

世纪英才模块式技能实训
高职电工电子系列教材

电 路 数 学

罗成林 主编
杨承毅 朱春浩 主审

人民邮电出版社

图书在版编目 (CIP) 数据

电路数学/罗成林主编. —北京:人民邮电出版社, 2005. 9

(世纪英才模块式技能实训高职电工电子系列教材)

ISBN 7-115-13524-X

I. 电... II. 罗... III. 电路—数学理论—高等学校:技术学校—教材 IV. TM13

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2005) 第 064260 号

内 容 提 要

本书是高职电工电子系列教材之一,内容包括数学基础知识及其应用、极限与连续、微分学及其应用、积分学及其应用、微分方程、无穷级数、傅里叶级数和拉普拉斯变换。本书每章均附有习题,书末附有答案,带“*”号的内容为选学。本书是对传统的数学教学内容削枝强干、精选整合而成的,其特点是淡化数学理论,强化实际能力的培养,突出数学在电学中的应用,并做到了循序渐进、由浅入深、条理清晰、语言简练、易教易学。

本书可作为高职院校电类专业及相关专业的数学教学用书,同时也可作为成人高校学生及自学者的辅导用书。

世纪英才模块式技能实训

高职电工电子系列教材

电 路 数 学

-
- ◆ 主 编 罗成林
 - 主 审 杨承毅 朱春浩
 - 责任编辑 付方明
 - 执行编辑 张 海

 - ◆ 人民邮电出版社出版发行 北京市崇文区夕照寺街14号
邮编 100061 电子函件 315@ptpress.com.cn
网址 <http://www.ptpress.com.cn>
北京顺义振华印刷厂印刷
新华书店总店北京发行所经销

 - ◆ 开本:787×1092 1/16
印张:12.25
字数:291千字 2005年9月第1版
印数:5 001-8 000册 2006年7月北京第2次印刷

ISBN 7-115-13524-X / TN · 2523

定价:19.00元

读者服务热线:(010)67129264 印装质量热线:(010)67129223

世纪英才模块式技能实训·高职电工电子系列教材

编 委 会

主 任：杨承毅

编 委：李忠国 梅开乡 江华圣 王 彦
姚建永 熊新国 刘慎熊 余 华
徐滤非 余宏生

策 划：丁金炎

丛书前言

对职业院校而言，技能培训才是职业教育真正的主题，理论教学应该围绕着专业技能的需要而展开，这不仅是就业市场的需求，也是高职办学理念上的回归。因此，国家要求高等职业院校构建理论教学体系和实践教学体系的办学格局，指明了高等职业教育改革前进的方向。

职业院校“以就业为导向”的办学方针，意味着职业办学者必须树立向市场靠拢的职教理念，探索全新的职教模式，在具体教学科目、学科内容的选择上必须以市场需求为己任，要“有所为，有所不为”，而不是采取砍课程、减内容或等比例削减课时等简单化行为。

本系列教材是我们学习教育部“教高[2004]1号”文件，借鉴加拿大CBE(Competency-Based Education)教学思想的一次实践，也是借DACUM方法来开发教学计划的具体探索。新编教材忠实贯彻了“以就业为目标”的指导思想，扭转了“过多强调学科性”及“盲目攀高升格”的倾向，重视知识、技能传授的宏观设计及整体效果，改变了过去高职教材在学科体系基础上加加减减的编写方法。

本系列教材主要特点如下。

(1) 教材结构“模块化”。一个模块一个知识点，重点突出，主题鲜明。模块化课程结构以其良好的弹性和便于综合的特点适应了职业教育市场化的多种需求。

(2) 注重“方法论”的教学思想。“授之以鱼，不如授之以渔”。教材是教学之本，故而方法也应是实践教材的主题，决不能简单地、狭义地认为技能实训就是学生的实际操作。技能实训教材以传授经过提炼、加工、升华的专家经验(方法论)为主，这也是与传统实验报告相比的区别所在。

(3) 教学内容“本体化”。一套教材由多本内涵不同的单科教材构成，就是教育“本体化”的体现，故而单个科目不向其他学科扩展渗透，追求单科教学内容单纯化，追求系列教材的组合效应是本系列教材的一个基本思想。

(4) 中、高职教材的梯度衔接。《世界21世纪高等教育宣言》指出：“教育内部层次的衔接是社会各种工作规范层次的需要，教育与就业的衔接，就是教育本身体现其价值的必然性要求。”编写中、高职教材涉及的问题很多，但中、高职教材有梯度的合理衔接应为首要问题，因为它对学校是一个教学的定位问题，对技术是一个标准问题，对企业是一个用人的问题，对社会则是一个公平问题，本系列教材为中职同类教材的生存留下了足够的空间。

(5) 合理控制教学成本。若实践教学以教授做事方法为主导，则教学成本不会很高，但若以学生实践为主题，则教学成本会增加许多。如今，不计教学成本的时代即将离去，故而，本系列教材要求作者对每一个技能实训的成本作出估算，以免“曲高和寡”，最终难以得到教学双方的认可。

(6) 教材内容更加直观。本系列教材广泛使用图表归纳法，用简洁的图表归纳整理，以解决日益宏大的知识内容与学时偏少之间的矛盾。同时，本系列教材图文并茂、直观清晰、便于自学，文字表达简洁明了、明快易懂。

(7) 练习题体现了理论对实践技能的指导。每一个“技能模块”的练习题，都是需要学

生开动脑筋、相互讨论，到图书馆、互联网去查阅资料，到实验室去做实验才能解答的；同时，练习题更加贴近实际，体现应用，而不再只是验证真理。它摒弃了传统应试教育的问答方法，力求体现理论对实践技能的指导，引导学生去探索、去实践、去领悟、去创新。

综上所述，本系列实训教材是符合当今高等职业教育发展方法的一个有潜在价值的教学模式。本系列教材的作者都是长期担任相关课程的有工程背景的教师，不仅具备扎实的理论功底，还在职业技能方面积累了大量的经验。正是由于本系列教材的作者们具备了这些条件，才有了本系列教材的高质量出版。

总之，本系列教材的出版价值不仅在于它贯彻了国家教育部“教高 [2004] 1号”文件中高等职业教育的改革思想，而且与当前就业单位“招聘的人能立即上岗”的要求合拍，并为毕业后在电类各专业间转岗奠定了最基本的知识和技能基础。同时其新（新思想、新技术、新面貌）、实（贴近实际、体现应用）、简（文字简洁、风格明快）的编写风格令人耳目一新。

如果您对这个系列的教材有什么意见和建议，或者您也愿意参与这个系列教材中其他专业课教材的编写，可以发邮件至 wuhan@ptpress.com.cn 与我们联系，也可以进入本系列教材的服务网站 www.ycbook.com.cn 留言。

系列教材编委会

前 言

高等职业教育是现代高等教育的重要组成部分，近几年来取得了突飞猛进的发展。为了更好地适应各企事业单位的用人需要，教育部相继颁布了《高职高专教育基础课程教学基本要求》和《高职高专教育专业人才培养目标及规格》两份文件。依照文件精神，编者结合多年高职教学的实践经验和当前高职院校学生的状况，为电类专业“量身定做”了本教材。目前，本教材已被列入“世纪英才 NEW IDEA INSIDE”教材建设工程（详情请访问 www.ycbook.com.cn）。

21 世纪的社会是信息的社会，信息的转换、传输和处理离不开电路，而数学无论在电路理论研究还是在实践应用上，都是必不可少的工具。因此，编写适用于高职电类专业具有实用性的数学教材已迫在眉睫。《电路数学》的问世，将缓解学时少和实用性教材匮乏的矛盾，本书也是如何进行高职数学教材改革的有益探索与尝试。

本教材在“能力为本位”的总体思想的指导下，定位在“以应用为目的，以必需、够用为度”的平台上，编排新颖、结构合理，本着“降低理论、加强基础、突出应用、确保专业需要”的实用性原则，突破了重理论轻实践、重知识轻技能的“学科本位”模式。并在基本维持系统性与连贯性的原则下，对《高等数学》的内容作了适当的调整，增加了与电学有关的引例与例题，以更好地体现《电路数学》的特色。本教材强调“基本”二字，定理主要掌握结论，计算着重于方法、规律的介绍，叙述简练、清晰准确、循序渐进、由浅入深，力图使学生获得职业技术所需的最基本、最实用的数学知识，以利于培养学生专业实践的适应能力和应变能力，为培养高层次、复合型、实用型高质量人才打下坚实的基础。

本书由武汉铁路职业技术学院的罗成林老师主编，由武汉铁路职业技术学院杨承毅老师和武汉船舶职业技术学院的朱春浩老师担任主审。本书在编写过程中参考并吸收了有关教材及著作的成果，在此对这些图书的作者表示诚挚的谢意！

由于编者水平有限，书中难免有疏漏之处，恳请广大读者批评指正。

编 者

目 录

第 1 章 数学基础知识及其应用.....	1
1.1 幂函数、指数函数与对数函数	1
1.1.1 幂函数	1
1.1.2 指数函数	1
1.1.3 对数函数	1
1.2 指数函数、对数函数在电学中的应用举例	1
1.3 三角函数与反三角函数	2
1.3.1 三角函数	2
1.3.2 反三角函数	3
1.4 三角函数在电学中的应用举例	3
1.4.1 简单应用	3
1.4.2 正弦交流电	3
1.4.3 正弦交流电的和	6
1.4.4 电路的瞬时功率	7
习题 1-4	7
第 2 章 向量与复数及其应用.....	9
2.1 向量	9
2.1.1 向量的概念	9
2.1.2 向量运算	9
2.1.3 向量的坐标表示	11
2.1.4 向量的坐标运算	12
习题 2-1	12
2.2 向量在电学中的应用.....	13
2.2.1 旋转向量.....	13
2.2.2 同方向同频率的正弦波的叠加	14
习题 2-2	16
2.3 复数.....	16
2.3.1 复数的概念	16
习题 2-3-1	18
2.3.2 复数的几何表示	19
习题 2-3-2	20
2.3.3 复数的三角形形式	21
习题 2-3-3	24
2.3.4 复数的指数形式	24

习题 2-3-4	25
2.4 复数在电学中的应用	26
2.4.1 用复数表示正弦交流电	26
* 2.4.2 用复数计算阻抗、电流与电压	27
第 3 章 极限与连续	28
3.1 函数	28
3.1.1 函数的概念	28
3.1.2 建立函数关系举例	29
3.1.3 反函数	30
3.1.4 初等函数	30
3.1.5 函数的基本性态	31
习题 3-1	32
3.2 极限的概念	34
3.2.1 数列的极限	34
习题 3-2-1	36
3.2.2 函数的极限	36
3.2.3 极限的运算	38
习题 3-2-3	40
3.3 无穷小与无穷大	40
3.3.1 无穷小	40
3.3.2 无穷大	41
习题 3-3	42
3.4 两个重要极限	42
习题 3-4	43
3.5 连续函数的概念	44
3.5.1 函数的连续与间断	44
3.5.2 函数间断点的类型及其对应的图形	45
3.5.3 初等函数的连续性	46
3.5.4 闭区间上连续函数的性质	47
习题 3-5	47
第 4 章 微分学及其应用	48
4.1 导数的概念	48
4.1.1 问题的提出	48
4.1.2 导数的几何意义	49
4.1.3 求导数的一般步骤	50
习题 4-1	51
4.2 导数的运算法则	52
4.2.1 求导运算法则	52

4.2.2 复合函数的求导法则	53
习题 4-2	54
4.3 微分	55
4.3.1 微分的概念	55
4.3.2 微分的运算法则	56
4.3.3 微分在近似计算中的应用	57
习题 4-3	59
4.4 导数的应用	59
4.4.1 函数的单调性与曲线的凹凸性	59
4.4.2 函数的极值与最值	61
习题 4-4	62
4.4.3 导数在电学中的应用举例	63
第 5 章 积分学及其应用	65
5.1 不定积分	65
5.1.1 原函数与不定积分的概念	65
习题 5-1-1	68
5.1.2 基本积分公式和性质 直接积分法	69
习题 5-1-2	71
5.1.3 换元积分法	72
习题 5-1-3	76
5.1.4 分部积分法	77
习题 5-1-4	78
5.1.5 积分表的使用	79
习题 5-1-5	80
5.2 定积分	80
5.2.1 定积分的概念	80
习题 5-2-1	85
5.2.2 定积分的换元积分法和分部积分法	85
习题 5-2-2	89
* 5.2.3 定积分的近似计算	89
习题 5-2-3	93
5.2.4 广义积分	93
习题 5-2-4	95
5.3 定积分的应用	95
5.3.1 定积分的几何应用	95
习题 5-3-1	97
5.3.2 定积分的物理应用	97
习题 5-3-2	99
5.3.3 定积分在电学中的应用举例	99

习题 5-3-3	101
第 6 章 微分方程	102
6.1 微分方程的基本概念	102
习题 6-1	104
6.2 一阶微分方程	104
6.2.1 可分离变量的微分方程	105
习题 6-2-1	107
6.2.2 一阶线性微分方程	107
习题 6-2-2	109
6.3 二阶线性微分方程	109
6.3.1 二阶线性微分方程解的结构	109
6.3.2 二阶常系数线性微分方程的解法	110
习题 6-3	114
6.4 微分方程在电学中的应用举例	114
习题 6-4	117
第 7 章 无穷级数	118
7.1 数项级数	118
7.1.1 常数项级数的基本概念	118
7.1.2 级数的性质	119
习题 7-1	120
7.2 数项级数的审敛法	120
7.2.1 正项级数及其审敛法	120
7.2.2 交错级数及其审敛法	122
7.2.3 绝对收敛与条件收敛	123
习题 7-2	123
7.3 幂级数	124
7.3.1 函数项级数的概念	124
7.3.2 幂级数及其收敛性	124
7.3.3 幂级数的运算与和函数	126
习题 7-3	128
7.4 函数的幂级数展开	128
7.4.1 泰勒级数	128
7.4.2 函数展开成幂级数	128
习题 7-4	130
第 8 章 傅里叶级数	131
8.1 傅里叶级数	131
8.1.1 三角级数、三角函数系的正交性	131

8.1.2 以 2π 为周期的函数的傅里叶级数	132
8.1.3 奇函数和偶函数的傅里叶级数	134
8.1.4 以 T 为周期的函数的傅里叶级数	135
习题 8-1	138
8.2 周期函数的频谱	138
8.2.1 傅里叶级数的复数形式	138
8.2.2 周期函数的频谱	139
习题 8-2	142
* 第 9 章 拉普拉斯变换	143
9.1 拉氏变换的基本概念	143
9.1.1 拉氏变换的概念	143
9.1.2 单位脉冲函数及其拉氏变换	144
习题 9-1	146
9.2 拉氏变换的性质	146
习题 9-2	150
9.3 拉氏逆变换的求法	150
习题 9-3	151
9.4 拉氏变换的应用举例	151
习题 9-4	153
习题答案.....	154
附录 A 基本初等函数的图像与特性	164
附录 B 中学数学常用公式	167
附录 C 常用积分公式	174
参考文献.....	182

第 1 章 数学基础知识及其应用

1.1 幂函数、指数函数与对数函数

1.1.1 幂函数

函数 $y = x^\alpha$ 叫做幂函数，其中指数 α 为常数，它可以取任意的实数。

例如，函数 $y = x$ 、 $y = x^2$ 、 $y = x^3$ 、 $y = x^{\frac{1}{2}}$ 、 $y = x^{-1}$ 、 $y = x^{-2}$ 等都是幂函数，本书只讨论 α 为有理数的幂函数。

幂函数的定义域由 α 的取值来确定。例如，当 $\alpha = 2$ 时， $y = x^2$ 的定义域为 $(-\infty, +\infty)$ ；当 $\alpha = \frac{1}{2}$ 时， $y = x^{\frac{1}{2}} = \sqrt{x}$ 的定义域为 $[0, +\infty)$ ；当 $\alpha = -1$ 时， $y = x^{-1} = \frac{1}{x}$ 的定义域是 $(-\infty, 0) \cup (0, +\infty)$ 。不论 α 取何值，幂函数在 $(0, +\infty)$ 内总是有定义的，且当 $x = 1$ 时， $y = 1$ ，即幂函数 $y = x^\alpha$ 的图像通过点 $(1, 1)$ ，参见附录 A。

1.1.2 指数函数

函数 $y = a^x$ ($a > 0$ 且 $a \neq 1$) 叫做指数函数，它的定义域为 $(-\infty, +\infty)$ ，其图像与性质参见附录 A。

以常数 $e = 2.718281828459\cdots$ 与 $\frac{1}{e}$ 为底的指数函数 $y = e^x$ 与 $y = e^{-x}$ ，是电学中常用的指数函数。显然， $y = e^x$ 在 $(-\infty, +\infty)$ 上是单调增加的，而 $y = e^{-x}$ 在 $(-\infty, +\infty)$ 上是单调减小的，如图 1-1 所示。

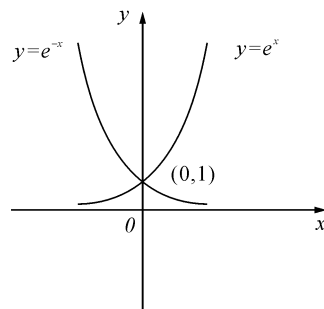


图 1-1

1.1.3 对数函数

函数 $y = \log_a x$ ($a > 0$ 且 $a \neq 1$) 叫做对数函数，与指数函数互为反函数，它的定义域为 $(0, +\infty)$ ，其图像与性质参见附录 A。

1.2 指数函数、对数函数在电学中的应用举例

例 1.1 在如图 1-2 所示的电路中，合上开关 S 后的充电电流为

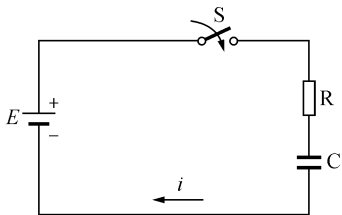


图 1-2

$$i = \frac{E}{R} e^{-\frac{t}{RC}},$$

试作出它的图像.

解 $i = \frac{E}{R} e^{-\frac{t}{RC}}$ 是时间 t 的指数函数, 底数为 $\frac{1}{e} < 1$,

所以曲线与 $y = e^{-x}$ 的曲线类似, 如图 1-3 所示.

注意:

(1) 因为 $t > 0$, 所以 i 只取第一象限的部分.

(2) 当 $t = 0$ 时 (开关刚闭合的瞬间), 电容器两端电压 $u_c = 0$ (相当于电容器短路), 此时充电电流最大, 其值为

$$i(0) = \frac{E}{R} e^0 = \frac{E}{R}$$

所以, 图 1-3 所示的充电电流曲线 i 过点 $A(0, \frac{E}{R})$.

(3) 随着时间 t 的增加, 函数 $i = \frac{E}{R} e^{-\frac{t}{RC}}$ 将逐渐减小, 所以图 1-3 所示的充电电流曲线逐渐下降, 渐趋于零.

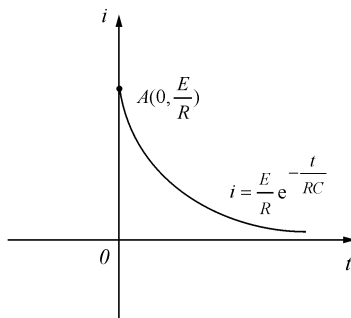


图 1-3

例 1.2 一扩音机的输入功率为 0.112×10^{-5} W, 输出功率为 15.1W, 问此扩音机的增益为多少 dB?

解 由定义可知, 放大器的功率增益为 $A_p = 10 \times \lg \frac{p_o}{p_i}$ (dB) (其中 p_o 为输出功率, p_i 为输入功率). 于是

$$\begin{aligned} A_p &= 10 \times \lg \frac{15.1}{0.112 \times 10^{-5}} = 10 \times \lg (1.35 \times 10^7) \\ &= 10 \times (\lg 1.35 + \lg 10^7) = 10 \times (0.1303 + 7) \\ &= 71.303 \text{ (dB)} \end{aligned}$$

即扩音机的增益为 71.303dB.

1.3 三角函数与反三角函数

1.3.1 三角函数

1. 三角函数的图像和性质

正弦函数 $y = \sin x$ 、余弦函数 $y = \cos x$ 、正切函数 $y = \tan x$ 和余切函数 $y = \cot x$ 的图像和性质参见附录 A. 此外, 还有正割函数 $y = \sec x$ 与余割函数 $y = \csc x$. 由于正割函数是余弦函数的倒数, 即 $\sec x = \frac{1}{\cos x}$; 余割函数是正弦函数的倒数, 即 $\csc x = \frac{1}{\sin x}$, 因此本书主要研究前面四个函数.

2. 正弦型曲线

由于函数 $y = A\sin(\omega x + \varphi)$ ($A > 0, \omega > 0$) 的图像可由曲线 $y = \sin x$ 的图像经过一系列的变换而得到, 因此称 $y = A\sin(\omega x + \varphi)$ 为正弦型曲线.

在电学中, 常常用到三角函数的积化和差与和差化积公式. 为了应用的方便, 我们将在附录 B 中给出这两组公式.

1.3.2 反三角函数

常见的反三角函数有反正弦函数 $y = \arcsin x$ 、反余弦函数 $y = \arccos x$ 、反正切函数 $y = \arctan x$ 和反余切函数 $y = \operatorname{arccot} x$.

它们的图像与性质可以查阅附录 A.

1.4 三角函数在电学中的应用举例

1.4.1 简单应用

例 1.3 在电感和电阻串联电路中, 如图 1-4 (a) 所示, 已知电感上电压的有效值 $U_L = 190.9 \text{ V}$, 电阻上电压的有效值 $U_R = 110 \text{ V}$. 试求总电压 U 的大小及方向.

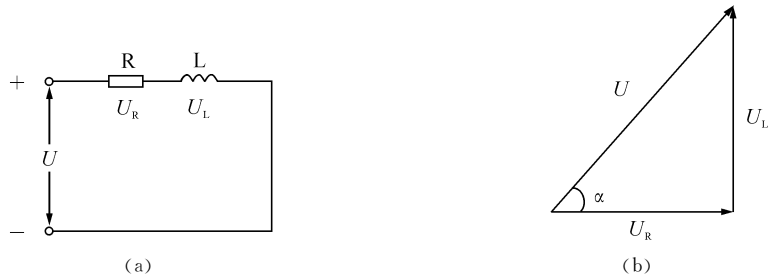


图 1-4

解 由电工知识可知, U_L 和 U_R 的大小和方向可用互相垂直的两个向量来表示, 如图 1-4 (b) 所示. 于是总电压

$$U = \sqrt{U_L^2 + U_R^2} = \sqrt{190.9^2 + 110^2} \approx 220(\text{V}).$$

其方向可由 α 的大小来确定, 由于

$$\tan \alpha = \frac{U_L}{U_R} = \frac{190.9}{110} \approx 1.732,$$

所以 $\alpha \approx 60^\circ$.
即总电压 U 与电阻上的电压 U_R 之间的夹角为 60° .

1.4.2 正弦交流电

大小和方向都随时间变化的电流称为交变电流, 简称为交流电. 最简单的一种交流电是

电流的大小和方向随时间按正弦函数规律发生周期性的变化，这样的交流电称为正弦交流电。在正弦交流电中，电流强度 i 随时间 t 变化的规律为

$$i = I_m \sin(\omega t + \varphi_0), \quad (I_m > 0, \omega > 0, -\pi \leq \varphi_0 \leq \pi)$$

其中 I_m 是电流强度的最大值，称为幅值（或峰值）。 ω 称为角频率，它表示电流变化的快慢，其单位是“弧度/秒”。交流电的变化周期用 T 表示，单位是“秒”。单位时间内交流电完成周期性变化的次数称为频率，用 f 表示，其单位是“赫兹”（记作 Hz）。根据定义可知：

$$f = \frac{1}{T}, \quad \omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f.$$

φ_0 称为初相位（或初位相、或初相）， $\omega t + \varphi_0$ 称为相位（或位相）。相位不但可表示电流强度在某一时刻的大小和方向，还能表示出电流强度变化的趋势（是变大还是变小）。

正弦交流电的幅值、频率、初相位是从三个不同的侧面描述交流电特征的物理量，通常称为正弦交流电的三要素。

为了直观地了解正弦交流电的情况，常要作出函数的图像。下面先作出正弦波的图像，然后从图像来研究角频率 ω 、初相位 φ 和最大值 I_m 对正弦波形的影响。

例如，一正弦电流 $i = 2\sin\left(2t + \frac{\pi}{3}\right)$ 在一个周期内的图像可以用下面的方法得到：

(1) 把 $i = \sin t$ 图像上的所有点的横坐标缩小到原来的 $\frac{1}{2}$ 倍（纵坐标不变），得到 $y = \sin 2t$ 的图像；

(2) 因为当 $2t + \frac{\pi}{3} = 0$ 时， $t = -\frac{\pi}{6}$ ，所以把 $i = \sin 2t$ 的图像上的点向左平移 $\frac{\pi}{6}$ 个单位，得到 $i = \sin\left(2t + \frac{\pi}{3}\right)$ 的图像；

(3) 把 $i = \sin\left(2t + \frac{\pi}{3}\right)$ 图像上的所有点的纵坐标扩大到原来的 2 倍（横坐标不变），得到 $i = 2\sin\left(2t + \frac{\pi}{3}\right)$ 在一个周期内的图像，如图 1-5 所示。

一般地，函数 $y = A\sin(\omega t + \varphi)$ ($A > 0, \omega > 0$) 的振幅为 A ，周期为 $\frac{2\pi}{\omega}$ 。

由作图的步骤可知， A 、 ω 、 φ 对波形的影响为：

(1) ω 的影响：把 $y = \sin t$ 的图像沿 t 轴向原点压缩，使周期缩小为原来的 $\frac{1}{\omega}$ ，得到 $y = \sin \omega t$ 的图像， ω 越大，周期越小，波形越密；

(2) φ 的影响：从 $\omega t + \varphi = 0$ 求出时间提前量 $t = -\frac{\varphi}{\omega}$ ，把 $y = \sin \omega t$ 的图像沿 t 轴平移 $\left|\frac{\varphi}{\omega}\right|$ 秒（ $\varphi > 0$ ，向左平移； $\varphi < 0$ ，向右平移），即得到 $y = \sin(\omega t + \varphi)$ ， φ ($\varphi > 0$) 越大，正弦波时间提前量越大；

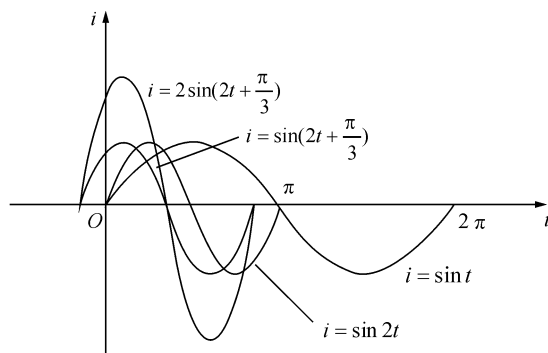


图 1-5

(3) A 的影响: 把 $y = \sin(\omega t + \varphi)$ 图像的纵坐标都乘以 A , 得到 $y = A\sin(\omega t + \varphi)$ 的图像, A 表示波形最高点的纵坐标, A 越大, 波峰越高.

例 1.4 试计算正弦电压 $u = 220\sqrt{2}\sin\left(314t + \frac{\pi}{4}\right)$ V 的角频率、频率、周期、幅值、有效值、平均值及初相位.

解 角频率 $\omega = 314(\text{rad/s})$;

频率 $f = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{314}{2\pi} = 50(\text{Hz})$;

周期 $T = \frac{1}{f} = \frac{1}{50} = 0.02(\text{s})$;

幅值 $U_m = 220\sqrt{2} \approx 311.9(\text{V})$;

有效值 $U = \frac{U_m}{\sqrt{2}} = \frac{220\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = 220(\text{V})$;

平均值 $\bar{U} = 0.637U_m = 0.637 \times 311 \approx 198(\text{V})$;

初相位 $\varphi = \frac{\pi}{4}$.

例 1.5 已知一正弦电流 $i = 5\sin(\omega t + 30^\circ)$ A, $f = 50\text{Hz}$, 问在 $t = 0.1\text{s}$ 时, 电流的瞬时值为多少?

解 因为 $f = 50\text{Hz}$, 所以 $\omega = 2\pi f = 2\pi \times 50\text{Hz} = 314\text{ rad/s}$. 当 $t = 0.1\text{s}$ 时, $\omega t = 314 \times 0.1 = 31.4$, 代入瞬时函数式得

$$i = 5\sin\left(31.4 + \frac{\pi}{6}\right),$$

又因为 $31.4 + \frac{\pi}{6} = 10 \times 3.14 + \frac{\pi}{6} = 10\pi + \frac{\pi}{6}$, 所以

$$i = 5\sin\left(31.4 + \frac{\pi}{6}\right) = 5\sin\frac{\pi}{6} = 5 \times \frac{1}{2} = 2.5(\text{A}),$$

即该电流在 $t = 0.1\text{s}$ 时的瞬时值为 2.5A .

例 1.6 如图 1-6 所示, 已知正弦交流电的电流强度 i 在一个周期内的图像, 求 i 与 t 的函数关系式.

解 由图 1-6 可知, 振幅 $I_m = 15$; 周期 $T = 6 \times 10^{-2} - (-2 \times 10^{-2}) = 8 \times 10^{-2}$; 故

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{8 \times 10^{-2}} = 25\pi.$$

因为一个周期的起点横坐标为 $-2 \times 10^{-2} = -\frac{\varphi}{\omega}$, 所以

$$\varphi = 2 \times 10^{-2} \times 25\pi = \frac{\pi}{2},$$

因此所求的函数关系式为

$$i = 15\sin\left(25\pi t + \frac{\pi}{2}\right).$$

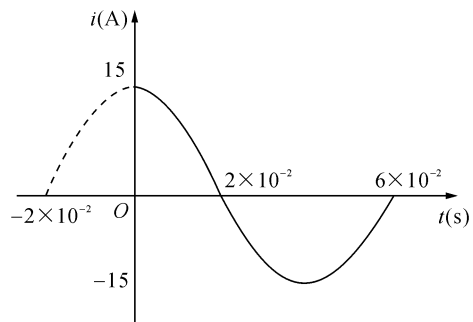


图 1-6

例 1.7 已知两个正弦交流电的电流分别为

$$i_1 = 10\sin\left(\omega t + \frac{\pi}{4}\right),$$

$$i_2 = 20\sin\left(\omega t - \frac{\pi}{6}\right).$$

试画出它们在长度为一个周期的闭区间上的简图，并比较它们的相位关系。

解 为了简便起见，用横轴表示 ωt ，用纵轴表示 i ，根据正弦型函数 $y = A\sin(\omega t + \varphi)$ 的作图方法，在同一坐标系内分别作出它们的图像，如图 1-7 所示。 i_1 的初相位是 $\frac{\pi}{4}$ ， i_2 的初相位是

$-\frac{\pi}{6}$ ，它们的相位差为

$$\frac{\pi}{4} - \left(-\frac{\pi}{6}\right) = \frac{5\pi}{12}.$$

由图 1-7 可以看出， i_1 先达到最大值， i_2 后达到最大值，因此称 i_1 比 i_2 的相位超前 $\frac{5\pi}{12}$ 。

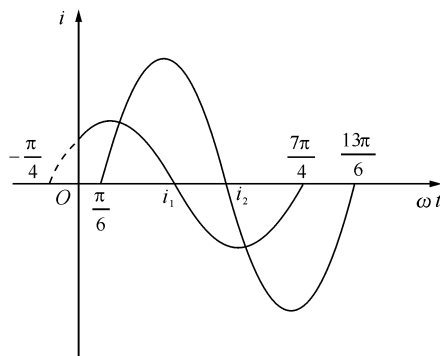


图 1-7

1.4.3 正弦交流电的和

在电学中，常常遇到把几个同频率的正弦交流电相加或相减的问题，下面对此进行讨论。

若交流电的电压 u_1 和 u_2 为同频率的电压，即

$$u_1 = U_{m1}\sin(\omega t + \varphi_1),$$

$$u_2 = U_{m2}\sin(\omega t + \varphi_2).$$

利用三角公式将 u_1 和 u_2 相加：

$$\begin{aligned} u &= u_1 + u_2 = U_{m1}\sin(\omega t + \varphi_1) + U_{m2}\sin(\omega t + \varphi_2) \\ &= U_{m1}\sin\omega t \cdot \cos\varphi_1 + U_{m1}\cos\omega t \cdot \sin\varphi_1 \\ &\quad + U_{m2}\sin\omega t \cdot \cos\varphi_2 + U_{m2}\cos\omega t \cdot \sin\varphi_2 \\ &= (U_{m1}\cos\varphi_1 + U_{m2}\cos\varphi_2)\sin\omega t \\ &\quad + (U_{m1}\sin\varphi_1 + U_{m2}\sin\varphi_2)\cos\omega t. \end{aligned}$$

若设

$$U_{m1}\cos\varphi_1 + U_{m2}\cos\varphi_2 = U_m\cos\varphi, \quad (1.1)$$

$$U_{m1}\sin\varphi_1 + U_{m2}\sin\varphi_2 = U_m\sin\varphi, \quad (1.2)$$

则

$$\begin{aligned} u &= U_m\cos\varphi\sin\omega t + U_m\sin\varphi\cos\omega t \\ &= U_m\sin(\omega t + \varphi). \end{aligned}$$

其中 U_m 和 φ 和由式 (1.1) 和式 (1.2) 联立解出：即将式 (1.1) 和式 (1.2) 分别平方相加得

$$\begin{aligned} (U_{m1}\cos\varphi_1 + U_{m2}\cos\varphi_2)^2 + (U_{m1}\sin\varphi_1 + U_{m2}\sin\varphi_2)^2 \\ = U_m^2(\cos^2\varphi + \sin^2\varphi) = U_m^2. \end{aligned}$$