\begin{aligned}
 \dot{c}_k &= \frac{1}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} f(t) e^{-jk_0 t} dt \\
 &= \frac{1}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} U e^{-jk_0 t} dt \\
 &= \frac{U}{T} \left. \frac{e^{-jk_0 t}}{-jk_0} \right|_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} \\
 &= \frac{U}{jk_0 T} \left( e^{0.5jk_0 T} - e^{-0.5jk_0 T} \right) \\
 &= \frac{U}{T} \frac{\sin \frac{k_0 T}{2}}{\frac{k_0 T}{2}} \\
 &= \frac{U}{T} \frac{\sin \frac{k}{T}}{\frac{k}{T}}
 \end{aligned}$$

由此得出周期矩形脉冲的傅里叶级数展开式

$$\begin{aligned}
 f(t) &= \frac{U}{T} \sum_{k=-\infty}^{\infty} \frac{\sin \frac{k}{T} t}{\frac{k}{T}} e^{jk_0 t} \\
 &= \frac{U}{T} \sum_{k=-\infty}^{\infty} \text{Sa} \frac{k}{T} e^{jk_0 t} \quad (14-1-6)
 \end{aligned}$$

式中

$$\text{Sa}(x) = \frac{\sin x}{x}$$

称为采样函数。

由上面的例子可见,周期性时间信号(函数)的频谱是离散的,相邻谱线的间隔为  $\omega_0 = 2\pi/T$ , 脉冲的周期愈大,则谱线愈靠近。还可以看出各次谐波分量的大小与信号的周期  $T$  成反比,与脉冲的宽度  $\tau$  成正比。而各分量的幅值按采样函数  $\text{Sa}(k\tau/T)$  规律变化,当  $k\tau/T$  等于  $k_0\tau/2$  为  $\pm n$  时,即  $k = k_0 = 2n/\tau$  时,各分量的幅值为零。

下面分别讨论不同脉宽  $\tau$  和不同周期  $T$  两种情况下周期矩形脉冲信号频谱的变化规律。

(1) 设脉冲宽度  $\tau$  不变,而  $T_1 = 2$  和  $T_2 = 4$

当  $T_1 = 2$  时周期矩形脉冲的谐波的复振幅为

$$c_k^{j\pi} = \frac{U}{2} \frac{\sin(k/2)}{k/2}$$

取  $k = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$ , 可得  $c_0 = 0.5U$ ,  $c_{\pm 1} = 0.318U \dots$ 。其复频谱如图 14-1-2(a) 所示。由于这里的复振幅均为正、负实数,各次谐波的幅值和初相角由复频谱很容易得到。

当  $T_2 = 4$  时,复振幅为

$$c_k^{j\pi} = \frac{U}{4} \frac{\sin \frac{k}{4}}{\frac{k}{4}}$$

图 14-1-2 不同周期、不同脉冲宽度下周期性矩形脉冲的频谱

$$(a) T_1 = 2 ; \quad (b) T_2 = 4 ; \quad (c) = \frac{T_1}{4}$$

取  $k = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$ , 得  $c_0 = 0.25U$ ,  $c_{\pm 1} = 0.225U$ ,  $c_{\pm 2} = 0.159U$  ... , 其复频谱如图 14-1-2(b) 所示。

由图 14-1-2(a) 和图 14-1-2(b) 看出, 当脉冲宽度  $\tau$  不变, 而周期  $T$  增大时, 频谱包络线零值的位置不变 ( $\omega = 2n\pi / T$ ), 但相邻谱线的间隔变密, 幅度频谱的谱线长度减小。

(2) 设周期矩形脉冲的周期  $T_1$  不变, 而脉冲宽度由  $\tau = T_1/2$  变为  $\tau = T_1/4$ 。显然由于周期  $T_1$  不变, 基波频率也不变, 即频谱谱线间隔也不改变, 仅是频谱幅度相应减小, 频谱包络线过零点的频率  $\omega = 2n\pi / T_1$  增高。  $\tau = T_1/4$  时的复频谱如图 14-1-2(c) 所示。

## 14.2 非周期性时间函数的谐波分析 ——傅里叶积分变换

本节要研究非周期性时间函数的谐波分析。

前一节里得到了周期性时间函数的傅里叶级数和它的离散频谱。与此类似, 还可以对非周期性时间函数作谐波分析, 并得出它们的频谱。这样的分析在概念上和应用上都与傅里叶级数的分析非常相似。下面从上一节所得的傅里叶级数导出非周期性时间函数的谐波分析公式, 即傅里叶积分。

设周期性时间函数  $f(t)$ , 它的周期为  $T$ 。它的傅里叶级数的指数形式为

$$f(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} c_k e^{jk\omega_0 t} \quad (14-2-1)$$

式中

$$\omega_0 = \frac{2\pi}{T}$$

$$c_k = \frac{1}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} f(t) e^{-jk\omega_0 t} dt$$

将上式等号两边分别乘以周期  $T$ , 得

$$c_k T = \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} f(t) e^{-jk_0 t} dt \quad (14-2-2)$$

令上式等号左边项

$$c_k T = c_k \int_0^2 \stackrel{\text{def}}{=} F(jk_0) \quad (14-2-3)$$

则式(14-2-2)可改写为

$$F(jk_0) = \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} f(t) e^{-jk_0 t} dt \quad (14-2-4)$$

现在令  $T \rightarrow \infty$ , 则基波的角频率  $k_0$  趋于无穷小, 可用微分来表示  $k_0$ , 即有  $k_0 = \omega$ 。而谐波的角频率  $k_0$ , 当  $k$  取遍由  $-\infty$  至  $\infty$  间整数数值时,  $k_0$  便取遍由  $-\infty$  至  $\infty$  间的任何角频率值, 就成为连续变量, 即  $k_0 \rightarrow \omega$ 。

将上面极限情况应用于式(14-2-4), 可得

$$F(j\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t) e^{-j\omega t} dt \quad (14-2-5)$$

将式(14-2-3)代入式(14-2-1)中, 可得

$$\begin{aligned} f(t) &= \sum_{k=-\infty}^{\infty} \frac{F(jk_0)}{T} e^{jk_0 t} \\ &= \frac{1}{2} \sum_{k=-\infty}^{\infty} F(jk_0) e^{jk_0 t} \end{aligned}$$

当  $k_0 \rightarrow \omega$ , 上面求和式的极限便成为下面的对  $\omega$  的积分

$$f(t) = \frac{1}{2} \int_{-\infty}^{\infty} F(j\omega) e^{j\omega t} d\omega \quad (14-2-6)$$

式(14-2-5)称为  $f(t)$  的傅里叶正变换, 常用符号  $F[f(t)]$  来表示, 即

$$F[f(t)] = F(j\omega)$$

式(14-2-6)称为  $F(j\omega)$  的傅里叶反变换, 常用符号  $F^{-1}[F(j\omega)]$  表示, 即

$$F^{-1}[F(j\omega)] = f(t)$$

式(14-2-5)和式(14-2-6)称为傅里叶变换对。

式(14-2-6)是将非周期信号  $f(t)$  表示成频率从  $-\infty$  到  $+\infty$  各指数函数分量(谐波)的和。式中  $\frac{1}{2}F(j\omega)d\omega$  是角频率为  $\omega$  的谐波的幅值。而  $F(j\omega)$  则是单位频带宽度内谐波的复振幅, 或者说是谐波的(复)振幅在  $\omega$  轴上的分布密度。它随  $\omega$  的改变而改变, 表明不同频率谐波振幅密度的分布, 因此, 称  $F(j\omega)$  为非周期信号的频谱密度。频谱密度是连续变量  $\omega$  的函数。

频谱密度函数  $F(j\omega)$  可写为

$$F(j\omega) = |F(j\omega)| e^{j\varphi(\omega)}$$

其中  $|F(j\omega)|$  是  $F(j\omega)$  的模, 代表信号谐波振幅密度的分布; 而  $\varphi(\omega)$  是  $F(j\omega)$  的辐角, 代表信号  $f(t)$  中各频率分量的相位。习惯上把  $|F(j\omega)|$  和  $\varphi(\omega)$  分别称为非周期信号的幅度频谱函数和相位频谱函数。式(14-2-5)可写成

$$\begin{aligned} F(j\omega) &= \int_{-\infty}^{+\infty} f(t)e^{-j\omega t} dt \\ &= \int_{-\infty}^{+\infty} f(t)\cos\omega t dt - j \int_{-\infty}^{+\infty} f(t)\sin\omega t dt \\ &= a(\omega) - jb(\omega) \\ &= |F(j\omega)| e^{j\varphi(\omega)} \end{aligned}$$

则有

$$\begin{aligned} |F(j\omega)| &= \sqrt{a^2(\omega) + b^2(\omega)} \\ \varphi(\omega) &= \arctg \frac{-b(\omega)}{a(\omega)} \end{aligned}$$

显而易见, 幅度频谱是  $\omega$  的偶函数, 而相位频谱是  $\omega$  的奇函数。

例 14-2 求  $f(t)$  的频谱密度函数。

$$f(t) = \begin{cases} Ae^{-\lambda t} & t > 0, \lambda > 0 \\ 0 & t < 0 \end{cases}$$

解 由傅里叶正变换式(14-2-5), 得

$$\begin{aligned}
 F(j\omega) &= \int_0^{\infty} f(t)e^{-j\omega t} dt \\
 &= \int_0^{\infty} Ae^{-\alpha t} e^{-j\omega t} dt \\
 &= \int_0^{\infty} Ae^{-(\alpha + j\omega)t} dt \\
 &= \left. \frac{-A}{\alpha + j\omega} e^{-(\alpha + j\omega)t} \right|_0^{\infty} \\
 &= \frac{A}{\alpha + j\omega}
 \end{aligned}$$

由此可得幅频函数

$$|F(j\omega)| = \left| \frac{A}{\alpha + j\omega} \right| = \frac{A}{\sqrt{\alpha^2 + \omega^2}}$$

图 14-2-1  $Ae^{-\alpha t}$ 函数的幅度频谱和相位频谱

(a) 幅度频谱; (b) 相位频谱

相频函数

$$\phi(\omega) = -\arctan \frac{\omega}{\alpha}$$

以上的幅度频谱和相位频谱分别如图 14-2-1(a)和(b)所示。

例 14-3 求图 14-2-2 所示单个矩形脉冲函数的频谱函数。

解 由傅里叶正变换式(14-2-5), 得

$$\begin{aligned}
 F(j\omega) &= \int_{-\infty}^{\infty} f(t)e^{-j\omega t} dt \\
 &= U \int_{-\frac{\tau}{2}}^{\frac{\tau}{2}} e^{-j\omega t} dt \\
 &= -\frac{U}{j} e^{-j\omega t} \Big|_{-\frac{\tau}{2}}^{\frac{\tau}{2}} \\
 &= U \frac{\sin \frac{\omega\tau}{2}}{\frac{\omega}{2}}
 \end{aligned}$$

图 14-2-2 单个矩形脉冲函数

其频谱如图 14-2-3 所示。它的形状与例 14-1 周期矩形脉冲信号的频谱的包络线相同,只不过在非周期信号情形下,其频谱是连续

图 14-2-3 单个矩形脉冲的频谱

(a) 幅度频谱; (b) 相位频谱