

普通高等教育规划教材

电路分析原理

下册

姚仲兴 姚 维 编著

机械工业出版社

作者积累余年电路分析课程的教学经验，参照《高等学校工科本科电路课程教学基本要求》编著成本书。

全书分上、下两册。上册十章内容是：电路的基本概念和定律，电阻电路及其一般分析法，线性网络的几个定理及等效网络，动态电路元件及其强制响应，正弦稳态电路（含互感及三相）与傅里叶分析。下册七章内容是：一阶、二阶电路的时域分析，网络与状态变量分析，矩阵分析，双口网络及非线性电阻电路分析。

本教材系统性、逻辑性强，内容新颖，风格独特，言简意赅，通俗易懂。

本书可作为高等理、工、农、医院校及各类成人高校电类相关专业的本科教材，也可供有关科技人员参考。本教材很适宜自学。

图书在版编目 (CIP) 数据

电路分析原理 姚维编著 北京：机械工业出版社，2006

普通高等教育规划教材

ISBN 7-111-16111-1

I ①电... II 姚...②姚... III ①电路分析 高等学校教材 IV ①TN71

中国版本图书馆CIP数据核字 (2006) 第 161111 号

机械工业出版社 (北京市百万庄大街 22 号 邮政编码 100037)

责任编辑：韩雪清 版式设计：霍永明 责任校对：程俊巧

封面设计：陈沛 责任印制：洪汉军

北京京丰印刷厂印刷

2006 年 8 月第 1 版 · 第 1 次印刷

16 开 787 毫米 × 1092 毫米 16 印张 · 384 千字

定价：28.00 元

凡购本书，如有缺页、倒页、脱页，由本社发行部调换

本社购书热线电话 (010) 68995199

封面防伪标均为盗版

前 言

作者参阅了国内外的同类教材，结合自身四十余年来从事电路分析课程的教学经验，参照《高等学校工科本科电路课程教学基本要求》编著成本书。

本教材主要介绍在电类相关专业中有关电路分析方面的基本概念、基本原理与基本分析计算方法，为学习电类专业课打下一定的电路理论与实验基础。

本教材有如下特点：①既介绍经典的电路原理，又介绍近代的电路理论，并渗透了作者的研究成果。②以讲稿形式成书，条理清晰，层次分明，教师便于组织教学，学生容易自学。③内容编排由浅入深，难点分散，循序渐进。④凡遇抽象概念，先举实例，后作一般论述（即先建立感性认识，后作理性飞跃）。⑤凡易出差错及尚需深入理解之处，安插思考题，以免差错并予以启发。⑥在算式推导省略部位加注，便于阅读。⑦理论联系实际。⑧例题、习题都经精心设计，概念综合，难易搭配（基本题占 1/3，中等难度题占 1/3，难题占 1/3）；既介绍基本分析法，还介绍多种解题技巧；数据简单（作者以支路号赋予元件参数值，如 Z_1, Z_2, \dots ，并使计算结果也是一组良好的数字），教师便于举例，学生免去了枯燥乏味的繁琐的数据运算，可激发解题兴趣。⑨每章后的小结给出了本章重点，便于复习。⑩书末附有习题答案供参考。

考虑到阅读的连贯性，有些可属附录性质的内容，如复数及其运算，三角函数的正交性质，线性函数等，作者将它们安排在正文中。

打有“*”号的正文作为加深、加宽的参考内容，打有“*”号的例题与习题，难度较大，分析的技巧性较高。

在使用本教材时，如能在每章结束后安排一次课堂练习，将打有“*”号的习题在课堂上练习，并进行讲评，将会收到良好的效果。

本教材系统性与逻辑性强，内容新颖，风格独特，言简意赅，通俗易懂，很适宜于自学。

本书有配套参考书《电路解析与精品题集》，姚维，姚仲兴编著 北京：机械工业出版社，1998。该书着重介绍电路的分析方法与解题技巧，并提供大量的、内容覆盖全部大纲的、概念综合的、形式多样的、难度相当高的、分析方法灵活巧妙的例题与习题（全书有 100 个典型例题，100 个习题）。通过例题的演示与对习题的分析、求解，能使读者学到的电路理论概念清晰，融会贯通，解题思路敏捷，视野开阔。该书特别适宜于要报考研究生的学生与有关教师参考。

IV

参加本书资料收集、整理等工作的还有章玮博士、黄小柳高工，以及章生根、赵梅芳、陶敏恩、陆渭琴。

由于编著者水平有限，谬误与不妥之处实难避免，敬请广大读者批评指正。

编著者
于浙江大学

目 录

前言

第十一章 一阶电路的时域分析	员
第一节 引言	员
第二节 电流与电压初始值的确定	源
第三节 砸脱电路的零输入响应	员
第四节 砸盖电路的零输入响应	员
* 第五节 零输入响应是初始值的线性函数	猿
第六节 砸脱电路的零状态响应	猿
第七节 砸盖电路的零状态响应	源
第八节 砸脱与 砸盖电路的全响应	缘
* 第九节 零状态响应是激励的线性函数	缘
第十节 三要素法	源
第十一节 单位阶跃响应	源
* 第十二节 线性定常零状态网络的定常特性	猿
第十三节 阶跃响应	猿
第十四节 正弦函数激励下的响应	猿
第十五节 冲激响应	猿
* 第十六节 脉冲系列响应	愿
* 第十七节 任意波形激励下的响应——卷积	愿
* 第十八节 一阶奇异电路	愿
习题	愿
第十二章 二阶电路的时域分析	员
第一节 砸脱串联电路的零输入响应	员
第二节 砸盖并联电路的零输入响应	员
习题	员
第十三章 线性定常电路的 泽域分析	员
第一节 拉普拉斯变换	员
第二节 一些常用函数的拉普拉斯变换	员
第三节 拉普拉斯反变换	员
第四节 拉普拉斯变换的基本性质	员
第五节 电路基本定律的 泽域形式	员
第六节 线性定常电路的 泽域分析	员

第七节	复频域中的网络函数	152
习题	152
第十四章	状态变量分析	153
第一节	概述	153
第二节	线性定常网络状态方程的直观编写	154
* 第三节	线性定常网络状态方程的复频域(泽域)解	155
习题	155
第十五章	线性网络的矩阵分析	156
第一节	关联矩阵与节点分析	156
第二节	基本割集矩阵与割集分析	157
第三节	网孔矩阵与网孔分析	158
第四节	基本回路矩阵与回路分析	159
第五节	特勒根定理	160
习题	160
第十六章	双口网络分析	161
第一节	引言	161
第二节	用再参数与在参数描述双口网络	162
第三节	用匀参数与耶参数描述双口网络	163
第四节	用裁参数与栽参数描述双口网络	164
第五节	双口网络六组参数间的相互关系	165
第六节	双口网络的级联	166
第七节	有载双口网络	167
第八节	回转器	168
第九节	运算放大器	169
习题	169
第十七章	简单非线性电阻电路分析	170
第一节	概述	170
第二节	含有一个非线性电阻器的直流电阻电路	171
第三节	非线性电阻器的串联与并联	172
第四节	小信号分析法	173
习题	173
习题答案	174
参考文献	174

第十一章 一阶电路的时域分析

内 容 提 要

本章介绍 一阶电路的零输入、零状态及全响应，阶跃与冲激等响应，还要介绍一阶电路在任意波形激励下的响应——卷积，最后，介绍一阶奇异电路的分析。

在一阶电路分析中，三要素法是一个有效的方法。

在静态电路中，响应与激励同时出现，同时消失，即电路从一个稳态到另一个稳态是在瞬间完成的。在含有动态元件的线性定常电路中，在正弦函数激励下，电路进入稳态后，响应是与激励同频率的正弦时间函数。

大家知道，由于惯性的缘故，火车从静止状态起动，到某一匀速状态，中间有一个加速过程；反之，当火车有了一定速度以后，在关掉发动机的情况下，要经过一个减速过程才会停下来。在电路中也有类似现象存在。在含有动态元件的电路中，一般情况下当电路从一个状态向另一个状态转变时，也要经过一个过程。在本章及紧接着的后面三章中，我们的任务是要分析电路是怎样实现状态转变的。

第一节 引 言

本节介绍有关暂态电路分析中的一些基本概念，并通过一个实例的讨论，指出暂态电路时域分析的一般步骤。

一、暂态过程、暂态、暂态电路

由于某种原因，使电路从一个状态变为另一个状态的过程，称为暂态过程，或称过渡过程。在这段时间内，称电路处于暂态，处于暂态的电路称为暂态电路。

暂态过程中的电流、电压，称为暂态电流与暂态电压。

二、电路中出现暂态过程的原因

1. 外加因

电路中由于开关的换接、或是电路参数的突然变化等，迫使电路的工作状态

圆

发生改变，是电路出现暂态过程的外部因素。今后，统称这些外部因素为换路。

圆内因

外因是使电路出现暂态过程的条件，出现暂态过程的内在因素是动态元件中的储能不能突变。下面不妨以含有电容器的电路为例来论证这个问题。如果说，电容器悦在时刻贼时的储能憎(贼能突变，则有憎增(贼转(贼越素(贼越依肆，即在该时刻电容器将吸收(或放出)无限大的功率。在任一时刻贼电路中的功率是平衡的。这样，电路中就要有相应产生(或吸收)无限大功率的元件，而在工程电路中还没有这种元件，这表明，在这样的电路中，动态元件中的储能是不能突变的，它只能渐变，从而引起暂态过程。

三、一阶电路与一阶时域分析

如果换路后的电路方程可化为单一网络变量的一阶微分方程，则称这种电路为一阶电路。

在时域中分析一阶电路，称为一阶时域分析。在时域中分析暂态过程的方法，也叫作经典法。

下面举例说明暂态电路时域分析的一般步骤。至于电路在暂态过程中出现的现象，在后面几节中再作讨论。

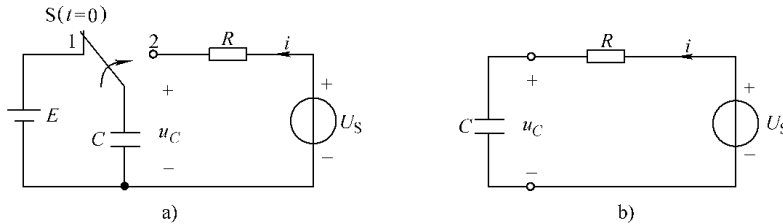


图 10-1 电阻 电容充电电路 (设 电容跃耘)

葬 贼园时，开关在位置 员 遭 贼园时的电路，怎(园 越耘

在图 10-1 电路中，开关杂在位置 员 电容器 悦被充电，在 贼园时，有 怎(园) 越耘。在 贼园 开关从 员 移至 圆 电路中开关的动作是瞬间完成的，换路后的电路如图 遭所示(注意，图中 砸 悦 哉 应理解为等效参数)。如设 哉 跃耘，则换路后电容器被继续充电，充电电流设为 蚤 最后被充到 怎(园) 越哉。在充电过程中，电容电压 怎(园) 怎样改变？怎(园) 的变化规律可通过下面几个步骤来确定。

愿在换路后的电路中建立单网络变量的微分方程

图 遭电路的 运 越耘 方程为

$$R \frac{du_C}{dt} + u_C = U_S$$

注意，上式必须加 贼 园 的限制。因为该方程是在换路后的电路中建立的，

亦即该方程是定义在 $t=t_0$ 的时域中的。需要指出, 如果电路中有冲激函数存在, 这时我们就要研究电路在 $t=t_0$ 这一瞬间的性状; 如无冲激存在, 则式中的 t_0 指 $t=0$ 。

现在是讨论 u_C , 式中 u_C 转换为以 u_C 表示, 在图 10-10 电路中有 u_C 将 u_C 代入上式后, 得

$$R \frac{du_C}{dt} + \frac{u_C}{C} = \frac{U}{C} \quad (10-10)$$

式 (10-10) 是关于 u_C 的一阶常系数线性非齐次常微分方程。高等数学中指出, 非齐次方程的解由两部分组成: 一个称为特解, 或叫作特别积分; 另一个是齐次方程的解, 即通解, 通解也叫作补函数。

求解非齐次方程的特解

非齐次方程的特解即是电路的强制响应 (如果强制响应就是稳态响应的话, 则特解也就是新的稳态响应), 这个解与激励源有关 (对于直流电源激励的电路, 这个解用分析直流电路的方法求得; 对于正弦函数激励的电路, 这个解用正弦稳态分析的方法, 即用相量分析求得; 对于指数函数、斜坡函数与冲激函数等激励的电路, 虽然在这种电路中没有稳态解, 但我们可用比较系数法求得其特解)。

在图 10-10 电路中, 强制响应就是新的稳态响应。下一节的分析将指出, 从换路开始到新的稳态被建立, 理论上说需要经过无限长的时间。这样, 在新的稳态时 (充电结束, u_C 为定值, 悦相当于开路), 电容电压为 U , 即特解为

$$u_C = U$$

式中下标 p 表示“特别”的意思。

求解齐次方程的通解

式 (10-10) 的齐次方程为

$$R \frac{du_C}{dt} + \frac{u_C}{C} = 0 \quad (10-11)$$

上式的特征方程为

$$R \lambda + \frac{1}{C} = 0$$

特征方程的根为

$$\lambda = -\frac{1}{RC} \quad (10-12)$$

(λ 与激励源无关, 也即在换路后的电路中, 令激励源置零后由电路等效参数 R 给出 λ 。)式中单位: 电阻为欧 [姆] (Ω), 电容为法 [拉] (F), λ 的单位为 s^{-1}

$$\left[\frac{1}{R} \rightarrow \frac{1}{\Omega \cdot F} \rightarrow \frac{1}{\Omega \cdot \text{安秒}^2} \rightarrow \frac{1}{\text{秒}} \right]$$

齐次方程的通解为

源

$$u_{\text{C}} = \sum_{k=1}^n A_k e^{s_k t} + \sum_{k=1}^m B_k e^{s_k t}$$

式中 A_k 为积分常数，其值由电路初始条件确定。下标 k 表示“齐次”之意。

写出全解

非齐次方程的全解等于特解加通解，即

$$u_{\text{C}} = \sum_{k=1}^n A_k e^{s_k t} + \sum_{k=1}^m B_k e^{s_k t} + u_{\text{C}}^{\text{part}} \quad (5-20)$$

确定积分常数 A_k

在式 (5-20) 中，令 $t=0$ ，有

$$u_{\text{C}}(0) = \sum_{k=1}^n A_k + \sum_{k=1}^m B_k + u_{\text{C}}^{\text{part}}(0)$$

于是有

$$u_{\text{C}}(0) = \sum_{k=1}^n A_k + \sum_{k=1}^m B_k + u_{\text{C}}^{\text{part}}(0)$$

如果 $u_{\text{C}}(0)$ 能够确定，则常数 A_k 就确定了。 $u_{\text{C}}(0)$ 称为确定电路微分方程式 (5-19) 亦即确定响应 u_{C} 有定解的初始条件。将 A_k 值代入式 (5-20) 后，得

$$u_{\text{C}} = \underbrace{\sum_{k=1}^n A_k e^{s_k t}}_{\text{特解}} + \underbrace{\sum_{k=1}^m B_k e^{s_k t}}_{\text{通解}} + u_{\text{C}}^{\text{part}} \quad (5-21)$$

式 (5-21) 指出，暂态电压 u_{C} 按指数规律变化，这个变化规律只决定 ζ 而与激励源及电路的初始条件都无关 [激励 $u_{\text{C}}^{\text{part}}$ 与初始条件 $u_{\text{C}}(0)$ 只影响通解的初值，而不影响其变化规律]。于是人们将特征方程的根 s_k 称作电路的固有频率，或自然频率 (因 ζ 与角频率 ω 的单位相同)；将通解称为电路的固有响应，或自然响应；将特解称为强制响应或稳态响应。

以上给出的确定暂态电压 u_{C} 的五个步骤，对于一阶、二阶及任意阶电路的时域分析，都是普遍适用的。

要使微分方程有定解，需要给出电路的初始条件。如设换路发生在 $t=0$ 所求响应为 u_{C} ，则一阶电路的初始条件为 $u_{\text{C}}(0)$ ；二阶电路的初始条件为 $u_{\text{C}}(0)$ 及 $\dot{u}_{\text{C}}(0)$ ； n 阶电路的初始条件为 $u_{\text{C}}(0)$ ， $\dot{u}_{\text{C}}(0)$ ， $\ddot{u}_{\text{C}}(0)$ ， \dots ， $u_{\text{C}}^{(n-1)}(0)$ 。这些初始条件如何给出？下一节将讨论这个问题 (注意，初始条件也就是相应的初始值)。

第二节 电流与电压初始值的确定

在高等数学中，在解微分方程时，初始条件往往是给定的，而在电路分析中的初始条件通常是要我们自己去确定的。

一、 $u_{\text{C}}(0)$ 与 $i_{\text{L}}(0)$ 值的确定

在第五章第三节与第五章第七节中，我们分别讨论了电容电压与电感电流的连续变化与跳变。若在 $(0, t_0)$ 内，流经电容器 C 的电流 i_{C} 为有界函数，则在该区间内电容电压是连续变化的，即有 [式 (5-15)]

$$u_C(t_0^+) > u_C(t_0^-) \quad (5.10)$$

如果 u_C 中含有冲激函数 $\delta(t)$ (K 为任一常数), 则电容电压要发生跳变, 即 [式 (5.10)]

$$u_C(t_0^+) > u_C(t_0^-) + K \quad (5.11)$$

若在 (t_0^-, t_0^+) 内, 电感器 L 的端电压 u_L 为有界函数, 则在该区间内电感电流是连续变化的, 即 [式 (5.12)]

$$i_L(t_0^+) < i_L(t_0^-) \quad (5.12)$$

如果 i_L 中含有冲激函数 $\delta(t)$ (K 为任一常数), 则电感电流要发生跳变, 即 [式 (5.13)]

$$i_L(t_0^+) < i_L(t_0^-) + K \quad (5.13)$$

注意, 式 (5.10) 与式 (5.12), 式 (5.11) 与式 (5.13) 是对偶的。

在电路理论中, 将式 (5.10)、式 (5.12) 称为换路条件, 或换路定则。

需要指出, 在今后的电路分析中, 如不加以说明, 就认为换路条件是成立的。如果要判断换路条件是否成立, 可以应用反证法, 即先设 u_C 和 (或) i_L 中含有冲激函数, 然后分析电流、电压是否满足 u_C 和 i_L 的约束。如能满足约束, 表明 u_C 与 i_L 要跳变; 不能满足约束, 则 u_C 与 i_L 连续变化。

二、其余网络变量 i 值的确定

除了 u_C 与 i_L 外, 其余元件上的电流、电压没有像式 (5.10) ~ 式 (5.13) 那样的约束条件。那么, 这些网络变量的 i 值如何确定? 确定的一般步骤是:

1. 画出 $t = t_0^+$ 时的等效电路, 确定 $u_C(t_0^+)$ 与 $i_L(t_0^+)$ 值

对于直流电源激励的电路, 若在 $t = t_0^+$ 时电路处于稳态, 则电感器 L 用短接线替代, 电容器 C 用开路替代, 并用分析直流电路的方法, 确定 $u_C(t_0^+)$ 与 $i_L(t_0^+)$ 值; 对于正弦函数激励的电路, 如在 $t = t_0^+$ 时电路处于稳态, 则可画出换路前的频域电路, 确定相量 \dot{u}_C 与 \dot{i}_L , 随后写出时域式 $u_C(t) = \dot{u}_C e^{j\omega t}$, $i_L(t) = \dot{i}_L e^{j\omega t}$, 式中令 $t = t_0^+$, 即得 $u_C(t_0^+)$ 与 $i_L(t_0^+)$ 值。

2. 画出 $t = t_0^+$ 时的等效电路

在 $t = t_0^+$ 等效电路中, 电容器用电压为 $u_C(t_0^+)$ 的电压源替代 [$u_C(t_0^+)$ 由式 (5.10) 或式 (5.11) 确定], 电感器用电流为 $i_L(t_0^+)$ 的电流源替代 [$i_L(t_0^+)$ 由式 (5.12) 或式 (5.13) 给出], 激励源以其 $t = t_0^+$ 时的值用直流电源替代, 其余电路元件保留。

3. 在 $t = t_0^+$ 等效电路中, 确定各网络变量的 i 值

在 $t = t_0^+$ 等效电路中, 激励源都是恒定值, 其余均为电阻元件与受控电源等, 这样, 用分析直流电路的方法, 可以很容易地确定各网络变量的 i 值。

远

三、 $\frac{d\psi}{dt}(0_+)$ 与 $\frac{d\phi}{dt}(0_+)$ 值的确定

当电容器、电感器上的电流、电压有关联参考方向时,有

$$\frac{d\psi}{dt}(0_+) = \frac{1}{L} \psi(0_+) \quad \frac{d\phi}{dt}(0_+) = \frac{1}{C} \phi(0_+)$$

于是有 $\frac{d\psi}{dt}(0_+) = \frac{1}{L} \psi(0_+)$ $\frac{d\phi}{dt}(0_+) = \frac{1}{C} \phi(0_+)$

式中 $\psi(0_+)$ 与 $\phi(0_+)$ 可以在 R_{eq} 等效电路中确定【思考 在 R_{eq} 等效电路中,除了 $\psi(0_+)$ 与 $\phi(0_+)$ 外,其余网络变量的 R_{eq} 值,对于确定 $\psi(0_+)$ 时的网络变量及其导数值有无贡献?】。

四、其余网络变量一阶、二阶导数 R_{eq} 值的确定

其余网络变量一阶、二阶导数的 R_{eq} 值,可在 R_{eq} 的电路中确定。

例 10-1 在图 10-1 电路中, $R_1=1\Omega$, $R_2=2\Omega$, $R_3=3\Omega$, $C=1F$, $L=1H$, $U_S=1V$, $t=0$ 时,开关 S 打开前电路处于稳态, $t=0$ 时开关 S 打开,试求 $\psi(0_+)$ 、 $\phi(0_+)$ 、 $\frac{d\psi}{dt}(0_+)$ 、 $\frac{d\phi}{dt}(0_+)$ 在 $t=0_+$ 时的值。

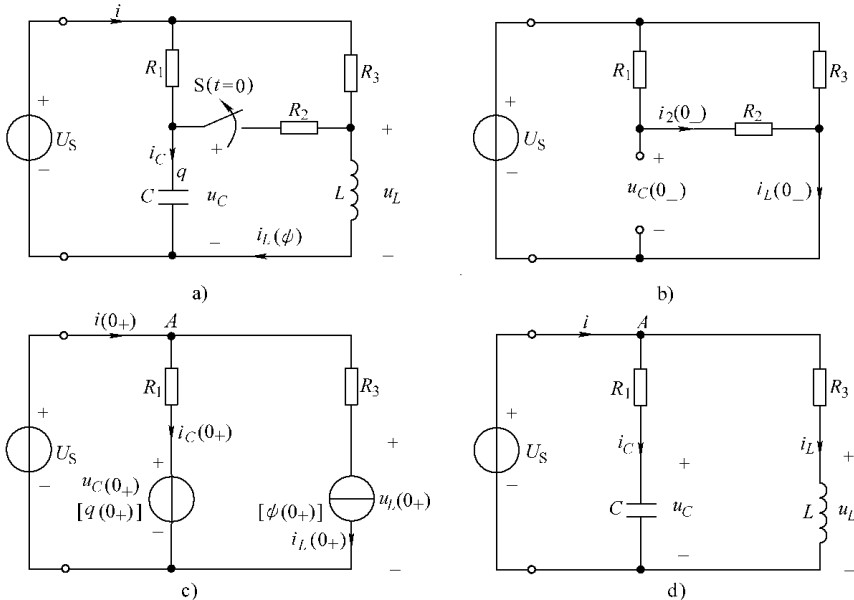


图 10-1 初始值计算示意图

计算初始值的电路 R_{eq} 等效电路 R_{eq} 等效电路 R_{eq} 等效电路 R_{eq} 等效电路

① 本书述及的方程(不论是量方程还是数值方程)及计算式中,如无特殊说明,时间均以 t 为单位的。

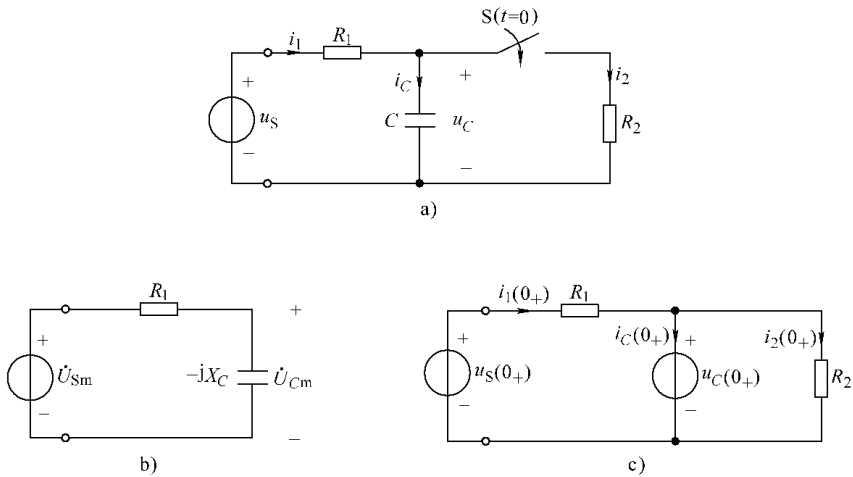


图 猿 猿 正弦函数激励电路的初始值计算
 葬 正弦函数激励的电路 遭 频域电路 糟 等效电路

电容电压的振幅相量为

$$\dot{U}_C = \frac{U_{Sm}}{1 + j\omega RC} \quad (\text{分压})$$

$$U_C = \frac{U_{Sm}}{\sqrt{1 + (\omega RC)^2}}$$

时域电压为

$$u_C(t) = \frac{U_{Sm}}{\sqrt{1 + (\omega RC)^2}} \cos(\omega t - \phi)$$

换路时的 u_C 值为

$$u_C(0_+) = \frac{U_{Sm}}{\sqrt{1 + (\omega RC)^2}} \cos(\phi)$$

(圆) 画出等效电路, 计算 u_C 与 i_C 的园值

图 葬 电路换路后的园等效电路如图 糟 所示, 图中

$$u_C(0_+) = \frac{U_{Sm}}{1 + \omega RC} \quad i_C(0_+) = \frac{U_{Sm}}{1 + \omega RC}$$

$$u_C(0_+) = \frac{U_{Sm}}{1 + \omega RC} \quad i_C(0_+) = \frac{U_{Sm}}{1 + \omega RC}$$

$$u_C(0_+) = \frac{U_{Sm}}{1 + \omega RC} \quad i_C(0_+) = \frac{U_{Sm}}{1 + \omega RC}$$

$$u_C(0_+) = \frac{U_{Sm}}{1 + \omega RC} \quad i_C(0_+) = \frac{U_{Sm}}{1 + \omega RC}$$

$$u_C(0_+) = \frac{U_{Sm}}{1 + \omega RC} \quad i_C(0_+) = \frac{U_{Sm}}{1 + \omega RC}$$

第三节 磁电电路的零输入响应

电容器充电后如何对磁放电？本节来讨论所谓磁电电路的零输入响应。

一、什么是零输入响应

在换路后的电路中没有外施激励,仅由电容器上的初始电压和(或)电感器中的初始电流引起的响应,称为零输入响应。

在图 10-10 中,在 $t=0$ 时,有 U_0 电压源, C 电容, R 电阻, S 开关, N_0 网络, N_0 为一电阻性网络,分析暂态电压 u_C 与电流 i

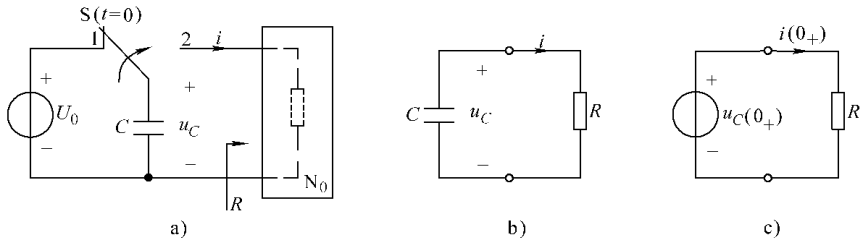


图 10-10 磁电电路零输入响应的例子

图 10-10 (a) 原电路 (b) 换路时等效电路 (c) 换路后等效电路

二、电容电压 u_C 与电流 i

图 10-11 电路换路后的等效电路如图 10-11 所示,图中 R_0 是网络 N_0 的输入电阻。

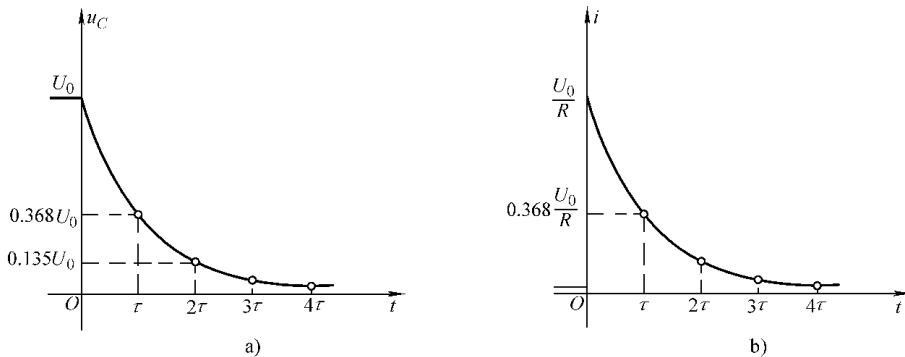


图 10-11 零输入响应 u_C 与 i 的波形(注意参考方向)

图 10-11 (a) u_C 波形 (b) i 波形

对照图 5-1-1 与图 5-1-2 在式 (5-1-1) 中令 $U_{C0} = 0$ 得零输入响应电容电压为

$$u_C(t) = \frac{U_{C0}}{R_0 + R_1} \left[\frac{R_1}{R_0 + R_1} e^{-\frac{t}{\tau_1}} + \frac{R_0}{R_0 + R_1} e^{-\frac{t}{\tau_2}} \right] \quad (5-1-2)$$

波形如图 5-1-3 所示。

在图 5-1-2 电路中, 电流 i 由欧姆定律得

$$i(t) = \frac{u_C(t)}{R_0 + R_1} = \frac{U_{C0}}{R_0 + R_1} \left[\frac{R_1}{R_0 + R_1} e^{-\frac{t}{\tau_1}} + \frac{R_0}{R_0 + R_1} e^{-\frac{t}{\tau_2}} \right] \quad (5-1-3)$$

图 5-1-2 电路的 τ_1 等效电路如图 5-1-4 所示, 图中

$$\tau_1 = \frac{L}{R_0 + R_1}$$

这样式 (5-1-3) 还可写作

$$i(t) = \frac{U_{C0}}{R_0 + R_1} \left[\frac{R_1}{R_0 + R_1} e^{-\frac{t}{\tau_1}} + \frac{R_0}{R_0 + R_1} e^{-\frac{t}{\tau_2}} \right] \quad (5-1-4)$$

此外, 电流 i 也可由电容器特性方程的微分形式确定。

波形如图 5-1-3 所示 (在换路瞬间 i 跳变) 【思考 在图 5-1-2 电路中, 如果电流 i 的参考方向取得与图中相反, 则 i 波形将是什么形状?】。

三、暂态过程的物理解释

RL 电路中的暂态过程

在 $t=0^-$ 时, 有 $u_C(0^-) = U_{C0}$, $i(0^-) = \frac{U_{C0}}{R_0 + R_1}$ 。在 $t=0^+$ 时, $u_C(0^+) = U_{C0}$, $i(0^+) = \frac{U_{C0}}{R_0}$ 。电容电压连续变化, i 发生跳变。换路后, 电容器 C 通过电阻 R_1 放电, u_C 减小; i 减小。对此我们称 u_C 与 i 为暂态分量, 或自由分量。称它们为暂态分量, 是因为这两个分量在暂态过程中存在, 到新稳态建立时即行消失 (电路的暂态过程也是暂态分量消失的过程); 称它们为自由分量, 是因为这两个分量的变化规律只决定于电路结构与元件参数, 而不受激励源的约束。

RL 暂态过程中的能量转换

在暂态过程中, 电容器 C 放出能量, 电阻 R_1 消耗能量。在 $t=0^+$ 时, 电容器中储有能量

$$W_C(0^+) = \frac{1}{2} C U_{C0}^2$$

在整个暂态过程中, 电阻 R_1 上的耗能为

$$W_R(0^+) = \int_0^{\infty} i^2 R_1 dt = \int_0^{\infty} \left[\frac{U_{C0}}{R_0} e^{-\frac{t}{\tau_1}} - \frac{U_{C0}}{R_0 + R_1} e^{-\frac{t}{\tau_2}} \right]^2 R_1 dt \quad \left[\text{代入了式 (5-1-3)} \right]$$

$$= \frac{1}{2} C U_{C0}^2 \frac{R_1}{R_0 + R_1} \left(\frac{R_0 + R_1}{R_0} - 1 \right) = \frac{1}{2} C U_{C0}^2 \frac{R_1}{R_0 + R_1} \frac{R_1}{R_0} = \frac{1}{2} C U_{C0}^2 \frac{R_1^2}{R_0(R_0 + R_1)}$$