

电路分析基础

吴文礼 编著

北京邮电大学出版社

·北京·

内 容 简 介

本书是信息工程专业的专业基础教材,主要介绍电路基本概念;电路的分析方法;一阶电路和二阶电路;正弦稳态电路分析和频率响应等内容。

书中含有大量的习题及详解,并引入了一些实际应用例题,从中可以提高读者分析和解决实际问题的能力,便于自学。

本书可作为高等院校电子信息类、通信类、自动化类和计算机类的教科书,也可供从事电子技术工作的人员参考。

图书在版编目(CIP)数据

电路分析基础/ 吴文礼编著 .—北京:北京邮电大学出版社,2004

ISBN 7 5635 0922 4

电... 吴... 电路分析—高等学校—教材 .TM133

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2004)第 065638 号

出 版 者: 北京邮电大学出版社(北京市海淀区西土城路 10 号)

邮 编:100876 (发行部)电话:62282185 传真:62283578

电子信箱: publish@bupt.edu.cn

经 销: 各地新华书店

印 刷:

印 数: 1—5 000 册

开 本: 787 mm × 1 092 mm 1/ 16

印 张: 14 5

字 数: 340 千字

版 次: 2004 年 8 月第 1 版 2004 年 8 月第 1 次印刷

ISBN 7 5635 0922 4/ TN·338

定 价: 23.00 元

如有质量问题请与北京邮电大学出版社发行部联系

前 言

随着科学技术的发展,高等学校内的教学内容越来越多,课程内容在不断调整,各门课程的教学课时也在不断缩减。为了培养新世纪高素质高等教育人才,适应电子科学技术的飞速发展,我们考虑了电路分析与电子电路基础课程的特点和部分专业教学大纲的要求,统一编写了电路分析基础与电子电路基础两本高校本科教材。

第一本为电路分析基础部分,第二本为电子电路基础部分,各按 51 ~ 68 学时来编写。该套书主要为信息工程专业本科生编写的。考虑到信息工程专业整个课程体系,去掉了后续课程中重点讲述的内容,可以总共按 68 学时来安排教学。

考虑到授课时间短、学时少,本书注重基本概念,力求准确、简单,不做繁琐的物理解释,避免越讲越糊涂的现象。力求使学生掌握基础理论、基本分析方法,培养其工程设计和计算能力。书中不仅包含了大量的习题及详细解答,用于弥补讲授学时的不足。作者还根据多年的科研和教学经验,在例题和习题中引入一些实际例子。通过这些例子可以进一步提高读者的学习兴趣和理论联系实际的能力。

电路分析基础由吴文礼教授编写,电子电路基础由林家儒教授编写。作者长期以来一直从事与电路分析和电子电路基础方面有关的科研和教学工作,具有丰富的电路分析和电子电路基础方面的实际经验和教学经历,为本教材的编写工作打下了坚实的基础。

由于作者的水平所限,书中难免有不足和错误之处,敬请广大读者和专家给予批评指正。

编 者

2004 年 5 月于北京邮电大学

目 录

第 1 章 导 论

1.1 电量和国际单位制	1
1.2 力、功和功率	2
1.3 电荷与电流	3
1.4 电压	3
1.5 电能和电功率	4
习题及解答	4
补充习题	6

第 2 章 电路基本概念

2.1 电路元件分类	7
2.2 电压源	7
2.3 电流源	8
2.4 电阻元件	8
2.5 电容元件	9
2.6 电感元件	10
2.7* 电感器的结构	11
习题及解答	11
补充习题	14

第 3 章 电路定律

3.1 电路中的支路、节点、回路和网孔	15
3.2 基尔霍夫电压定律	15
3.3 基尔霍夫电流定律	16
3.4 电路元件的串联	17
3.5 电路元件的并联	19
3.6 电阻电路的分压与分流	20
习题及解答	21
补充习题	25

第 4 章 线性电路的分析方法

4.1 支路电流法	27
-----------------	----

4.2	网孔电流法.....	28
4.3	矩阵和行列式.....	29
4.4	节点电压法.....	32
4.5	输入电阻.....	33
4.6	转移电阻.....	33
4.7	电路化简.....	34
4.8	叠加原理.....	35
4.9	戴维南与诺顿定理.....	36
4.10	最大功率传输定理	38
4.11	特勒根定理	38
4.12	互易定理	39
	习题及解答	41
	补充习题	52

第 5 章 一阶电路

5.1	引言	56
5.2	换路定则及初始值计算.....	56
5.3	通过一个电阻使电容放电.....	58
5.4	通过一个电阻对电容充电.....	60
5.5	通过一个电阻使电感中的电流消耗掉.....	62
5.6	在电感中建立一个直流电流.....	63
5.7	恒定激励一阶电路的三要素公式.....	64
5.8	一阶电路的脉冲响应.....	68
5.9	一阶电路对指数函数激励的响应.....	71
5.10	一阶电路对突加正弦激励的响应	73
5.11	一阶电路中强迫响应的总结	74
5.12	微分电路与积分电路	75
5.13	突变情况的分析	80
	习题及解答	84
	补充习题.....	100

第 6 章 二阶电路、高阶电路和复数频率

6.1	串联 RLC 电路	104
6.2	并联 RLC 电路	109
6.3	复数频率	112
6.4	在 s 域中的一般化的阻抗(R, L, C).....	114
6.5	网络函数和零极点	115
6.6	强迫响应	117

6.7 自然响应	118
习题及解答	119
补充习题	134

第 7 章 正弦稳态电路分析

7.1 引言	138
7.2 正弦信号的基本参数	138
7.3 正弦信号的相量表示法	141
7.4 电阻、电容、电感元件的复数模型	143
7.5 阻抗和导纳	146
7.6 相量形式的基尔霍夫定律	149
7.7 网孔电流相量分析法	151
7.8 节点电压相量分析法	155
7.9 戴维南和诺顿定理	157
习题及解答	159
补充习题	170

第 8 章 交流功率

8.1 瞬时功率	176
8.2 平均功率(有功功率)与无功功率	177
8.3 复功率、视在功率和功率三角形	178
8.4 功率因数的改善	180
8.5 最大功率传输	181
习题及解答	183
补充习题	191

第 9 章 频率响应

9.1 频率响应	194
9.2 简单 RC 电路的频率响应	195
9.3 RC 选频电路	198
9.4 RC 有源电路频率特性分析举例	200
9.5 串联谐振电路及谐振时的特性	201
9.6 串联谐振曲线及回路的选择性	204
9.7 并联谐振及谐振时的特性	206
9.8 储能元件的品质因数及损耗因数	210
习题及解答	211
补充习题	219

第 1 章 导 论

1.1 电量和国际单位制

本书采用国际单位(SI)制中的9个基本单位,如表1.1所示。所有其他的物理量都从基本单位导出。

表 1.1

物理量	符号	(SI)单位	缩写
长度	L, l	米	m
质量	m	千克	kg
时间	t	秒	s
电流	I, i	安[培]	A
温度(绝对温度)	$T, ()$	开[尔文]	K
物质的量	$n, (v)$	摩[尔]	mol
发光强度	$I, (I_v)$	坎[德拉]	cd
平面角	, , , ,	弧度	rad
立体角		球面度	sr

电路分析中常用的物理量如表1.2所示。

表 1.2

物理量	符号	(SI)单位	缩写
电荷	Q	库[仑]	C
电压	U, u	伏[特]	V
电阻	R	欧[姆]	
电导	G	西[门子]	S
电感	L	亨[利]	H
电容	C	法[拉]	F

续表

物理量	符号	(SI)单位	缩写
频率	f	赫[兹]	Hz
力	F	牛[顿]	N
能量,功	E, W	焦[耳]	J
功率	P	瓦[特]	W
磁通[量]		韦[伯]	Wb
磁通[量]密度	B	特[斯拉]	T

我们应尽可能使用国际单位的 10 的幂次及约量,表 1.3 列出的符号可作为前缀加在表 1.1 和表 1.2 单位符号前面,如 mA 即为毫安, 10^{-3} 安,而 MW 为兆瓦, 10^6 瓦。

表 1.3

倍乘数	名称	符号	倍乘数	名称	符号
10^{18}	艾 exa	E	10^{-1}	分 deci	d
10^{15}	拍 peta	P	10^{-2}	厘 centi	c
10^{12}	太 tera	T	10^{-3}	毫 milli	m
10^9	吉 giga	G	10^{-6}	微 micro	μ
10^6	兆 mega	M	10^{-9}	纳 nano	n
10^3	千 kilo	k	10^{-12}	皮 pico	p
10^2	百 hecto	h	10^{-15}	飞 femto	f
10^1	十 deca	da	10^{-18}	阿 atto	a

1.2 力、功和功率

我们从“力等于质量乘以加速度”物理概念出发可知,1 牛顿就是使 1 千克质量的物体能产生 1 米/秒² 的加速度的力,即

$$1 \text{ N} = 1 \text{ kg} \cdot \text{m} / \text{s}^2$$

同样,在力的作用下使物体移动一定距离时就做功。1 焦耳等于 1 牛顿·米,即

$$1 \text{ J} = 1 \text{ N} \cdot \text{m}$$

功和能量单位相同。

功率是做功的速率或能量从一种形式转化为另一种形式的速度,功率的单位为瓦特(W),即

$$1 \text{ W} = 1 \text{ J} / \text{s}$$

例 1.1 一个质量为 100 kg 的物体,以 $2.0 \text{ m} / \text{s}^2$ 的恒加速度作简单直线运动。

(a) 求作用力;(b) 如果 $t=0, x=0$ 时物体不动,求 $t=4 \text{ s}$ 时的位置、动能和功率。

解: (a) $F = ma = (100 \text{ kg})(2.0 \text{ m} / \text{s}^2) = 200.0 \text{ N}$

(b) 当 $t=4 \text{ s}$ 时

$$\text{位置: } x = \frac{1}{2} at^2 = \frac{1}{2} (2.0 \text{ m/s}^2)(4 \text{ s})^2 = 16.0 \text{ m}$$

$$\text{动能: } W = Fx = (200.0 \text{ N})(16.0 \text{ m}) = 32.0 \text{ kJ}$$

$$\text{功率: } P = W/t = 32.0 \text{ kJ} / 4 \text{ s} = 8 \text{ kW}$$

1.3 电荷与电流

电荷有正电荷和负电荷,电荷流动形成电流,电流单位为安培(A),一般用 I 表示恒定电流, i 表示随时间变化的电流。在 1 s 时间内通过一定截面 1 C 电荷的电流为 1 A。

一般可表示为

$$I(\text{安培}) = \frac{Q(\text{库仑})}{t(\text{秒})} \quad (1-1)$$

对于时变电流可表示为

$$i = \frac{dq}{dt} \quad (1-2)$$

由于电荷可以为正,也可以为负,设定正电荷移动的方向为电流的正方向,故负电荷移动的方向为反方向。

在电路分析中比较重要的是金属导体中的电流,它是由原子结构最外层电子的运动产生的。例如对于铜金属来说,晶状结构中最外层电子受原子核的约束力很小,可自由地从一个原子转移到另一个原子,在常温下这些电子不断地进行随机运动。铜导体每立方米大约有 8.5×10^{28} 个传导电子自由移动。由于电子电荷为 $-e = 1.602 \times 10^{-19} \text{ C}$,因此要产生 1 A 电流大约需要每秒 6.24×10^{18} 个电子穿过导体的一定截面。

例 1.2 一导体中通过 5 A 电流,在 1 min 内有多少电子通过导体的截面?

解:每分钟通过电荷量

$$5 \text{ A} = (5 \text{ C/s})(60 \text{ s/min}) = 300 \text{ C/min}$$

一分钟通过导体电子数 N

$$N = \frac{300 \text{ C/min}}{1.602 \times 10^{-19} \text{ C/电子}} = 1.87 \times 10^{21} \text{ 电子/min}$$

1.4 电压

电压通常是电位,是指电荷在电场中的位能。电压差(也叫电位差)是电荷从一点移动到另一点所需要做的功。电压的单位是伏特,单位符号为 V。1 V 等于移动 1 C 电荷需要 1 J 功,即

$$V = \frac{W(\text{J})}{Q(\text{C})} \quad (1-3)$$

电压的计量符号用下标表示对应于哪两点,如果字母 a 代表一点,字母 b 代表另一点,需要 W 焦耳的功来从 b 点向 a 点移动 Q 库仑电荷,则 $V_{ab} = W/Q$ 。注意,第一个下标点是电荷移动到达点。

电压极性的定义：如果从 b 点向 a 点移动正电荷做功，则 a 点对 b 点为正。

例 1.3 在电路中将 $0.5 \mu\text{C}$ 的电荷从 b 点移动到 a 点需要 $9.25 \mu\text{J}$ 的能量，那么两点之间的电位差是多少？

解：

$$V_{ab} = \frac{W}{Q} = \frac{9.25 \times 10^{-6} \text{ J}}{0.5 \times 10^{-6} \text{ C}} = 18.5 \text{ V}$$

1.5 电能和电功率

电荷在电场中移动会吸收或释放能量，这种能量称为电能。电能单位是焦耳(J)，电能的转换速率是电功率(P)，单位是瓦特(W)，即每秒电能的变化量 J/s，可表示为

$$P = \frac{W(\text{J})}{t(\text{s})} \quad (1-4)$$

由于电压 $V = \text{J/C}$ ，电流 $A = \text{C/s}$ ，即

$$V \cdot A = (\text{J/C}) \cdot (\text{C/s}) = \text{J/s}$$

故电功率等于电压和电流的乘积，即

$$P = VI \quad (1-5)$$

由于 V, I 随时间变化，则瞬间功率也为时间函数，功率是能量对时间的微分：

$$P = \frac{dW}{dt} \quad (1-6)$$

在电动机等其他设备中输出功率常用称为马力(horsepower, hp)的单位表示。

马力与瓦特的关系为

$$1 \text{ hp} = 735.5 \text{ W} \quad (1-7)$$

例 1.4 一电灯内有 0.5 A 电流通过，在 4 s 时间内使灯泡发出 440 J 的光和热能，求电灯消耗电功率和其电压降。

解：消耗电功率

$$P = \frac{W}{t} = \frac{440 \text{ J}}{4 \text{ s}} = 110 \text{ J/s} = 110 \text{ W}$$

因为 4 s 流过灯泡的总电荷

$$Q = It = 0.5 \times 4 = 2 \text{ C}$$

则电灯泡电压降

$$V = \frac{W}{Q} = \frac{440 \text{ J}}{2 \text{ C}} = 220 \text{ V}$$

习题及解答

1.1 6.8 pC 电荷有多少个质子？

解：因为 6.24×10^{18} 个质子合在一起是 1 C ，质子数为

$$6.8 \times 10^{-12} \text{ C} \times \frac{6.24 \times 10^{18} \text{ 质子}}{1 \text{ C}} = 4.24 \times 10^7 \text{ 质子}$$

1.2 电子通过一根导线截面,速率是每分钟 6.4×10^{21} 电子,求导线中的电流。

$$\text{解: } I = \frac{6.4 \times 10^{21} \text{ 电子}}{1 \text{ min}} \times \frac{1 \text{ C}}{6.24 \times 10^{18} \text{ 电子}} \times \frac{1 \text{ min}}{60 \text{ s}} = 17.1 \text{ C/s} = 17.1 \text{ A}$$

1.3 在一电阻中通过电荷为 250 C/min ,若能以 15 kJ/min 的速率转化为热能,那么电阻两端的电压差是多少?

解: 由 $P = UI$ 可得

$$U = \frac{P}{I} = \frac{15 \times 10^3 \text{ J/min}}{250 \text{ C/min}} = 60 \text{ J/C} = 60 \text{ V}$$

1.4 在用电部门,电能的单位常用千瓦时(kWh)。(a)1 kWh 是多少焦耳?(b)一个大教室有 50 个 40 W 日光灯从晚上 11:00 到早上 7:00 忘了关灯,则总共浪费了多少能量(电能)?试分别用千瓦时与兆焦耳表示。

解: (a) $1 \text{ kWh} = 1000 \text{ J/s} \times 3600 \text{ s} = 3.6 \times 10^6 = 3.6 \text{ MJ}$

(b) $40.0 \text{ W} \times 50 \times 8.0 \text{ h} = 16000 \text{ Wh} = 16 \text{ kWh}$

$$16 \text{ kWh} \times (3.6 \text{ MJ/kWh}) = 57.6 \text{ MJ}$$

1.5 蓄电池常以安培-小时(A·h)来标定其容量。求额定值 650 Ah 的 12 V 汽车蓄电池中存储的能量。

解: 由 $W = QU$ 以及 $1 \text{ As} = 1 \text{ C}$ 可得

$$W = 650 \text{ Ah} \times (3600 \text{ s/1 h}) \times 12 \text{ V} = 2.34 \times 10^6 \text{ As} \times 12 \text{ V} = 28.08 \text{ MJ}$$

1.6 一台三匹的空调机,瞬间启动功率为 5 kW,当额定工作电压为 220 V 时,求电源插座允许工作电流是多少?

解: 启动电流 $I = 5 \text{ kW/220 V} = 22.7 \text{ A}$

要求电源插座额定工作电流大于 22.7 A,一般选工作电流标称为 30 A 插座就能安全工作。

1.7 一台无线电台发射功率为 5 kW,工作效率为 60%,设北京电费为每千瓦时 0.45 元,求连续工作一天的费用。

解: 总的输入功率为发射功率除以效率

$$\text{费用} = 5 \text{ kW} \times (1/0.60) \times 1 \text{ d} \times (24 \text{ h/1 d}) \times (0.45 \text{ 元/1 kWh}) = 90 \text{ 元}$$

1.8 最大可接收太阳能功率大约是 1 kW/m^2 ,如果太阳能板(将太阳能转化为电能)的效率是 13%,为了向 3600 W 电烤箱提供功率,需要多少平方米的太阳能电池板?

解: 每平方米太阳能电池板的输出功率是

$$P_{\text{out}} = \eta P_{\text{in}} = 0.13 \times 1000 = 130 \text{ W}$$

所需太阳能板总面积

$$A = 3600 \text{ W} \times (1 \text{ m}^2/130 \text{ W}) = 27.7 \text{ m}^2$$

1.9 一台电动机输出功率为 5 hp(马力),工作效率为 85%。设电费率为每千瓦时 0.45 元,求连续运行 5 天所需电费(1 hp = 0.735 5 kWh)。

解: 所用的总能量等于输出功率乘以运行时间再除以工作效率,这一能量和电费率乘积就是总电费,即

$$5 \text{ hp} \times 5 \text{ d} \times (1/0.85) \times (0.45 \text{ 元/1 kWh}) \times (0.7355 \text{ kWh/1 hp}) \times (24 \text{ h/1 d}) = 233.6 \text{ 元}$$

补充习题

1.10 计算 7.5×10^{-4} N 的力在 14 s 内使物体移动 2 m 所做的功和发出的功率。

答案: 1.5 mJ, 0.107 mW。

1.11 在电路中的两点间移动 8.5×10^{18} 个电子的消耗的功为 136.0 J, 那么, 两点间的电位差是多少?

答案: 100 V。

1.12 诺基亚手机锂电池容量为 650 mAh, 额定工作电压为 6 V, 最长通话时间为 240 min, 求通话时电池提供功率是多少?

答案: $P = 975 \text{ mW} = 0.975 \text{ W}$ 。

1.13 北京地区用电按每千瓦时(kWh)收费 0.45 元计算。某教室照明用电平均电流为 10 A, 供电电压额定值为 220 V, 每天开灯 6 小时, 每月按 30 天计算, 求出每月用电量是多少?

答案: 用电量 396 kWh, 费用 178.2 元。

1.14 4.5 Ah, 1.5 V 的电池, 供给耗电 300 mA 的手电筒, 能用多长时间?

答案: 15 h。

1.15 一个额定电压 220 V 的 20 A 断路器, 能保护用电设备最大容量是多少千瓦?

答案: 4.4 kW。

1.16 汽车启动电动机由 12 V 蓄电池供电, 发动时电流为 250 A, 工作效率为 90%, 问能产生多少马力?

答案: 3.67 hp。

1.17 电动机驱动一台水泵, 以 24 000 升每小时(L/h)的速率将水提升到垂直距离为 50 m 的高处, 设效率为 90%, 问电机需要输出多少马力? (1 升水的重量是 9.78 N)

答案: 4.95 hp。

第 2 章 电路基本概念

2.1 电路元件分类

电器设备可用具有不同性能电路元件组成的电路图或网络图来描述。简单的电路元件是二端元件。按性能可将电路元件分为七种基本元件,如图 2.1 所示。

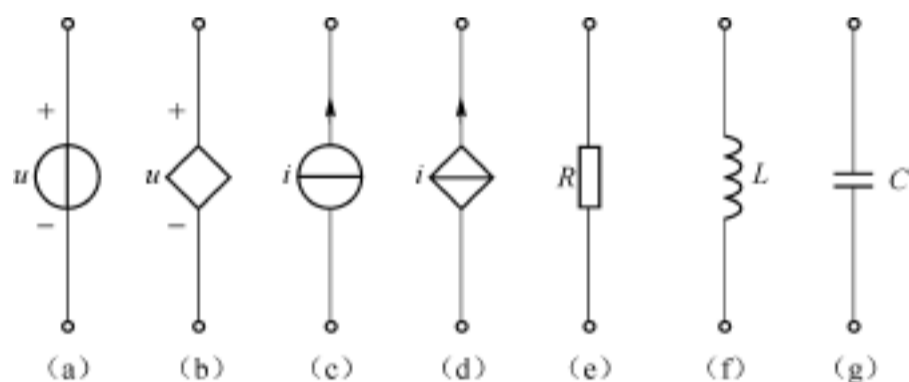


图 2.1

能提供电路能量的是电压源(a)、(b)或电流源(c)、(d)。其中用圆圈表示的(a)和(c)是独立电压源和电流源,不受电路变化影响。用菱形表示的(b)和(d)是受控电压源和电流源,随电路变化而变化。

电压源和电流源通称为有源元件。

将电路中能量转化成其他形式和将它储存在电场或磁场中的元件是电阻 R 、电容 C 和电感 L 。其符号如图 2.1 中的(e)、(f)和(g)所示。称 R 、 L 和 C 为无源元件。

2.2 电压源

理想电压源的定义是:其两端电压与通过它的电流无关,电压源的电压叫做源电压,又叫做电动势,源电压可以是时间的函数。图 2.1 中(a)、(b)是电压源的符号,(a)是独立电压源,(b)是受控电压源,图中 u 为源电压,“+”和“-”表示 u 是“+”端相对于“-”端的电压。

2.3 电流源

理想电流源的定义是:通过它的电流与其两端的电压无关,通过电流源的电流叫做源电流,源电流可以是时间的函数。图 2.1 中(c)、(d)是电流源的符号,图中 i 表示源电流,箭头表示源电流的参考方向。实际电流的方向与箭头方向相同,则 i 取为正,反之取负。图 2.1 中(c)为独立电流源的符号,(d)为受控电流源的符号。

2.4 电阻元件

电阻元件是吸收电路传输的电能,使其转化为其他能量的装置。表现这一物理属性的是欧姆定律,即电阻两端的瞬时电压只取决于流过它的瞬间电流:

$$u = R \times i \quad (2-1)$$

式中, R 称为元件的电阻值,单位是欧姆,符号为“ Ω ”, $1 \Omega = 1 \text{ V/A}$ 。

最早是通过导体的导电性能认识电阻的。导体的导电性能是用导体的电阻率来衡量的,均匀截面的导体的电阻是

$$R(\Omega) = \frac{l(\text{m})}{A(\text{m}^2)} \quad (2-2)$$

式中, l 是导体的长度(m), A 是截面积(m^2), ρ 是电阻率计量符号,国际单位为欧[姆]·米。

表 2.1 给出一些材料在环境温度为 20℃ 时的导电率。

表 2.1

材料	电阻率($\Omega \cdot \text{m}$)	材料	电阻率($\Omega \cdot \text{m}$)
银	1.64×10^{-8}	镍铬合金	100×10^{-8}
纯铜	1.72×10^{-8}	硅	2500
铝	2.83×10^{-8}	纸	10^{10}
铁	12.3×10^{-8}	云母	5×10^{11}
康铜	49×10^{-8}	石英	10^{17}

一般用电阻率比较高的材料做成电阻器,电阻器吸收的功率是

$$P = \frac{U^2}{R} = I^2 R \quad (2-3)$$

电阻器所能承受的功率称为额定功率。工作时电阻器吸收的功率要小于电阻的额定功率,一般称为额定瓦数。

瞬时功率的积分可确定电阻元件的耗能。

$$W_R = \int_{t_1}^{t_2} P dt = R \int_{t_1}^{t_2} i^2 dt = \frac{1}{R} \int_{t_1}^{t_2} u^2 dt \quad (2-4)$$

例 2.1 有一个 2 W, 300 Ω 的炭膜电阻,它所能承受的电压是多少?

解:
$$P = \frac{U^2}{R}, U = \sqrt{PR} = \sqrt{2 \times 300} = 24.5 \text{ V}$$

例 2.2 一个 50Ω 电阻中通过电流 $i = 2.0 \sin t$ (A), $\omega = 2\pi f = 100$ (rad/s)。求电阻上电压、功率和一个周期内吸收的能量。

解:
$$u = Ri = 100 \sin t \text{ (V)}$$

$$P = ui = i^2 R = 200 \sin^2 t \text{ (W)}$$

$$T = \frac{1}{f} = \frac{2}{100} = \frac{1}{50} \text{ s}$$

$$W = \int_0^T P dt = 200 \left[\frac{T}{2} - \frac{\sin 2T}{4} \right] = 2 \text{ J}$$

2.5 电容元件

电容是以聚集电荷的形式储存电能的二端元件。常用的电容器以两金属箔(膜)为极板,两极上可聚集等量异性电荷。电容器的特点是两端的瞬时电压只取决于其中的瞬时电荷量。按电流注入端为电压的正极性端,如图 2.2 所示。

电容的单位是法拉,称为“F”,用“C”表示电容量的值。对于填充线性介质的电容器,其电荷、电压、电流、功率及能量的关系如下:

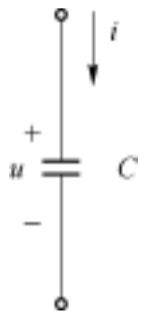


图 2.2

$$u = \frac{q(\text{C})}{C(\text{F})} \quad (2-5)$$

$$u = \frac{1}{C} \int i dt + u_0, i = C \frac{du}{dt}$$

$$p = ui = Cu \frac{du}{dt} = \frac{d}{dt} \left[\frac{C}{2} u^2 \right] \quad (2-6)$$

从 t_1 到 t_2 电容吸收能量

$$W_C = \int_{t_1}^{t_2} p dt = \int_{t_1}^{t_2} Cu \frac{du}{dt} dt = \int_{u_1}^{u_2} cud u = \frac{1}{2} C [u_{t_2}^2 - u_{t_1}^2] \quad (2-7)$$

电容元件在电场中的储能

$$W_C = \frac{1}{2} Cu^2 \quad (2-8)$$

例 2.3 在 $0 < t < 5$ (ms) 时间内,一个 $20 \mu\text{F}$ 的电容两端的电压为 $u = 50.0 \sin 200t$ (V), 试计算电荷量、功率和能量。设 $t=0$ 时 $W=0$, 画出 W_C 的波形。

解:
$$q = Cu = 1000 \sin 200t \text{ (}\mu\text{C)}$$

$$i = C \frac{du}{dt} = 0.20 \cos 200t \text{ (A)}$$

$$p = ui = \frac{d}{dt} \left[\frac{C}{2} u^2 \right] = 5.0 \sin 400t \text{ (W)}$$

$$W_C = \int_{t_1}^{t_2} p dt = 12.5 [1 - \cos 400t] \text{ (mJ)}$$

在 $0 < t < 2.5$ (ms) 时间内,电压和电荷分别从 0 增到 50.0 V 和 $1000 \mu\text{C}$, 储存的能量也

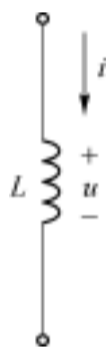
由 0 增到 25 mJ(W_C 的波形如图 2.3 所示)。之后, 能量返回电源, 使能量在 5π 处减小为零。



图 2.3

2.6 电感元件

电感是储存磁场能量的元件。二端电感就是自感。对于填充线性磁介质的线圈, 其瞬时磁通量正比于通过它的瞬时电流。如图 2.4 所示电压和电流参考方向相同时, 依据电磁感应定律可得电路的方程为



$$u = L \frac{di}{dt} \quad (2-9)$$

L 称为电感元件的电感量, 单位是亨利, 符号为 H。电感的功率和能量的关系如下:

$$p = ui = L \frac{di}{dt} i = \frac{d}{dt} \left[\frac{1}{2} Li^2 \right] \quad (2-10)$$

图 2.4 电感的参考方向

从 t_1 到 t_2 电感吸收能量

$$W_L = \int_{t_1}^{t_2} p dt = \int_{t_1}^{t_2} u i dt = \frac{1}{2} L [i_{t_2}^2 - i_{t_1}^2] \quad (2-11)$$

电感元件在磁场中的储能为

$$W_L = \frac{1}{2} Li^2 \quad (2-12)$$

例 2.2 当 $0 < t < (2/50)$ s 时, 通过 30 mH 电感的电流为 $i = 10.0 \sin 50t$ (A), 求电感的电压、功率和能量, 并画出波形图。

解: $u = L \frac{di}{dt} = 30 \times 10^{-3} \times 50 \times 10.0 \cos 50t = 15.0 \cos 50t$ (V)

$$p = ui = 15.0 \cos 50t \times 10.0 \sin 50t = 75.0 \sin 100t$$
 (W)

$$W_L = \int_0^t p dt = \int_0^t 75.0 \sin 100t dt = 0.75(1 - \cos 100t)$$
 (J)

波形图如图 2.5 所示。

由图 2.5 看出, 当 $i = 0$ 时, 能量为 0; 电感中电流增加时, 能量增加, 是储存能量状态; 电流减小, 能量减小, 是能量的释放阶段。

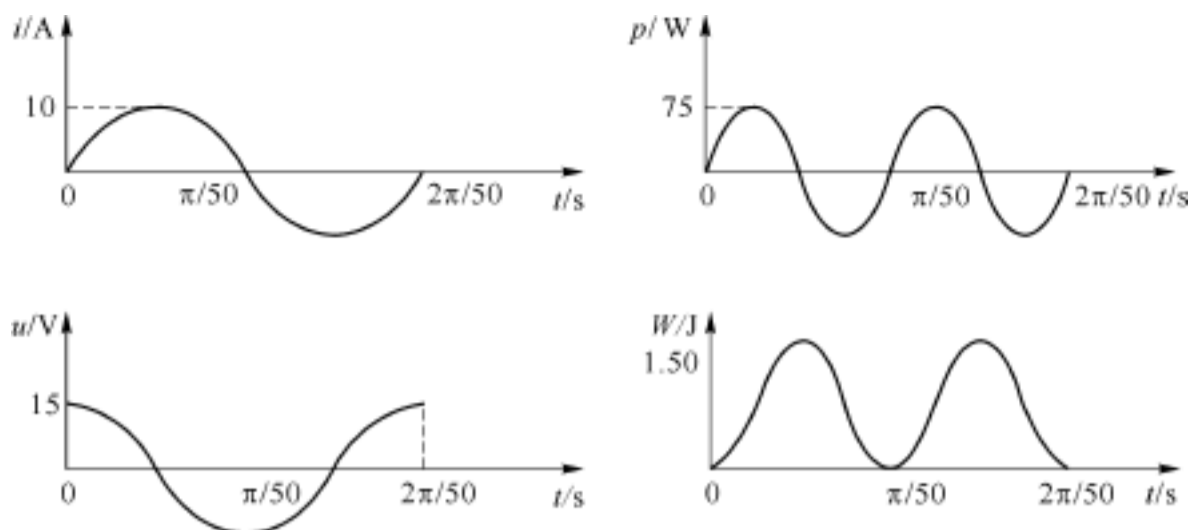


图 2.5

2.7* 电感器的结构

线圈的电感取决于线圈的形状、环绕材料的磁导率、匝数、匝的间隔及其他因素。对于图 2.6 所示的单层线圈,其电感量大约为

$$L = N^2 \mu A / L \quad (2-13)$$

式中, N 为线圈的匝数, A 为磁芯的截面积,单位为 m^2 , L 为线圈的长度,单位为 m , μ 为磁导率,单位为 H/m (亨利/米)。

长度与磁芯直径比越大,公式越精确。当长度是直径的 10 倍时,实际电感比公式所给的小 4% 左右。

例 2.3 求缠绕在 12 cm 长,直径为 0.5 cm 的塑料柱体上的 300 匝单层线圈的近似电感。

解: 塑料的相对磁导率接近于 1,即接近于真空的磁导率($\mu_0 = 0.4 \mu\text{H/m}$)。

$$L = \frac{N^2 \mu_0 A}{L} = \frac{300^2 (0.4 \times 10^{-6}) [\frac{1}{4} \times (0.25 \times 10^{-2})^2]}{12 \times 10^{-2}} \text{H} = 18.5 \mu\text{H}$$

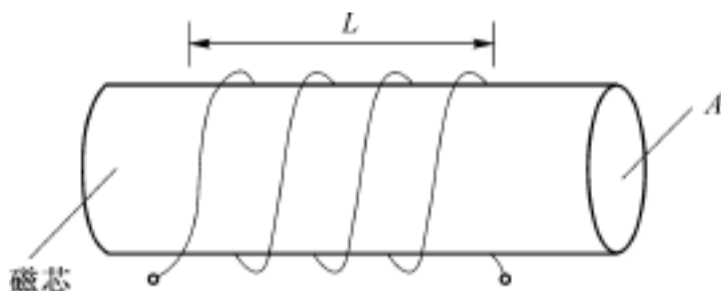


图 2.6

习题及解答

2.1 一个 50Ω 的电阻中流过的电流为 $6.0 \sin 314 t$ (A), 求电阻两端的电压 u 和所消耗的功率。

解: $u = iR = 300.0 \sin 314 t$ (V)

$$p = ui = 1800.0 \sin^2 314 t$$
 (W)

2.2 电烤箱的电阻为 16Ω , 工作电压为 220 V, 求其电流是多少?