第一章　电路的基本概念与定律

本章主要介绍电路的基本概念和电量在电路中遵循的基本规律。这些概念和规律是电路理论的核心内容，将在今后的电路分析中起着至关重要的作用。

1.1　基 本 要 求

(1) 熟练运用支路上电流、电压参考方向和电流、电压间关联参考方向的概念。
(2) 深刻理解基尔霍夫定律和欧姆定律的内容，并能熟练地运用于电路的分析计算。
(3) 充分理解并掌握基本元件的特性，能熟练地运用这些特性来分析、计算电路。
(4) 正确运用等效概念和方法来分析求解电路。

1.2　基 本 内 容

1.2.1　电路模型

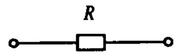
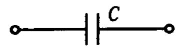
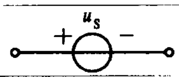
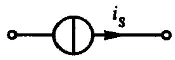
1. 实际电路

实际电路是人们根据不同的要求，将若干个电器元件或者设备按一定方式联接构成的电流通路。实际电路的功能取决于两个因素：一个是构成电路的电器元件的电磁特性；另一个是器件的联接方式（称为拓扑特性）。电路的作用是实现电能的产生、传输、分配和转换，或者完成电信号的产生、传输、变换和处理。

2. 元件模型

实际电器元件的物理过程是很复杂的，为了便于分析电路的主要特性和功能，对实际电器元件进行科学的抽象，也就是在满足集中假设的条件下，忽略器件的次要特性，用规定的理想化模型表征其主要物理特性。这种实际器件的理想化模型，称为元件模型。表1.1 中列出了几个实际器件的主要特性和元件模型。

表 1.1　实际器件和元件模型

实际器件	主要物理特性	元件模型	
电阻器	消耗电能		
电容器	储存电场能		
电感器	储存磁场能		
电　源	提供电能	电压源	
		电流源	

3. **电路模型**

把实际电路中的器件用相应的元件模型代替，得到实际电路的模型，称为电路模型。电路理论研究的对象是电路模型，简称为电路。

根据构成电路的元件模型的不同特性，电路可分为：线性与非线性电路，时变与非时变电路，集中参数与分布参数电路。本课程主要研究线性、非时变、集中参数电路。

1.2.2　电路基本变量

电路分析使用的基本变量有电流、电压、电荷、 磁链、能量和功率等，最常用的是电流、电压和功率。

1. **电流**

在电场作用下，带电质点的定向移动形成电流。 电流的大小可用单位时间内通过导体横截面的电荷量来计算，即

$$i(t)=\frac{\mathrm{d}q(t)}{\mathrm{d}t}$$

式中，q 是沿指定方向通过导体横截面的正电荷 q_+ 与反方向通过该截面的负电荷 q_- 的绝对值之和。电荷量单位为库仑（C），时间单位为秒(s)，电流单位为安培(A)。

习惯上规定正电荷移动方向为电流的实际方向。然而在电路分析中，各处电流的实际方向往往难以直接确定。考虑到集中参数电路中的电流是一种代数量，故可任意指定一种方向作为计算时的参考，此方向称为电流的参考方向。同时规定，如果参考方向与实际方向一致，电流记为正值；如果两者方向相反，则电流记为负值。这样，在指定参考方向的前提下，结合电流的正负值就能够判定电流的实际方向。

2. **电压**

电路中两点间的电压是指电场力把单位正电荷从电路的一点移到另一点所做的功，即

$$u(t)=\frac{\mathrm{d}w(t)}{\mathrm{d}q(t)}$$

式中，电荷单位为库仑（C），功的单位为焦耳(J)，电压的单位为伏特(V)。

电压也可以用电位差来表示。任选电路中某一点作为参考点，设该点电位为零，其它

点相对于参考点的电压称之为电位。这样，电路中任意两点 a、b 间的电压可用 a 点电位与 b 点电位之差来表示。

规定电位真正降低的方向为电压的实际方向。其高电位端，用“ + ”标记，称为正极性端；低电位端，用“ − ”标记，称为负极性端。

与电流类似，电压也是代数量，分析计算时，也可以任意指定一个参考方向。同时规定，当参考方向与实际方向一致时，记电压为正值；否则，记电压为负值。这样，在指定参考方向的前提下，依据电压值的正负，就能判定出电压的实际方向。

如果电流、电压的大小和方向都不随时间变化，则称之为直流电流、直流电压，分别用大写字母 I、U 表示。此时，相应的电路称为直流电路。

关于电流、电压的实际方向和参考方向，请注意下面几点：

（1）电流、电压的参考方向可以任意假设。若无特殊声明，电路中所标的电流、电压方向均为参考方向，并在此基础上分析电路。

（2）必要时，可以根据在指定参考方向下计算出来的电流、电压值来判定它们的实际方向。即电流、电压为正时，表明其实际方向与参考方向相同；否则二者方向相反。例如测量直流电流、电压时，就应先判断被测支路电流、电压的实际方向，然后才能将测量仪表正确接入被测电路。

（3）电流、电压的关联参考方向。电流、电压的参考方向均可任意假设，两者互不相关。但为了分析电路方便起见，常常把元件或一段电路上电流与电压的参考方向取为一致，称为关联参考方向，简称为关联方向，如图 1-1(a)所示。否则，二者参考方向相反，称为非关联参考方向，简称为非关联方向，如图 1-1(b)所示。这样，分析电路时，无源元件上只需标出一个电流(或电压)的参考方向，而电压(或电流)的参考方向则按关联方向计算。

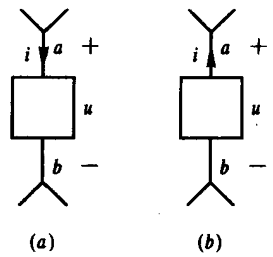


图 1-1 u、i 的关联与非关联方向

3. 功率

电场力在单位时间内所做的功，称为功率，用公式表示为

$$p(t) = \frac{\mathrm{d}w(t)}{\mathrm{d}t}$$

功率的单位是瓦(W)。

若支路上电流 i、电压 u 具有关联参考方向，则该支路吸收的功率为

$$p = ui^{①} \tag{1-1a}$$

若支路上 i、u 具有非关联参考方向，则该支路吸收的功率为

$$p = \quad ui \tag{1-1b}$$

支路产生功率与吸收功率的关系为

$$p_{产生} = -p_{吸收} \tag{1-2}$$

① 为了简便，本书的电压和电流的瞬时值 u 和 i，一般情况下(特别是在图中)，不写成 $u(t)$ 和 $i(t)$。

1.2.3 电阻电路的常用元件

1. 线性非时变电阻元件

理想电阻元件，简称电阻，它是消耗电能器件的理想化模型。

线性非时变电阻元件的元件模型及伏安关系如图 1－2 所示。电阻元件的伏安关系表征了元件的外特性，故也称为伏安特性。

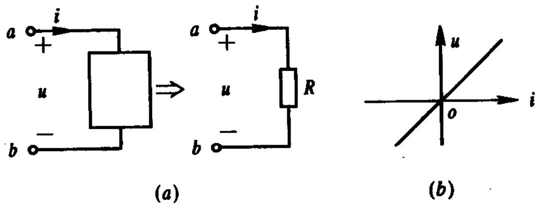


图 1－2　线性非时变电阻的模型及伏安特性

欧姆定律描述了线性非时变电阻元件的伏安特性。设 u 和 i 分别为电阻元件上的电压和电流，则欧姆定律指出

$$u = \pm Ri \tag{1-3a}$$

或者

$$i = \pm \frac{1}{R}u = \pm Gu \tag{1-3b}$$

式中，当 u、i 为关联方向时取正号，反之，u、i 为非关联方向时取负号。G 和 R 是电阻元件的参数，分别称为电导和电阻，其单位分别为西门子(S)和欧姆(Ω)。

由(1－1)、(1－3)式可知，电阻 R 上吸收的功率为

$$p = \pm ui = Ri^2 = Gu^2 \tag{1-4}$$

式中，当 u、i 为关联方向时取正号，u、i 为非关联方向时取负号。

在 t 时刻，电阻 R 上吸收的能量为

$$w(t) = \int_{-\infty}^{t} p(\xi)\mathrm{d}\xi = R\int_{-\infty}^{t} i^2(\xi)\mathrm{d}\xi = G\int_{-\infty}^{t} u^2(\xi)\mathrm{d}\xi \tag{1-5}$$

式中，设 $w(-\infty)=0$。

线性非时变电阻元件的主要特性有：

(1) 欧姆定律表示的伏安关系是代数方程，它表明线性非时变电阻上任一时刻的电压仅取决于该时刻的电流，而与电流的历史情况无关。因此，电阻是无记忆元件。

(2) 电阻元件是耗能元件。

(3) 电阻元件是无源元件（对正电阻而言，在任一时刻，其吸收能量总是非负的，即 $w(t)\geqslant 0$）.

在电路分析中，对于纯电阻支路而言，当 $R=0$ 时，可将支路看成短路。当 $R=\infty$ 时，可将支路看成开路。当支路电压 $u=0$，而支路电阻 $R\neq 0$ 时，由欧姆定律可知，必有支路电流 $i=0$；反之亦然。此时，既可将该电阻支路看成开路（其开路电压为零），也可将该支路看成短路(其短路电流也为零)。

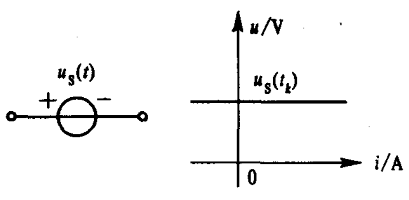
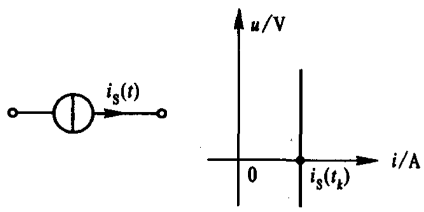
2. 电压源和电流源

电源可分为独立源和受控源两类。独立源包括电压源和电流源，它们都是有源元件，能独立地给电路提供能量。

这里所指的电源是实际电源的理想化模型，即理想电压源和理想电流源。

理想电压源和电流源的定义、电路符号、伏安关系和主要特性如表 1.2 所示。

表 1.2　电压源和电流源的定义和特性

	电　压　源	电　流　源
定　义	能独立向外电路提供规定的电压，而与流过的电流无关的二端元件	能独立向外电路提供规定的电流，而与其端电压无关的二端元件
电路符号与伏安关系		
主要特性	①电压源的端口电压为特定的值或特定的时间函数，与流过的电流大小、方向无关 ②流过电压源的电流由电源端电压与外电路共同决定 ③当 $u_S(t)=U_S$(常数)时，称其为直流电压源 当 $u_S(t)=0$ 时，电压源支路相当于短路 ④在复杂电路中，电压源既可以产生功率，也可以吸收功率	①电流源流出的电流是一个特定的时间函数，与其端电压的方向、大小无关 ②电流源的端电压由电源电流与外电路共同决定 ③当 $i_S(t)=I_S$(常数)时，称其为直流电流源 当 $i_S(t)=0$ 时，电流源支路相当于开路 ④在复杂电路中，电流源既可以产生功率，也可以吸收功率

3. 线性受控源

受控源也是一种电源元件，其输出电压或电流受电路中其它地方的电压或电流的控制。它是根据某些电子器件中电压与电流之间存在一定控制关系的特性建立起来的理想化模型。

受控源是一种四端元件，由两个支路组成，其中一个是控制支路，另一个为被控制支路。被控制支路的电压或电流受控制支路上电流或电压的控制。根据控制变量与受控变量之间不同的控制方式，受控源可分为下面四种：电压控制电压源（VCVS）、电流控制电压源（CCVS）、电压控制电流源（VCCS）和电流控制电流源（CCCS）。其电路符号如图 1－3 所示。

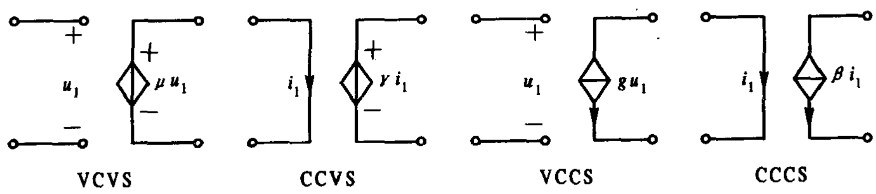


图 1-3 受控源的四种形式

在实际应用中，应注意独立源与受控源之间的区别：

(1) 独立电压源的输出电压和独立电流源的输出电流是由电源本身的特性决定的，与外电路无关。而受控电压源的输出电压和受控电流源的输出电流的大小与方向受其控制支路上的电流或电压的控制。

(2) 独立源在电路中代表外界对电路的输入或激励，对电路提供能量，即对电路起激励作用。而受控源则主要表征电路内部某处的电流或电压对另一处电流或电压的控制关系，对电路不起激励作用，即受控源单独作用于电路时，不会产生电流、电压。

1.2.4 基尔霍夫定律

1. 基尔霍夫电流定律

基尔霍夫电流定律描述的是电路中任一节点处，各支路电流之间的关系。其内容可叙述为：

任一集中参数电路，在任意时刻，流出任一节点的支路电流之和恒等于流入该节点的支路电流之和，即

$$\sum i_{出} = \sum i_{入}$$

也可以这样叙述：

任一集中参数电路，在任意时刻，流入任一节点的支路电流的代数和（流入取负，流出取正）恒等于零，即

$$\sum_{k=1}^{m} i_k = 0 \tag{1-6}$$

式中，m 为与节点相接的支路数。此式称为节点电流方程或 KCL 方程。

基尔霍夫电流定律论述的是节点处各支路电流之间的关系，它还可以推广到一个曲面。此时可叙述为：

任一集中参数电路，在任意时刻，流入任一封闭曲面的支路电流的代数和恒等于零。例如图 1-4 所示的电路，对曲面 S_1，有

$$-i_1 - i_2 + i_3 = 0$$

对曲面 S_2，有

$$-i_1 - i_2 + i_7 + i_8 = 0$$

由基尔霍夫电流定律的推广，可以得到一个结论：两个电路之间，若只有一条支路连接，则该支路上不管连接何种元件，其电流恒等于零。例如图 1-5 所示的电路，因为电流 $i=0$，所以有

$$u_{ab} = \frac{10}{3+3+4} \times 4 + 5 - 3 = 6\ \text{V}$$

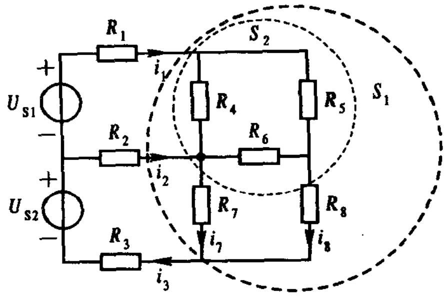


图 1－4　电流定律推广例题图

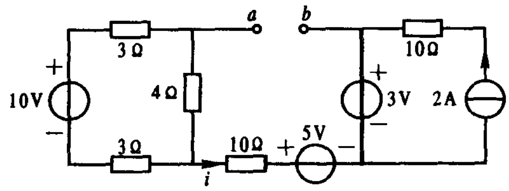


图 1－5　KCL 的结论例题图

2. 基尔霍夫电压定律

基尔霍夫电压定律描述的是在电路的任一回路中各支路电压之间的关系。其内容可叙述为：任一集中参数电路，在任意时刻，按一定绕行方向任一回路中的支路电压降的代数和恒等于零，即

$$\sum_{k=1}^{m} u_k = 0 \tag{1-7}$$

式中，m 为回路中包含的支路数，通常称该式为回路电压方程或 KVL 方程。

列写 KVL 方程时，首先设定各支路电压的参考方向，指定回路的绕行方向。然后按绕行方向沿回路巡行一周，当支路电压的参考方向与回路的绕行方向一致时，该支路电压前取“＋”号，相反时，取“－”号。

由基尔霍夫电压定律可知：在电路中，任意两点之间的电压与路径无关。例如图 1－6 所示电路，其 a、b之间的电压为

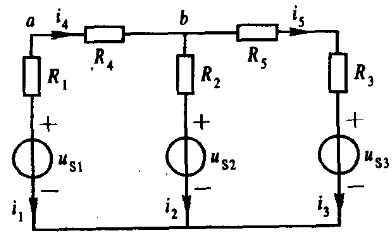


图 1－6　KUL 的结论例题图

$$\begin{aligned} u_{ab} &= R_4 i_4 \\ &= R_1 i_1 + u_{S1} - u_{S2} - R_2 i_2 \\ &= R_1 i_1 + u_{S1} - u_{S3} - R_3 i_3 - R_5 i_5 \end{aligned}$$

1.2.5　电阻电路的等效变换

1. 等效与等效变换概念

等效是电路分析中一个非常重要的概念。给定电路 N，为了计算局部电路 A 中的电流、电压和功率，常先对剩余部分电路 B 在保持连接处伏安特性相同的条件下，用另一个结构更为简单的电路 C 来代替（见图 1－7），然后分析新构成的电路 N′，得到所需的电流、电压和功率。

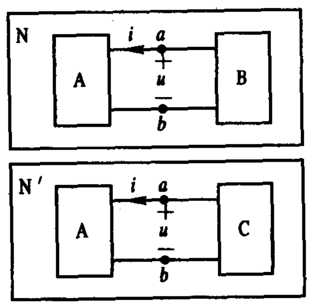


图 1－7　等效的概念

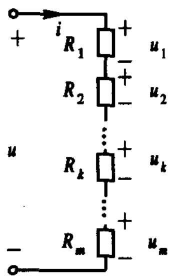
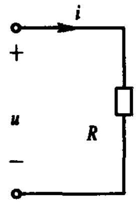
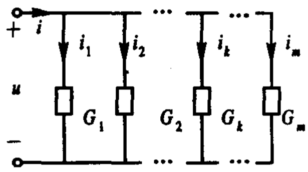
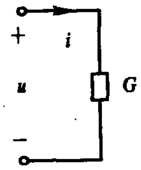
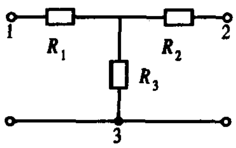
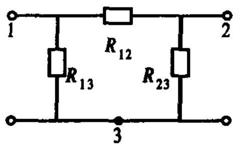
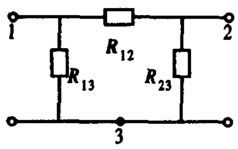
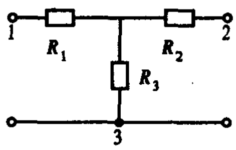
这种外特性完全相同但内部结构不同的电路互称为等效电路。显然，图 1－7 中，B、C 电路是互为等效的电路。由于等效电路具有相同的外特性，所以相互代换后不影响未变化部分(如 A）电路中的电流、电压和功率。这种等效电路之间的互换称为等效变换。所谓等效，实际上是指变换前后的两个电路对未变化部分的电路而言，其作用效果是相同的。

通常，把利用等效变换概念求解电路的方法称为等效变换法，简称为等效法。

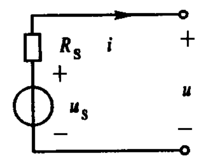
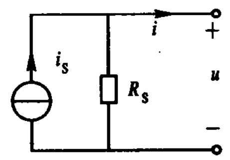
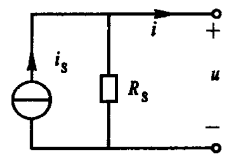
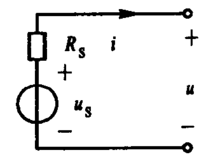
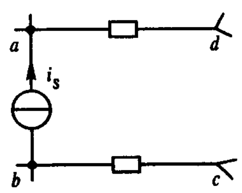
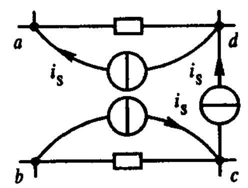
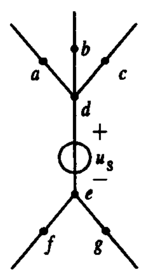
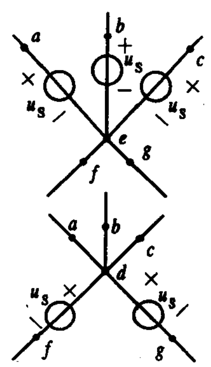
2. 常用的等效变换电路

表 1.3 给出了电阻电路分析中常用的等效变换电路。

表 1.3　常用的等效变换电路

电路名称	原电路	等效电路	等效变换公式
电阻 串联电路			$R=\sum_{k=1}^{m}R_k$ $u=\sum_{k=1}^{m}u_k$ $u_k=\frac{R_k}{R}u$
电阻 并联电路			$G=\sum_{k=1}^{m}G_k$ $i=\sum_{k=1}^{m}i_k$ $i_k=(G_k/G)i$
Y 形电路			$R_{12}=\frac{R_1R_2+R_1R_3+R_2R_3}{R_3}$ $R_{13}=\frac{R_1R_2+R_1R_3+R_2R_3}{R_2}$ $R_{23}=\frac{R_1R_2+R_1R_3+R_2R_3}{R_1}$
△形电路			$R'=R_{12}+R_{13}+R_{23}$ $R_1=\frac{R_{12}R_{13}}{R'}$ $R_2=\frac{R_{12}R_{23}}{R'}$ $R_3=\frac{R_{13}R_{23}}{R'}$

续表

电路名称	原电路	等效电路	等效变换公式
实际电压源模型			$i_S=\dfrac{u_S}{R_S}$
实际电流源模型			$u_S=R_Si_S$
理想电流源的转移电路			
理想电压源的转移电路			

1.3 例题详解

例 1-1 由图 1-8 所示电路，求图(a)、(b)支路吸收的功率，图(c)、(d)支路产生的功率。

解 (1) 对图(a)支路：

$$u = 3\times(-2)+8=2\ \mathrm{V}$$

因为 u、i 为关联方向，所以支路的吸收功率为

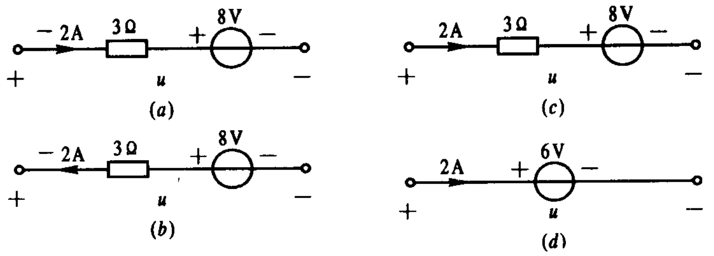


图 1-8

$$p = ui = 2 \times (-2) = -4\ \text{W}$$

(2) 对图(b)支路：

$$u = -(-2) \times 3 + 8 = 14\ \text{V}$$

因为 u、i 为非关联方向，所以支路的吸收功率为

$$p = -ui = -14 \times (-2) = 28\ \text{W}$$

(3) 对图(c)支路：

$$u = 2 \times 3 + 8 = 14\ \text{V}$$

因为 u、i 为关联方向，所以支路的吸收功率为

$$p = ui = 14 \times 2 = 28\ \text{W}$$

由(1-2)式,支路产生的功率为

$$p = -28\ \text{W}$$

(4) 对图(d)支路：

$$u = 6\ \text{V}$$

因为 u、i 为关联方向，所以支路的吸收功率为

$$p = ui = 2 \times 6 = 12\ \text{W}$$

由(1-2)式,支路产生的功率为

$$p = -12\ \text{W}$$

例 1-2 图 1-9 所示电路 N，电流、电压方向如图所示。

(1) 已知 $i=3$ A，支路吸收的功率为 9 W,求电压 u；

(2) 已知 $u=5$ V ,支路产生的功率为 -9 W,求电流 i；

(3) 已知 $i=1$ A ,支路吸收的功率为 -4 W,求电压 u。

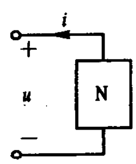


图 1-9

解 (1) 因为 u、i 为非关联方向，所以由(1-1b)式，支路吸收的功率为

$$p = -ui = -u \times 3 = 9\ \text{W}$$

解得

$$u = -3\ \text{V}$$

(2) 因为 u、i 为非关联方向,由 (1-1b)式，支路吸收的功率为

$$p = -ui$$

由(1－2)式，支路产生的功率为

$$p = ui = 5i = -9\ \mathrm{W}$$

解得

$$i = -1.8\ \mathrm{A}$$

(3) 因为 u、i 为非关联方向，由(1－1b)式，支路吸收的功率为

$$p = -ui = -1 \times u = -4\ \mathrm{W}$$

解得

$$u = 4\ \mathrm{V}$$

例 1－3 图 1－10 所示为某电路中的一条支路，试分别求以 a、b、c 为参考点时的电压。

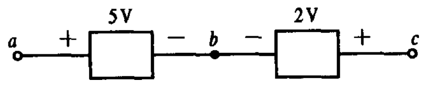


图 1－10

解 若选 a 点为参考点时，有

$$U_a = 0,\ U_b = -5\ \mathrm{V},\ U_c = -3\ \mathrm{V}$$

$$U_{ab} = U_a - U_b = 5\ \mathrm{V},\ U_{bc} = U_b - U_c = -2\ \mathrm{V},\ U_{ac} = 3\ \mathrm{V}$$

若选 b 点为参考点时，有

$$U_a = 5\ \mathrm{V},\ U_b = 0,\ U_c = 2\ \mathrm{V}$$

$$U_{ab} = U_a - U_b = 5\ \mathrm{V},\ U_{bc} = U_b - U_c = -2\ \mathrm{V},\ U_{ac} = U_a - U_c = 3\ \mathrm{V}$$

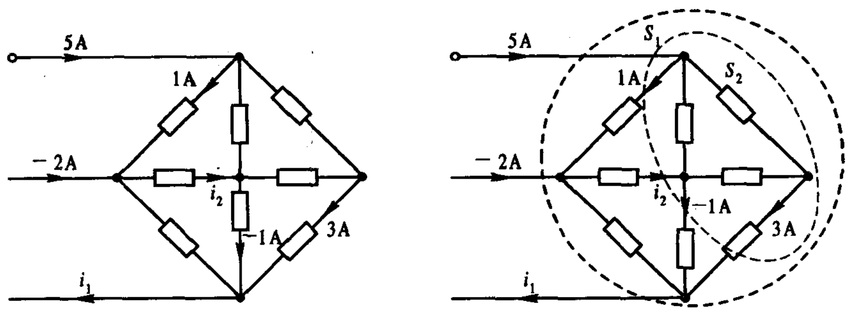
若选 c 点为参考点时，有

$$U_a = 3\ \mathrm{V},\ U_b = -2\ \mathrm{V},\ U_c = 0$$

$$U_{ab} = U_a - U_b = 5\ \mathrm{V},\ U_{bc} = U_b - U_c = -2\ \mathrm{V},\ U_{ac} = U_a - U_c = 3\ \mathrm{V}$$

注意 由此例可知：电位与参考点之间有一一对应的关系，即在同一电路中，任一点的电位随参考点选择的不同而不同。但是电路中任意两点之间的电压等于两点的电位之差，而与参考点的选择无关。

例 1－4 由图 1－11(a)所示电路，求电流 i_1、i_2。



(a) (b)

图 1－11

解 由基尔霍夫电流定律的推广，对封闭曲面 S_1(如图 1－11(b))，有

$$i_1 = 5 + (-2) = 3\ \mathrm{A}$$

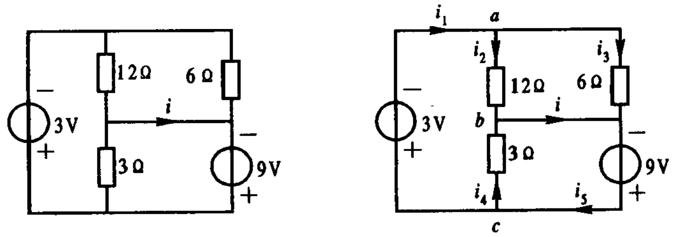
对封闭曲面 S_2，有

$$i_2 = 1 + (-1) + 3 - 5 = -2\ \mathrm{A}$$

例 1－5 由图 1－12(a)所示电路，求电流 i 以及各电压源产生的功率。

解 首先标明各支路电流，如图 1－12(b)所示，由图(b)可以看出：

$$u_{ab} = -3 + 9 = 6\ \mathrm{V},\ u_{cb} = 9\ \mathrm{V}$$



(a) (b)

图 1-12

所以 $$i_2 = \frac{u_{ab}}{12} = 0.5\ \text{A},\ i_4 = \frac{u_{cb}}{3} = 3\ \text{A}$$

由 KCL，有

$$i = i_2 + i_4 = 3.5\ \text{A}$$

$$i_3 = \frac{u_{ab}}{6} = 1\ \text{A}$$

$$i_5 = i + i_3 = 4.5\ \text{A}$$

$$i_1 = i_2 + i_3 = 1.5\ \text{A}$$

因为 3 V 电压源与电流 i_1 为关联方向，所以 3 V 电压源产生的功率为

$$p_1 = -3\,i_1 = -4.5\ \text{W}$$

因为 9 V 电压源与电流 i_5 为非关联方向，所以 9 V 电压源产生的功率为

$$p_2 = 9i_5 = 40.5\ \text{W}$$

例 1-6 由图 1-13 所示电路，求电流 i。

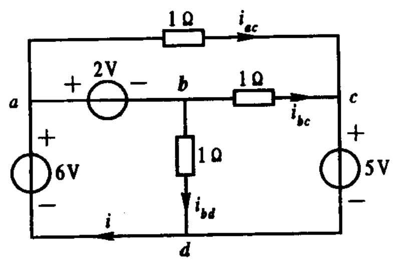


图 1-13

解 由 KVL，有

$$u_{bd} = -2 + 6 = 4\ \text{V}$$

所以 $$i_{bd} = \frac{u_{bd}}{1} = 4\ \text{A}$$

同样，由 KVL，有

$$u_{bc} = u_{bd} - 5 = -1\ \text{V},\ i_{bc} = \frac{u_{bc}}{1} = -1\ \text{A}$$

由 KVL，有

$$u_{ac} = 2 + u_{bc} = 1\ \text{V},\ i_{ac} = \frac{u_{ac}}{1} = 1\ \text{A}$$

$$i_{cd} = i_{bc} + i_{ac} = 0,\ i = i_{bd} = 4\ \text{A}$$

例 1-7 由图 1-14 所示电路，求电流 I。

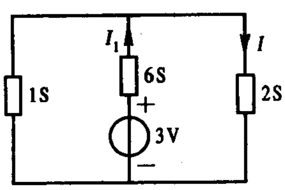


图 1-14

解 首先注意电导的串、并联以及欧姆定律的电导形式。对电源来说，总电导

$$G = \frac{6 \times (1+2)}{6 + (1+2)} = 2\ \text{S}$$

总电流 $$I_1 = 3G = 6\ \text{A}$$

由分流关系可得

$$I = I_1 \frac{2}{1+2} = 4\ \text{A}$$

例 1－8 由图 1－15(a)所示电路，试求：

(1) ab端的等效电阻 R_{ab}；

(2) 当 ab 端接 12 V 的电压源时，求电流 i。

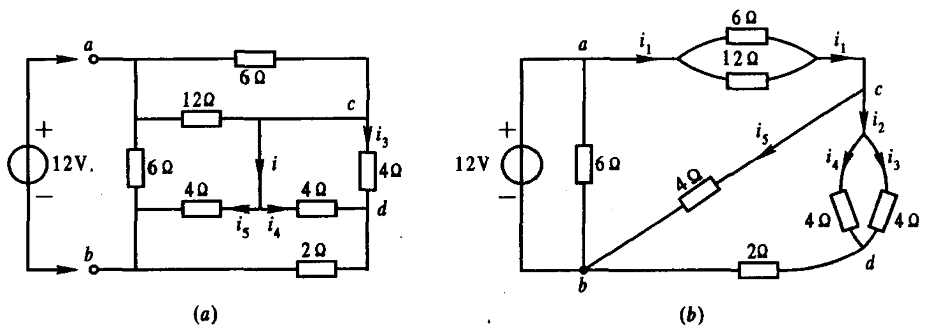


图 1－15

解 (1) 一般而言，在混联电路中，流过同一电流的几个电阻构成串联关系，承受同一电压的几个电阻构成并联关系。利用串、并联关系，求得 ab端的等效电阻

$$R_{ab} = 6 \mathbin{/\!/} [6 \mathbin{/\!/} 2 + 4 \mathbin{/\!/} (4 \mathbin{/\!/} 4 + 2)] = 3\ \Omega$$

(2) 求电流 i 时，关键是要判别出电阻是串联还是并联，同时要能正确地应用分流公式。把图 1－15(a) 中的短路线缩为一点，如图 1－15(b) 所示，再标明原电路中对应的支路电流以及参考方向。可以看出，在图(b)电路中

$$i_1 = \frac{12}{6 \mathbin{/\!/} 12 + 4 \mathbin{/\!/} (4 \mathbin{/\!/} 4 + 2)} = \frac{12}{4+2} = 2\ \text{A}$$

由分流关系，有

$$i_2 = i_5 = \frac{1}{2} i_1 = 1\ \text{A}$$

$$i_3 = i_4 = \frac{1}{2} i_2 = 0.5\ \text{A}$$

回到原电路(图 1－15(a))中，可以看出：

$$i = i_4 + i_5 = 1.5\ \text{A}$$

例 1－9 由图 1－16(a)所示电路，求电流 i.

解 对图 1－16(a)稍做变形处理后即可得图 1－16(b)所示的电路，这样其元件的串、并联关系就很清楚了。由图(b)电路有

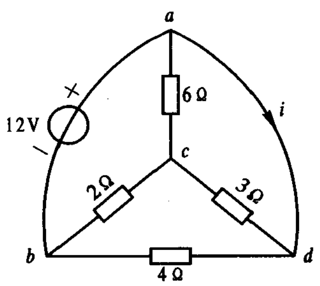
$$i_1 = \frac{12}{6 \mathbin{/\!/} 3 + 2} = \frac{12}{4} = 3\ \text{A} = i_2$$

由分流关系，有

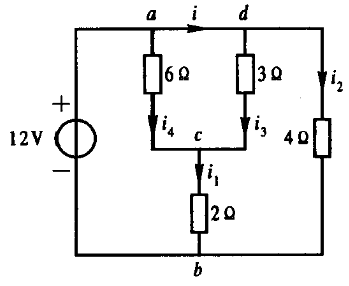
$$i_3 = i_1 \frac{6}{6+3} = 2\ \text{A}$$

所以

$$i = i_3 + i_2 = 5\ \text{A}$$



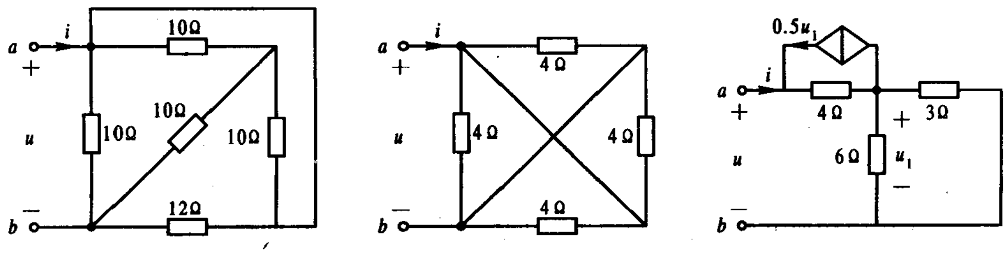
(a)



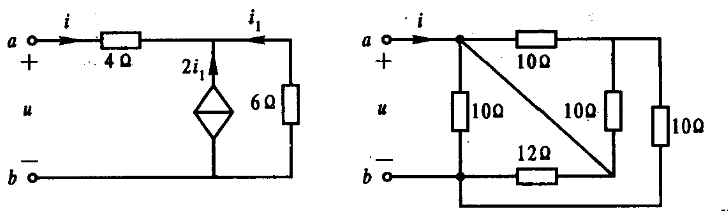
(b)

图 1-16

例 1-10 由图 1-17 所示电路，求各电路 ab 端的等效电阻 R_{ab}。



(a)　(b)　(c)



(d)　(e)

图 1-17

解　(1)把图 1-17(a) 稍做变形处理，即可等效为如图 1-17(e)所示的电路，由图(e)可以得 ab 端的等效电阻为

$$R_{ab} = 10 \parallel [10 \parallel 10 + 10] \parallel 12 = 10 \parallel 15 \parallel 12 = 6 \parallel 12 = 4\ \Omega$$

(2)从图 1-17(b)电路的 ab 端往右看，是由 4 个 4 Ω 电阻并联的电路，因此

$$R_{ab} = 4 \parallel 4 \parallel 4 \parallel 4 = 1\ \Omega$$

(3)图 1-17(c) 电路是含受控源的电路，其等效电阻只能用端口伏安关系来计算。由节点 b 有

$$u_1 = i\frac{3}{3+6} \times 6 = 2i$$

$$u = (i + 0.5u_1) \times 4 + u_1 = 10i$$

则，ab 端的等效电阻为

$$R_{ab}=\frac{u}{i}=10\ \Omega$$

(4) 图 1 - 17(d) 电路也是含受控源的电路，其等效电阻也用端口伏安关系来计算。由图(d)有

$$i=-2i_1-i_1=-3i_1$$

$$i_1=-\frac{1}{3}i$$

$$u=4i-6i_1=4i-6\left(-\frac{1}{3}i_1\right)=6i$$

$$R_{ab}=\frac{u}{i}=6\ \Omega$$

例 1 - 11 由图 1 - 18(a)、(b)、(c) 电路，求各电路的等效电阻 R_{ab}。

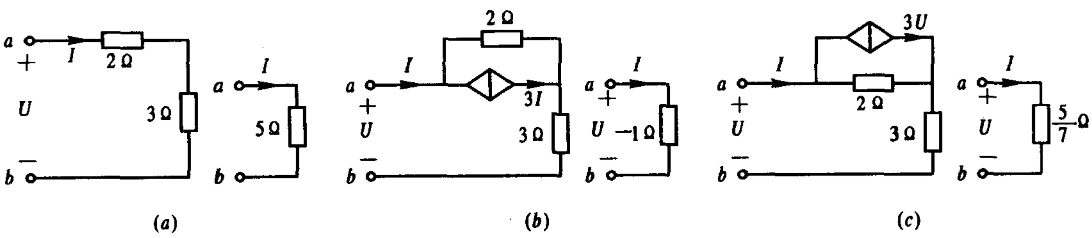


图 1 - 18

解 (1) 由 图 1 - 18(a) 电路得

$$R_{ab}=2+3=5\ \Omega$$

(2) 由 图 1 - 18(b)所示电路，根据 KVL、KCL，有

$$U=(I-3I)\times 2+3I=-I$$

$$R_{ab}=\frac{U}{I}=-1\ \Omega$$

(3) 由 图 1 - 18(c)所示电路，根据 KVL、KCL，有

$$U=(I-3U)\times 2+3I=5I-6U$$

解得

$$U=\frac{5}{7}I$$

$$R_{ab}=\frac{U}{I}=\frac{5}{7}\ \Omega$$

注意

(1) 由例 1 - 10 可以看出对含受控源电路，求两端电路的等效电阻要用端口伏安特性来求得，即根据 KVL、KCL 以及欧姆定理写出端口电压与电流的关系，其等效电阻值等于端口电压与端口电流之比。

(2) 受控源在电路中不起激励作用，但改变支路的等效电阻，而且含有受控源的两端电路，其等效电阻可以是正值，也可以是负值。

(3) 同一个含受控源的两端电路，其控制量不同，等效电阻值不同。

例 1 - 12 由图 1 - 19(a)所示电路，求电压 u。

解 因为要求电压 u，就应保持该支路不变，对其它支路进行等效变换。对实际电流

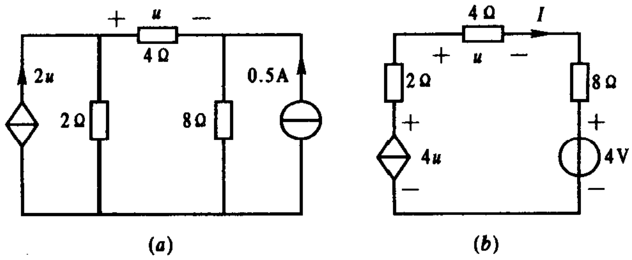


图　1 - 19

源支路进行等效变换得图 1 - 19(b)所示电路，则回路电流为

$$I = \frac{u}{4}$$

由 KVL,回路电压方程为

$$4 + (8 + 4 + 2)I - 4u = 0$$

即
$$4 + (8 + 4 + 2)\frac{u}{4} - 4u = 0$$

解得
$$u = 8\ \mathrm{V}$$

例 1 - 13　由图 1 - 20(a)所示电路，求电压 u。

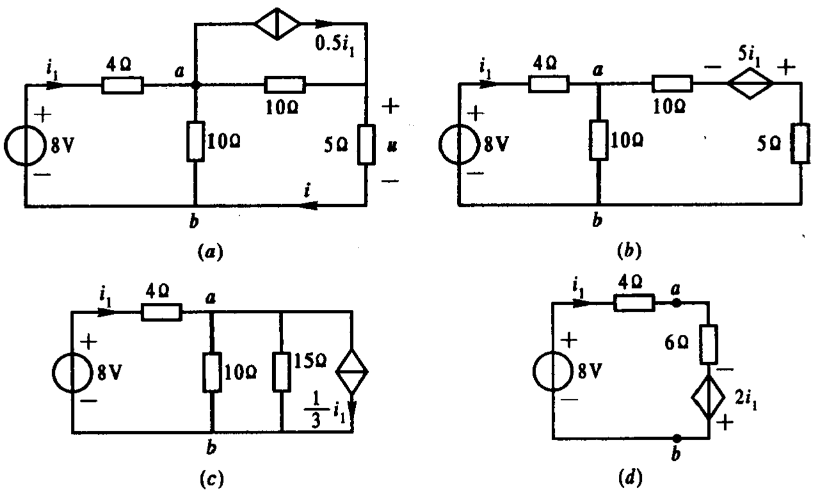


图　1 - 20

解　因为受控源的控制量为 i_1,所以首先对 i_1 以外的支路做等效变换。等效过程为：图 1 - 20(a)→图 1 - 20(b)→图 1 - 20(c)→图 1 - 20(d)。由图(d)电路可得

$$i_1 = \frac{8 + 2i_1}{4 + 6} = \frac{4}{5} + \frac{1}{5}i_1$$

解得
$$i_1 = 1\ \mathrm{A}$$

把 i_1=1 A 代入原电路(图 1 - 20(a))中，有

$$u_{ab} = 8 - 4i_1 = 4\ \mathrm{V}$$

由图(a)的节点 b有

$$i = i_1 - \frac{u_{ab}}{10} = 0.6\ \mathrm{A}$$

$$u = 5i = 3\ \mathrm{V}$$

讨论　由此例可知：

(1) 分析含受控源电路时，可将受控源视为独立源来进行等效变换和等效转移。

(2) 由于受控源的输出要通过控制量来确定，因此，对含受控源电路进行等效变换时，应在电路中保留控制量支路。

例 1－14　由图 1－21(a)所示电路，求电流 i。

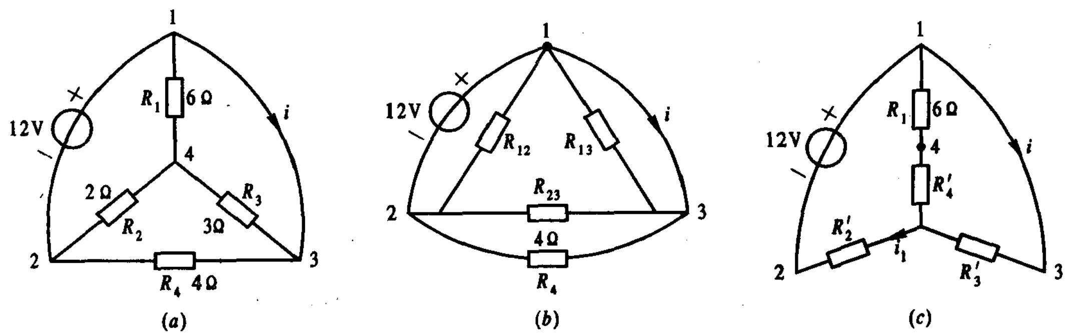


图　1－21

解　在例 1－9 中，我们已应用电阻的串并联等效法求出了电流 i。下面我们用电阻的 Y－△形等效变换的方法来求解。

方法一　首先我们把图 1－21(a)的 R_1、R_2、R_3 构成的 Y 形电路等效成△形，如图 1－21(b) 所示。由图(b)可以看出，因为 R_{13}被短路，而且 R_{12}两端电压就是电源电压，与求电流 i 无关，所以 R_{12}、R_{13}都不需计算，求出 R_{23}即可，

$$R_{23} = \frac{6\times2+6\times3+2\times3}{6} = 6\ \Omega$$

$$i = \frac{12}{R_{23}\,/\!/\,R_4} = \frac{12}{\frac{12}{5}} = 5\ \mathrm{A}$$

其结果与例 1－9 相同。

方法二：把图 1－21(a)中 R_2、R_3、R_4 构成的△形电路等效成 Y 形，如图 1－21(c)，其中

$$R_4' = \frac{R_2R_3}{R_2+R_3+R_4} = \frac{2\times3}{2+3+4} = \frac{2}{3}\ \Omega$$

$$R_3' = \frac{R_3R_4}{R_2+R_3+R_4} = \frac{3\times4}{2+3+4} = \frac{4}{3}\ \Omega$$

$$R_2' = \frac{R_2R_4}{R_2+R_3+R_4} = \frac{2\times4}{2+3+4} = \frac{8}{9}\ \Omega$$