

电路原理. 下册

周守昌 主编

高等教育出版社

内容提要

《电路原理》(第2版)是2003年公布的“高等教育百门精品课程教材建设计划”中的精品项目,是1999年出版的面向21世纪课程教材的修订版,是重庆大学电路课程多年教学经验的结晶。

下册的具体内容为:网络图论、网络方程的矩阵形式、网络的状态方程、二端口网络、均匀传输线的正弦稳态响应、无损耗均匀传输线的波过程。为配合本书的使用,同步推出本书的配套教学指导书——《电路原理(第2版)教学指导书》。

本书可供普通高等学校电气信息、电子信息专业作为电路课程的教材使用,也可供有关科技人员参考。

图书在版编目(CIP)数据

电路原理.下册/周守昌主编.—2版.—北京:高等教育出版社,2004.7

ISBN 7-04-014532-4

.电... .周... .电路理论-高等学校-教材 . TM13

中国版本图书馆CIP数据核字(2004)第049078号

策划编辑 刘激扬 责任编辑 刘素馨 封面设计 刘晓翔
版式设计 胡志萍 责任绘图 朱静 责任校对 张颖
责任印制

出版发行	高等教育出版社	购书热线	010-64054588
社 址	北京市西城区德外大街4号	免费咨询	800-810-0598
邮政编码	100011	网 址	http://www.hep.edu.cn
总 机	010-82028899		http://www.hep.com.cn

经 销 新华书店北京发行所
印 刷

开 本	787×960 1/16	版 次	1999年9月第1版 年 月第2版
印 张	11.25	印 次	年 月第 次印刷
字 数	200 000	定 价	13.50元

本书如有缺页、倒页、脱页等质量问题,请到所购图书销售部门联系调换。

版权所有 侵权必究

第2版序言

本书第1版自1999年9月出版以来，上、下册分别印刷了4次和3次，上册总印数为27 000余册，下册总印数为18 000余册。经过四个学年教学实践的检验，深感本书还存在一些不足之处。为了进一步提高教材质量，我们决定在保持原有特色的前提下，对本书就下述诸方面予以修订。

(1) 改进教材内容的讲述。例如对运算放大器模型的讲述，由原书先讲理想模型后讲有限增益模型，改变成先讲有限增益模型后讲理想模型。有限增益模型的转移特性是实际运算放大器转移特性的分段线性近似，而理想模型的转移特性则是实际运算放大器转移特性的理想分段线性近似，是有限增益模型转移特性的线性区域趋近于输出电压坐标轴的极限情况。把理想模型和有限增益模型的讲述次序颠倒过来，符合由接近实际的模型到理想极限情况渐进的过渡原则，便于读者接受理想模型。此外，改写了三相电源相序仪的讲述，改写了状态方程的复频域解法中的一道例题。对其余的改动面不大之处不再一一列举。

(2) 在不过分增大篇幅的前提下，根据需要适当补充教材内容。例如在支路分析法一节末，以脚注的形式补充了2b法。为了体现本书主要适用于电气信息类专业的编写宗旨，增强三相电路的教材内容，把三相电路作为专章，补充了例题和习题；又在非正弦周期电流电路一章末补充了对称三相电路中的高次谐波一节，并选配了相关的习题。在非正弦周期电流和电压的有效值及电路的平均功率一节末，顺便补充了非正弦周期电流电路的功率因数的概念并举例计算。在拉普拉斯变换的基本性质一节中补充了初值定理与终值定理，并选配了相关的习题。在原对偶网络一节末，补充了对偶原理并改变该节的标题。

(3) 删节一些可有可无的内容或文字叙述。例如在状态方程的复频域解法一节中，删去了有关转移函数矩阵的内容；删去了上册附录中的分段线性处理法和一阶分段线性电路两节以及下册附录全部内容。此外，还删去了分散在有关章节中的对偶性讲述。

(4) 订正原书第二次印刷以后版面上的错误约计有100余处。对个别字句的修改则未予统计。

本书虽经修订，但疏漏、欠缺乃至错误之处仍在所难免，欢迎同行专家和广大读者批评指正。

本书上册修订初稿第一、二、八章由周守昌提供，第三、四、五、六、七

章由谢品芳提供，第九、十章由李盛才提供，附录由彭扬烈提供。本书下册修订初稿第一、二、四章由彭扬烈提供，第三章由谢品芳提供，第五、六章由周守昌提供。此外，周守昌负责提出修订方案、统稿、修改定稿和全书索引的编写工作，谢品芳负责书稿打印等工作。

本书送审稿承蒙清华大学江缉光教授仔细审阅，提出了许多中肯的宝贵意见。本书的立项和出版得到了重庆大学和校电气工程学院以及电工理论与新技术系的大力支持和资助。在此一并表示衷心的感谢。

周守昌

2003年9月

第 1 版序言

本书于 1997 年经原国家教委批准为国家教委“九五”重点教材（现更名为教育部“九五”重点教材），1998 年又经教育部批准为面向 21 世纪课程教材。

本书的编写大纲是根据我们在“九五”重点教材立项申请书中提出的立项目标来制订的。其基本指导思想是：本着当前高等学校教育改革中注重素质培养和能力培养的精神，加强基础，拓宽专业的原则，21 世纪对电气信息类专业人才的要求，处理好教材内容的体系、深度和广度，既要重视教材内容的先进性，又要特别注意教学适用性。

本书的前身是江泽佳主编，周守昌、吴宁、彭扬烈修订的《电路原理》（第三版）。本着“承前启后，继往开来”，肯定 20 年来我们所积累的好的教学经验和教材编写经验，并予以发扬光大的精神，凡经教学实践证明是成功的、切实可行的教学内容，不轻易改动。但全部教材必须重新组织，调整体系，进行增删、更新，提高科学水平，以适应本书的编写思路，满足本书的要求。

在上述思想指导下所形成的本书的主要特色可概述如下：

本书的内容尽量按模块式结构原则进行编排，以便教师根据各校各专业的要求取舍内容，组织教学。首先，我们把全书分为两册出版，即《电路原理》上册和下册，但两册内容划分原则与过去不同，二者相对独立而又有密切联系，相互呼应。《电路原理》上册为必修教材，其内容能够满足原国家教委 1995 年颁布的电路课程教学基本要求。作为必修教材，特别注重教学适用性，同时也纳入了少量反映近代电路理论的内容，并在传统内容中贯穿了近代电路理论的观点。但因受篇幅的限制，为避免不必要的重复，对反映近代电路理论的主要内容，原则上纳入作为选修教材的《电路原理》下册，作较系统、完整和深入的介绍。《电路原理》下册的内容在深广度上既保持了教材的先进性，又注意到处理好先进性与教学适用性这一对矛盾之间的关系，使之在总体上能为广大读者所接受。

在《电路原理》上册中，作为附录的非线性电路包含着一些小的模块，可供教师选用，安排在适当的章节讲授。这样，在教材编排上不影响主要内容——线性电路理论较强的系统性。《电路原理》下册中的状态方程、二端口网络、均匀传输线的正弦稳态响应、无损耗均匀传输线的波过程，以及作为附录的状态空间和状态轨迹等也是一些小的模块，可作适当取舍。

此外，为了进一步增进教学适用性，本书在编写过程中，既保持了充实的内容，又注意到了删繁就简。同时，把精品意识贯穿到逐章逐节的编写中去，力争使全部教材不仅具有合理的科学体系，而且具有重点突出，深入浅出，便于自学等特点。

纵然如此，本书因受编者科学水平和教学水平的限制，谅也必有所失，恳请同行专家和广大读者批评指正。

《电路原理》上册初稿第一、二章由周守昌执笔，第三、四章由谢品芳执笔，第五、六章由周维维执笔，第七章由贺兴柏执笔，第八、九章由李盛才执笔，附录由彭扬烈执笔。《电路原理》下册初稿第一、二、四章和附录由彭扬烈执笔，第三章由谢品芳执笔，第五、六章由贺兴柏执笔。此外，周守昌负责起草全书编写大纲、统稿、修改定稿和全书索引的编写工作，谢品芳负责绘图和书稿打印的组织工作。

本书送审稿承蒙清华大学江缉光教授、陆文娟教授仔细审阅，提出了许多宝贵意见。本书的立项和出版得到了教育部、高等教育出版社、重庆大学和该校电气工程学院以及原电工原理教研室的大力支持和资助。谨在此一并表示衷心的感谢。

本书编者深知，如果没有江泽佳主编的《电路原理》第一版至第三版，就不可能有本书的问世。因此，我们要对这三个版本教材的所有编者，特别是主编江泽佳教授，表示深切的感谢。

最后，我们还要感谢为打印书稿和绘图付出了辛勤劳动的同志们以及所有支持本书出版工作的其他同志。

周守昌
1998年11月

目 录

第一章 网络图论	1
§1 - 1 网络的图	1
§1 - 2 树和树余·树支和连支	3
§1 - 3 割集	6
§1 - 4 图的基本回路数和基本割集数	7
§1 - 5 关联矩阵	9
§1 - 6 基本割集矩阵	11
§1 - 7 基本回路矩阵	12
§1 - 8 矩阵 \mathbf{Q} 与矩阵 \mathbf{B} 之间的关系	13
§1 - 9 对偶图	16
习题	19
第二章 网络方程的矩阵形式	21
§2 - 1 用关联矩阵 \mathbf{A} 表示的基尔霍夫定律的矩阵形式	21
§2 - 2 用基本割集矩阵 \mathbf{Q} 表示的基尔霍夫定律的矩阵形式	23
§2 - 3 用基本回路矩阵 \mathbf{B} 表示的基尔霍夫定律的矩阵形式	24
§2 - 4 用支路阻抗矩阵表示的支路方程的矩阵形式	26
§2 - 5 用支路导纳矩阵表示的支路方程的矩阵形式	30
§2 - 6 节点方程的矩阵形式·节点分析法	33
§2 - 7 割集方程的矩阵形式·割集分析法	39
§2 - 8 回路方程的矩阵形式·回路分析法	44
§2 - 9 对偶网络·对偶原理	48
习题	51
第三章 网络的状态方程	56
§3 - 1 网络的状态和状态变量	56
§3 - 2 状态方程和输出方程	57
§3 - 3 线性常态网络状态方程的建立	61
§3 - 4 状态方程的复频域解法	65
习题	70
第四章 二端口网络	75
§4 - 1 概述	75

目 录

§4 - 2	二端口网络的开路阻抗矩阵	77
§4 - 3	二端口网络的短路导纳矩阵	80
§4 - 4	二端口网络的混合参数矩阵	83
§4 - 5	二端口网络的传输参数矩阵	85
§4 - 6	二端口网络不同参数矩阵的互换	88
§4 - 7	二端口网络的互易条件和对称条件	90
§4 - 8	二端口网络的等效模型	94
§4 - 9	二端口网络的联接	96
§4 - 10	有载二端口网络	100
§4 - 11	回转器	105
§4 - 12	负阻抗变换器	108
习题	111
第五章	均匀传输线的正弦稳态响应	117
§5 - 1	均匀传输线及其微分方程	117
§5 - 2	均匀传输线方程的正弦稳态解	119
§5 - 3	行波及均匀传输线的传播特性	125
§5 - 4	波的反射与终端匹配的均匀传输线	131
§5 - 5	无损耗线·驻波	134
习题	143
第六章	无损耗均匀传输线的波过程	146
§6 - 1	无损耗均匀传输线方程的通解	146
§6 - 2	无损耗均匀传输线在始端电压激励下的波过程	150
§6 - 3	波的反射与折射	154
习题	162
部分习题答案	163
主要参考书目	166
索引	167

第一章 网络图论

图论是数学领域的一个重要分支，是研究自然科学、工程技术、经济管理以及社会问题的一个重要工具。网络图论是图论在网络理论中的应用。现代大型复杂网络的分析计算，都是借助于电子计算机进行的，要将网络结构的信息送入计算机就需要借用网络图论的知识。

本章主要介绍网络图论的基本知识。这是学习本书第二章和第三章的基础。

§ 1 - 1 网络的图

在电路原理（上册）中介绍特勒根定理时，曾对网络的图作了粗浅介绍，下面将进行系统讨论。

对于任何一个由集中参数元件组成的网络 N ，如果暂时撇开元件的性质，只考虑元件之间的联接情况，可将网络中的每一个元件（即支路）用一条线段代替（线段长、短、曲、直不论），并仍称之为支路；将每一个元件的端点或若干个元件相联接的点（即节点）用一个圆点表示，并仍称之为节点。如此得到的一个点、线的集合，称为网络 N 的图或线性图，用符号 G 代表。

图 1 - 1 - 1 (a) 表示一个无源网络 N_1 和它的图 G_1 。

对于网络中的独立源和受控源，除了可以单独作为一条支路处理外，也可采用下述方法处理：将电压源（含受控电压源）连同串联的无源元件作为网络的一条复合支路，在图 G 中用一条支路表示；将电流源（含受控电流源）连同并联的无源元件作为网络的一条复合支路，在图 G 中也用一条支路表示。网络中由无源元件、电压源、电流源串并联组成的部分也可作为一条复合支路，在图 G 中用一条支路表示。图 1 - 1 - 1 (b) 所示网络 N_2 的图 G_2 就是按这种方法处理的。本章对于独立源和受控源均采用上述复合支路处理法。

根据网络的图的定义和绘制原则，网络的图只表明网络中各支路的联接情况，而不涉及元件的性质。因此，可以说网络的图只是用以表示网络的几何结构（或拓扑结构）的图形。此外，网络的图中的支路和节点与相应网络中的支路和节点是一一对应的。

应当指出，网络中的互感表示存在于耦合电感元件之间的磁耦合关系，从属于元件的性质，而不从属于网络的几何性质，因此，在反映网络各支路联接

情况的图中不予表现。

在网络分析中，一般都要规定网络各支路电流、电压的参考方向。在网络的图中也可规定各支路的参考方向。标明各支路参考方向的图称为有向图。图 1 - 1 - 1 (b) 中的 G_2 就是有向图。为了分析方便起见，有向图中每一支路的参考方向均取为与网络中相应支路一致的参考方向。

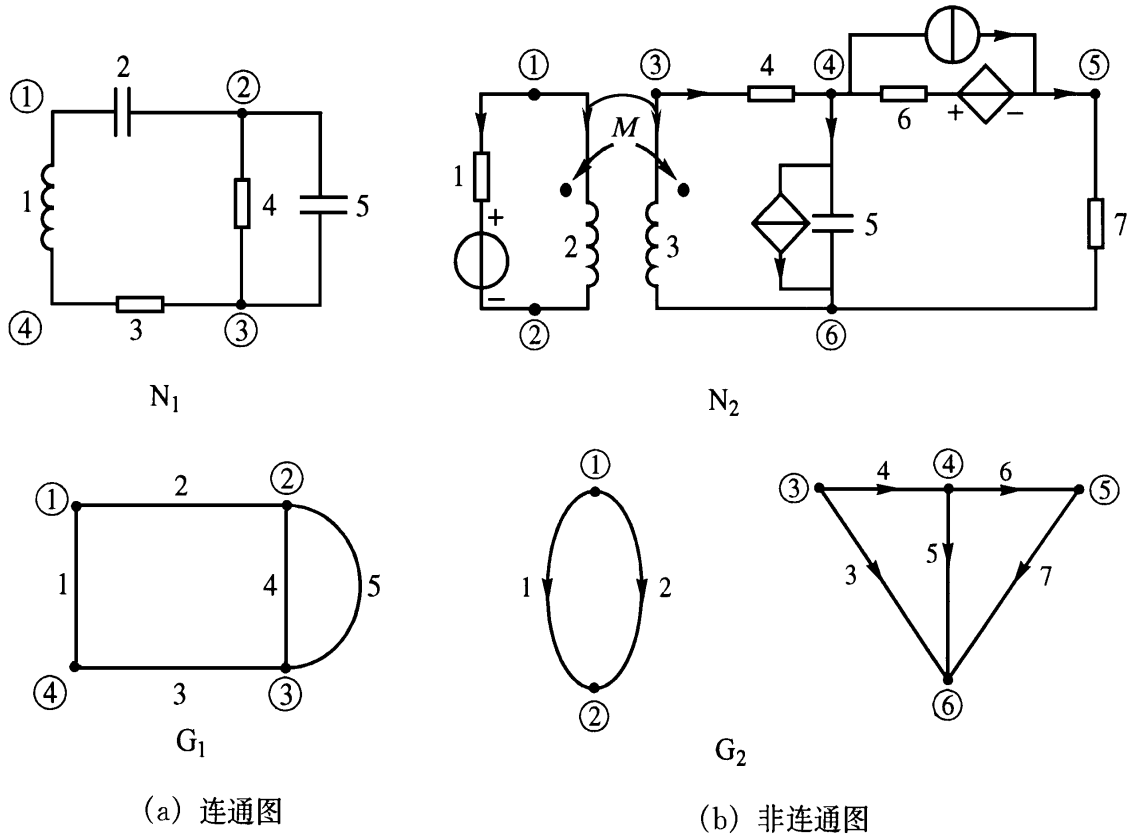


图 1 - 1 - 1 网络及网络的图

图 1 - 1 - 2 中，如果图 G_a 中的每一个节点和支路都是图 G 中的节点和支路，即图 G_a 是图 G 的一部分，则 G_a 称为 G 的子图 (subgraph)。图 1 - 1 - 2 中的 G_a 、 G_b 、 G_c 都是 G 的子图。如果图 G 的子图 G_a 和 G_b 包含了 G 的所有支路和节点，而且 G_a 和 G_b 又没有公共的支路，则 G_a 和 G_b 互为补图 (complement subgraph)。图 1 - 1 - 2 中， G_a 是 G_b 的补图， G_b 也是 G_a 的补图。

由 m 条不同的支路和 $m + 1$ 个不同的节点依次联接成的一条通路称为路径 (path)。如图 1 - 1 - 2 的 G 中，支路 1、3、6 即构成一条路径，节点 1 和节点 6 是此路径的始端节点和终端节点，节点 2 和节点 3 为中间节点，此路径包括的支路数 $m = 3$ ，节点数 $m + 1 = 4$ 。

如果路径的始端节点和终端节点重合，这样的路径称为回路。在图 1 - 1 - 2 的 G 中，支路 1、2、3 构成一个回路，支路 1、4、5 也构成一个回路。

在图 G 中，如果任意两个节点之间至少有一条路径存在，则此图称为连通图 (connected graph)，否则就称为非连通图 (disconnected graph)。图 1 - 1 - 1 中的 G_1 是连通图， G_2 是非连通图。本书主要讨论连通图。

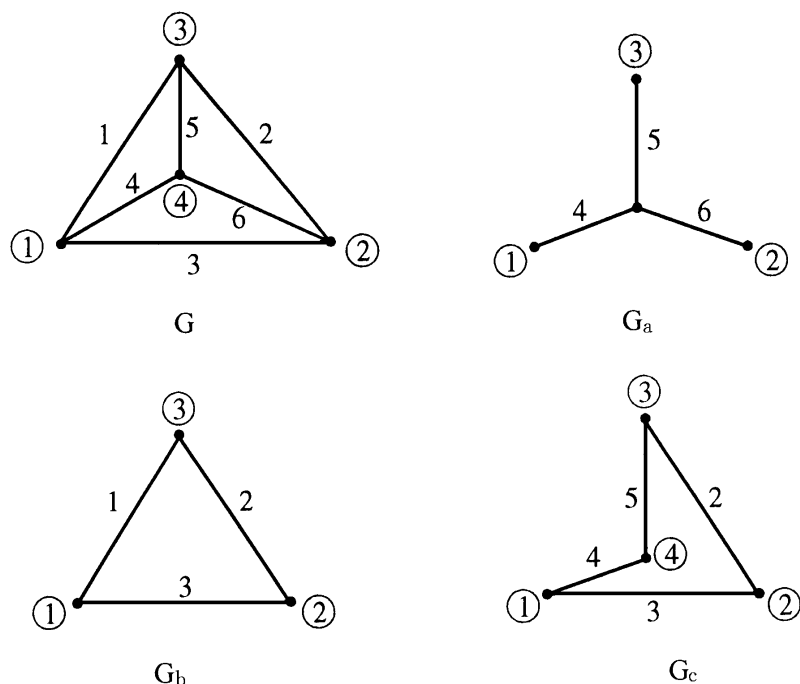
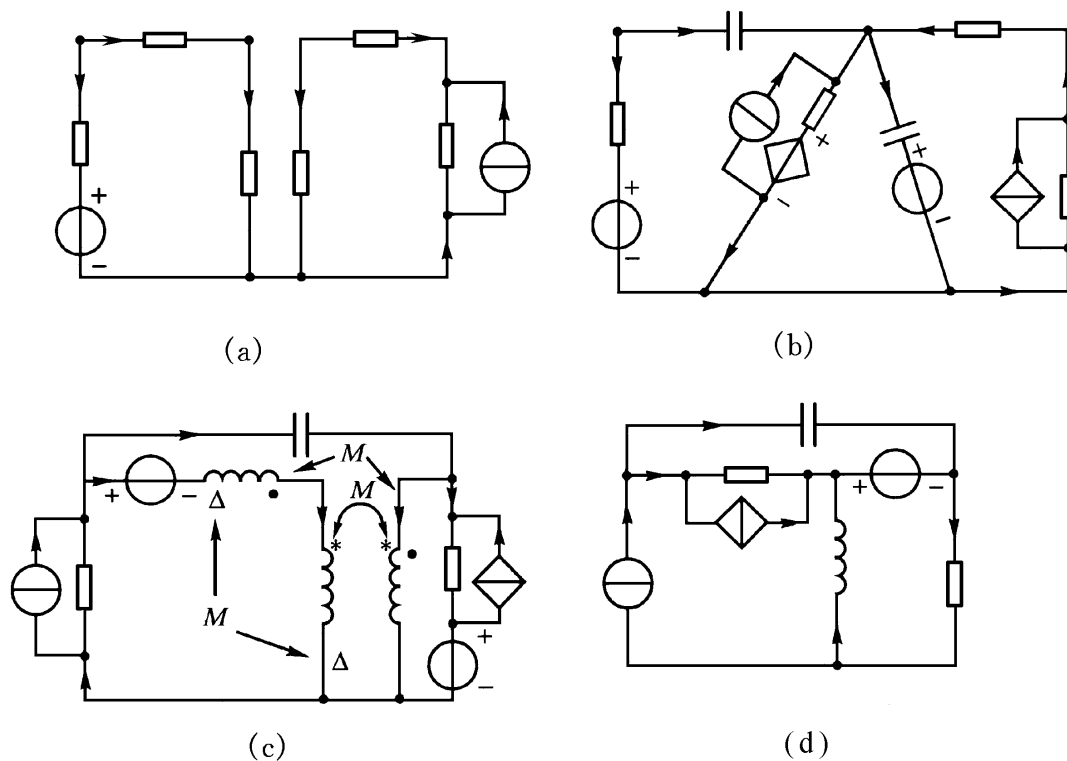


图 1 - 1 - 2 图及其子图与补图

练习题

1 - 1 - 1 绘出题 1 - 1 - 1 图所示电路的有向图。



题 1 - 1 - 1 图

§ 1 - 2 树和树余·树枝和连支

任一连通图 G 中符合下列三个条件的子图称为 G 的树 (tree), 用 T 表示。

- (1) 该子图也是一个连通图;

- (2) 该子图中包含了连通图 G 的全部节点；
 (3) 该子图中不包含任何回路。

例如图 1 - 2 - 1 (b)、(c)、(d) 所示子图 T_1 、 T_2 、 T_3 ，都是图 1 - 2 - 1 (a) 的连通图 G 的树。它们都满足以上三个条件。但图 1 - 2 - 1 (e)、(f)、(g) 所示子图则不是 G 的树，因为图 1 - 2 - 1 (e) 是不连通的，图 1 - 2 - 1 (f) 没有包含 G 的全部节点，图 1 - 2 - 1 (g) 含有回路。

连通图中与树互补的子图称为树余 (cotree)。与图 1 - 2 - 1 (b)、(d) 的树 T_1 、 T_3 对应的树余分别表示在图 1 - 2 - 2 (a)、(b) 中。由此可知：树余可以含有回路，可以不包含 G 的全部节点，可以是不连通的。

树中的支路称为树枝 (tree branch)，树余中的支路称为连支 (link)。对树 T_1 [图 1 - 2 - 1 (b)] 而言，图 1 - 2 - 1 (a) 所示连通图 G 中的支路 1、2、3、4、5 为树枝，支路 6、7、8、9 为连支。

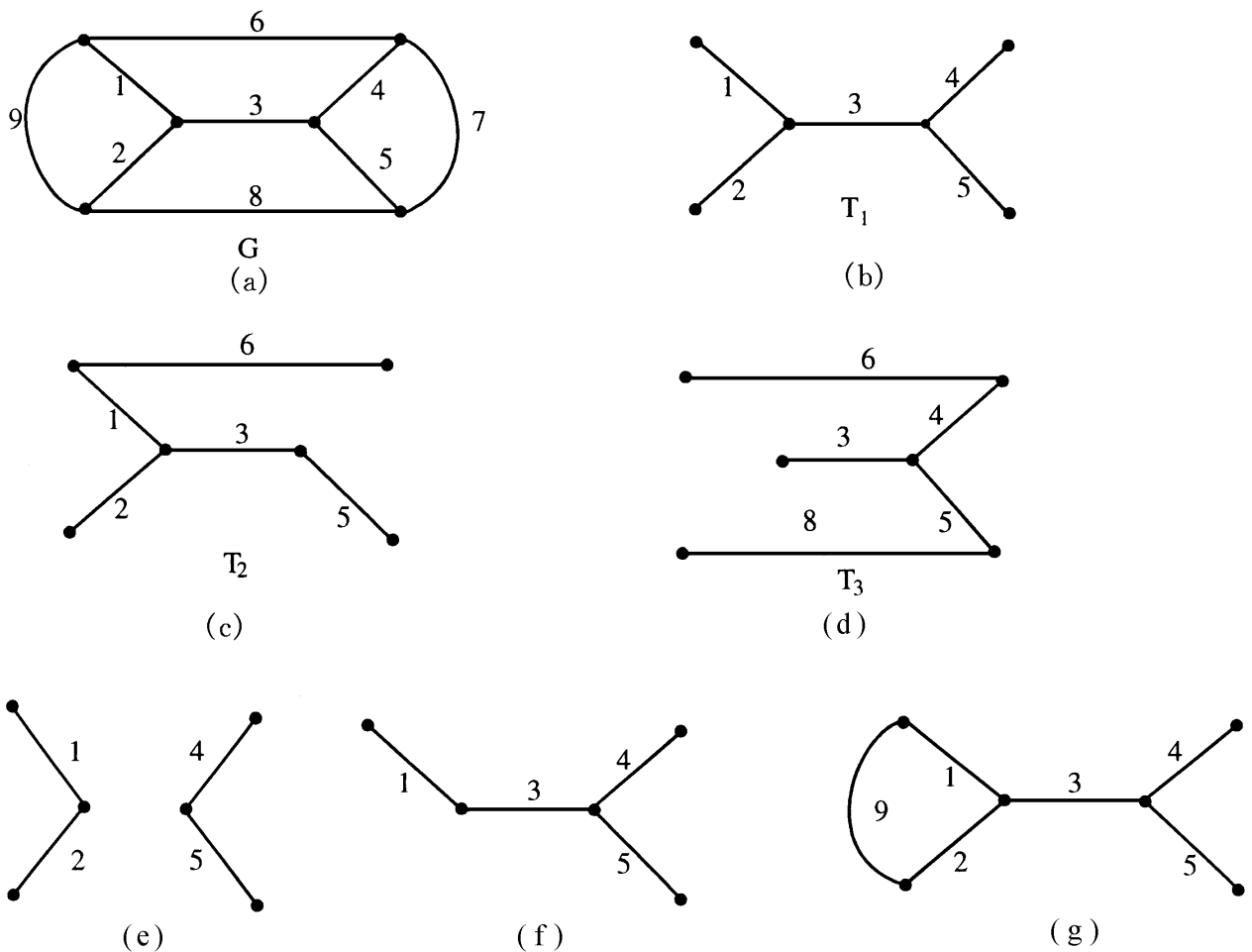


图 1 - 2 - 1 说明树的图

根据树的定义可知：

(1) 树中任意两个节点之间只可能有一条路径。如若不然，势必构成回路，而与树的定义不符。

既然树中任意两节点之间只有一条路径，那么，割断任一树枝，必使树的全部节点被分割为相互分离的两组，而每一组节点仍然是连通的。

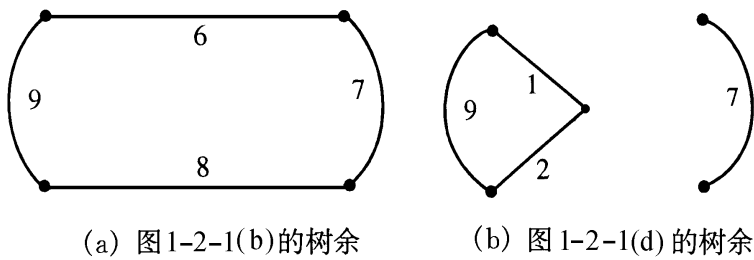


图 1 - 2 - 2 图 1 - 2 - 1 中树 T_1 和 T_3 的树余

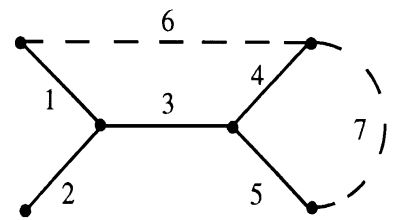


图 1 - 2 - 3 说明基本回路的图

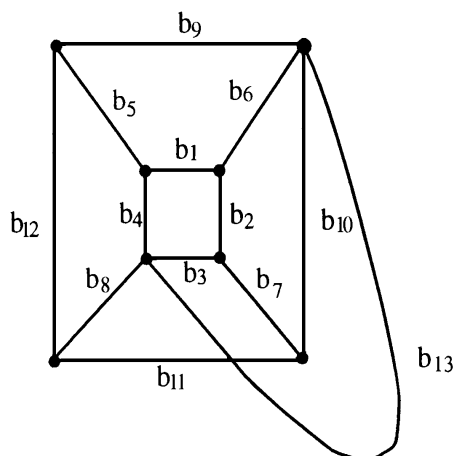
树支路径构成回路。这种只包含一条连支的回路叫做基本回路 (fundamental loop)。由每一连支决定的基本回路是惟一的，否则树中必有回路，从而违反树的定义。例如在图 1 - 2 - 1 (b) 中增加连支 6，(见图 1 - 2 - 3，图中实线为树支，虚线为连支)，则连支 6 与树支 1、3、4 构成一个基本回路。显然，连支 6 决不会再与另外的树支构成第二个基本回路。又如连支 7 也只能与树支 4、5 构成一个基本回路。

任一连通图 G 中可以选出许多种不同的树。但树一经选定之后，图 G 的所有支路中，哪些是树支，哪些是连支，就完全确定了。一棵树中的树支支路，对另一棵树则可能是连支。

练习题

1 - 2 - 1 题 1 - 2 - 1 图为某网络的图，试判断下列各支路集中，哪些支路集可以构成一棵树，哪些支路集为对应于某一棵树的树余，并绘出该树的图。

- (1) 支路 $b_5, b_1, b_6, b_{13}, b_8, b_{11}, b_7$;
- (2) 支路 $b_2, b_4, b_6, b_{11}, b_{12}, b_{13}$;
- (3) 支路 $b_2, b_3, b_7, b_5, b_9, b_{12}, b_{13}$;
- (4) 支路 $b_2, b_4, b_5, b_7, b_8, b_9, b_{13}$ 。



题 1 - 2 - 1 图

§ 1 - 3 割 集

任一连通图 G 中，符合下列两个条件的支路集称为图 G 的割集 (cut set)，用符号 $C_k (a, b, \dots)$ 表示 (括号内 a, b, \dots 表示属于该支路集的支路编号)：

(1) 该支路集中的所有支路被移去 (但所有节点予以保留) 后，原连通图留下的图形将是两个彼此分离而又各自连通的子图；

(2) 该支路集中，当保留任一支路，而将其余的所有支路移去后，原连通图留下的图形仍然是连通的。

条件 (2) 表明，割集是满足条件 (1) 的为数最少的支路的集合。

在图 1 - 3 - 1 所示的连通图中，支路集合 $C_1 (3, 6, 8)$ 和 $C_2 (4, 5, 6, 8)$ 都是割集。它们都满足以上两个条件。但支路集合 $\{3, 6, 5, 8, 7\}$ 和 $\{3, 6, 2, 8\}$ 则不是割集。因为把支路集 $\{3, 6, 5, 8, 7\}$ 移去后，原连通图被分离为三个 (而不是两个) 不连通的子图，这与作为割集的条件 (1) 不符；把支路集合 $\{3, 6, 2, 8\}$ 中的支路 2 保留下来，而只移去其余三条支路，留下的图形仍被分离为两个非连通的子图，这与作为割集的条件 (2) 不符。

对于具有 s 个分离部分的非连通图，符合下列条件的支路集称为割集：

(1) 该支路集中的所有支路被移去 (但所有节点予以保留) 后，原非连通图留下的图形将具有 $s+1$ 个分离部分；

(2) 该支路集中，当保留任一支路，而将其余的所有支路移去后，原非连通图留下的图形仍然只具有 s 个分离部分。

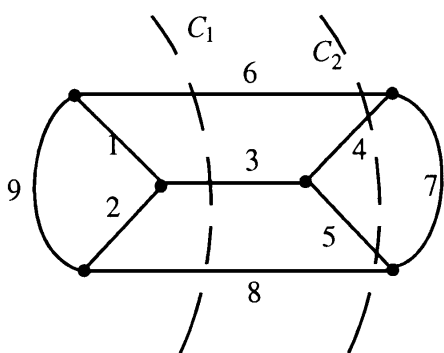


图 1 - 3 - 1 说明割集的图

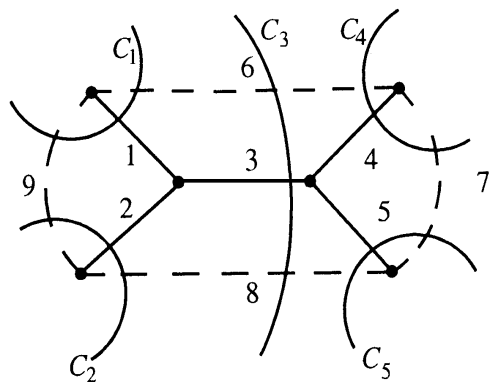


图 1 - 3 - 2 说明基本割集的图

在图 1 - 3 - 2 所示连通图中，实线表示树支，虚线表示连支。根据树的定义，每一树支必定可以和若干连支一道构成一个割集。例如树支 1 与连支 6、

这种子图也可以是一个孤立节点。

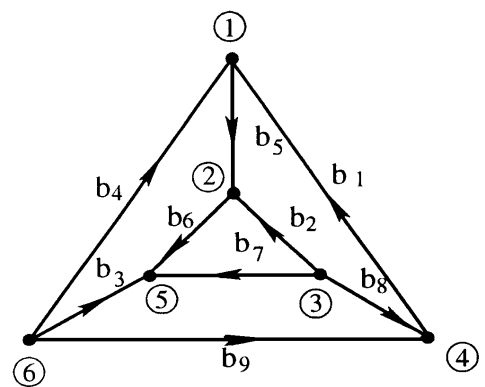
9 构成割集 C_1 (1, 6, 9), 其他树支与相应连支构成的割集分别为 C_2 (2, 8, 9), C_3 (3, 6, 8), C_4 (4, 6, 7), C_5 (5, 7, 8)。这种只包含一条树支的割集称为基本割集 (fundamental cut set)。不难看出, 每一树支只能与其所属各基本回路中的连支一道构成一个基本割集, 而不可能与其他连支一道构成基本割集。因此, 由每一树支决定的基本割集是惟一的。

最后必须指出, 对任一较复杂的连通图 G , 可以选出很多个回路和割集。但树一经选定, 连通图中的基本回路和基本割集就完全确定了。下节将证明, 对任一连通图, 其基本割集数和基本回路数是完全确定的, 而与树的选择无关。

练习题

1 - 3 - 1 在题 1 - 3 - 1 图所示某网络的图中, 指出下列支路集中哪些是割集, 哪些不是割集:

- (1) b_4, b_5, b_8, b_9 ;
- (2) b_4, b_6, b_7, b_1 ;
- (3) b_4, b_6, b_7, b_8, b_1 ;
- (4) b_4, b_3, b_9 ;
- (5) b_1, b_6, b_3, b_9 。



题 1 - 3 - 1 图

§ 1 - 4 图的基本回路数和基本割集数

一个节点数为 $n_t = n + 1$ 支路数为 b 的连通图 G , 无论如何选树, 恒具有 n 个基本割集和 $b - n$ 个基本回路。现证明如下:

设想将连通图 G 的 b 条支路全部去掉, 但原有的 n_t 个节点全部保留。为了形成 G 的一棵树, 先用一条支路连接其中的两个节点; 以后每增加一条支路, 便可多连通一个节点。依此类推, 把 $n_t = n + 1$ 个节点全部连通以构成一棵树时, 显然至少需要 n 条支路。若支路数多于 n , 则必形成回路, 而不成其为树。例如图 1 - 4 - 1 中, $n_t = 6$, 按上述方法, 把 6 个节点全部连通, 需要 $n = 6 - 1 = 5$ 条支路 (一种连通方式如图中实线所示)。若在任意两个节点, 譬如节点 和节点 之间再增加一条支路 x , 则支路 3、4、 x 将形成一个回路。因此, 无论按照什么方式, 把图中全部节点连通, 而又不形成回路, 至少

需要而且只需要 $n = n_t - 1$ 条支路。如此形成的 G 的子图，正是一棵树。故含有 $n_t = n + 1$ 个节点的连通图的树支数恒等于 n 。由此可见，树是连通全部节点所需要的为数最少的支路的集合。或者说，树是用最少的支路把全部节点连接起来所形成的一个子图。

因为每一树支必定可以和若干连支一道组成一个基本割集，所以，具有 $n_t = n + 1$ 个节点的图 G ，恒具有 n 个基本割集。

图 G 中除去了树的部分，剩下的就是树余。因此，树余中的连支数等于全部支路数 b 减去树支数 n 。由于每一连支必定可以和若干树支一道组成一个基本回路，所以，具有 $n_t = n + 1$ 个节点、 b 条支路的图 G ，恒具有 $(b - n)$ 个基本回路。

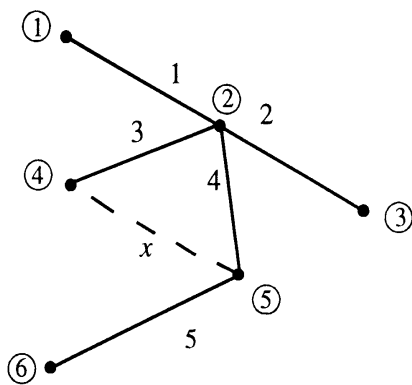


图 1 - 4 - 1 树支数等于节点数减 1 的证明

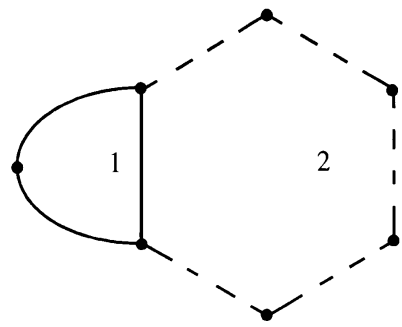


图 1 - 4 - 2 证明 $m = b - n_t + 1 = l$

对于具有 n_t 个节点、 b 条支路、 s 个分离部分的非连通图，在每一分离部分中选一树，则总树支数（即基本割集数）为 $n_t - s$ ，总连支数（即基本回路数）为 $b - (n_t - s) = b - n_t + s$ 。例如对于图 1 - 1 - 1(b) 中的非连通图， $s = 2$ ， $n_t = 6$ ， $b = 7$ ，基本割集数为 $6 - 2 = 4$ ，基本回路数 $l = 7 - 6 + 2 = 3$ 。

凡是能在一个平面上绘出，而又不致有两条支路在一个非节点处交叉的图，称为平面图（planar graph）。一个平面图的网孔数 m 等于图的基本回路数 l ，即

$$m = l = b - (n_t - 1) = b - n$$

现证明如下。

先设想一个单孔网络，如图 1 - 4 - 2 的实线网孔 1。显然，无论该网孔是由多少支路联成，节点数恒等于支路数（图中 $b = n_t = 3$ ），因而 $b - n_t + 1 = 1$ ，即等于网孔数。

从这个网孔的任一节点出发，经过网孔外部任意个串联起来的支路，最后仍回到原网孔的一个节点上，如图 1 - 4 - 2 虚线所示，这样就构成一个新的网

孔 2。从图中可以看出, 在新网孔中, 增加的节点数 n_t 恒比增加的支路数 b 少 1 (图中 $b=5$, $n_t=4$)。因此在增加了一个网孔之后, 总支路数为 $b+b$, 总节点数为 n_t+n_t , 而

$$(b+b) - (n_t+n_t) + 1 = (b-n_t) + (b-n_t) + 1 = 0 + 1 + 1 = 2$$

仍与总网孔数相等。依此类推, 任意平面网络的网孔数

$$m = b - n_t + 1 = l \text{ (基本回路数)}$$

证毕。

练习题

1-4-1 求题 1-3-1 图所示图的基本回路数 l 和网孔数 m 。

§1-5 关联矩阵

对于任何一个具有 $n_t = n + 1$ 个节点、 b 条支路的网络的有向图, 各节点与各支路的关联情况可用一个节点-支路关联矩阵 (node-to-branch incidence matrix) \mathbf{A}_a 来表述。 \mathbf{A}_a 的每一行对应于一个节点, 每一列对应于一条支路, 它的每一个元素 a_{ik} 定义如下:

(1) 若节点 i 与支路 b_k 无关联, 则 $a_{ik} = 0$;

(2) 若节点 i 与支路 b_k 有关联, 且支路 b_k 的参考方向是离开节点 i 的 (称为正向关联), 则 $a_{ik} = 1$;

(3) 若节点 i 与支路 b_k 有关联, 且支路 b_k 的参考方向是指向节点 i 的 (称为反向关联), 则 $a_{ik} = -1$ 。

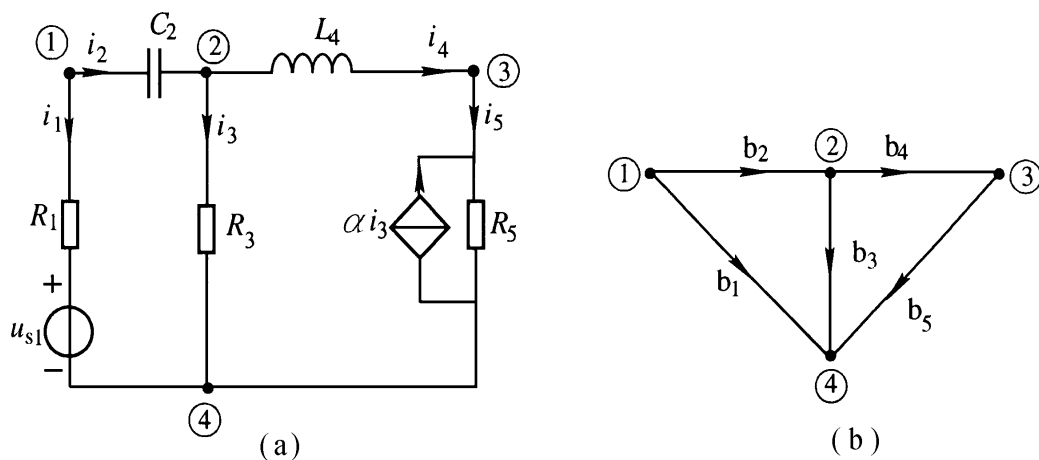


图 1-5-1 具有 4 个节点、5 条支路的网络及其有向图

以图 1-5-1 (a) 所示网络的有向图 [图 1-5-1 (b)] 为例, 其节点-支路关联矩阵为