第一章　电路分析的基本概念

本章介绍电路模型；电路的主要物理量——电流、电压及功率；电路元件——电阻、电感、电容、电压源、电流源、受控源；电路的基本定律——基尔霍夫定律；电路分析的观察法。基尔霍夫定律和元件的伏安关系是电路分析的重要基础，将贯穿于全书。

第一节　电路分析概述

电路理论是研究电路基本规律和电路分析与综合方法的学科。它经历了一个世纪的漫长道路，形成了完整的体系，并成为整个电气和电子工程，其中包括电力、通信、测量、控制及计算机等技术领域的主要理论基础，并在生产实践中获得了极其广泛的应用。

电路分析是电路理论中的一个重要分支，也是整个电路理论的基础。本章作为全书的开始，将介绍有关电路分析的一些基本概念和定律，为以后各章的学习奠定基础。

一、电路理论的发展及其研究领域

电路理论的发展经历了经典电路理论与近代电路理论两个阶段。从 19 世纪 20 年代到 20 世纪 60 年代，电路理论从物理学中电磁学一个分支逐步发展成为一门独立的学科。这一阶段称为经典电路理论的形成与完备阶段。在这一阶段中，电路理论研究的对象主要是线性非时变无源电路。20 世纪 60 年代，电路理论发生了重大变革。这一变革的主要特征是：从原来主要研究线性、非时变、无源电路，进一步发展到非线性、时变、有源电路。另外在设计方法上采用了“系统的步骤”，以此与计算机辅助设计(CAD)相适应。20 世纪 60 年代至今的这一阶段被称为近代电路理论的形成及发展阶段。这一阶段虽然经历的时间不长，但电路理论的发展却极其迅速。电力、通信及控制技术、系统理论、计算机技术及大规模和超大规模集成电路的进展，对电路理论提出了一系列新的课题，从而促进了电路理论的发展。

电路理论研究的领域，包括电路分析与电路综合两个分支。电路分析是在给定的激励下，求给定电路的响应。电路综合则是在给定的激励下，为达到预期的响应而求得电路的结构及参数。这里所谓“激励”，可理解为电源的作用；所谓“响应”，则可理解为电路各部分对电源作用的反应，例如电流、电压等。

近年来，在电路分析与综合之间，又出现了另一分支，即电路的故障诊断。电路的故障诊断，就是通过对电路的某些可及端钮的测量来确定电路中未知元件的状态及数值。从理论上说，就是元件参数的可解性问题，从实际上说，就是故障元件的定位与定值问题。

图 1-1 给出了电路分析、电路综合及电路故障诊断这三个研究领域的图解说明。

二、电路与电路模型

家用电器、照明设备以及工农业生产中的电机、电器等等，统称为用电设备。它们消耗电

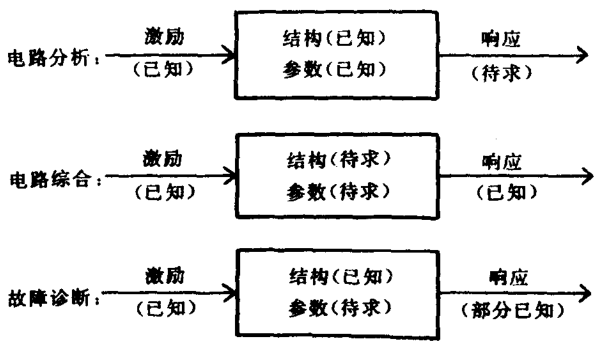

图 1－1 电路理论的三个分支

能，故也称为负载。日光灯照明设备是由灯管、镇流器(铁心线圈)和启动器(相当于自动开关)等连接而成的。灯管、镇流器及启动器等电器零件统称为电路器件或部件（供电电源也属于一种电路器件)。各种用电设备简繁不一，当接通电源后，即有电流流过，使电路进入工作状态。电路器件用导线连接起来构成电流通路，这样一个整体称为电路或网络。电路由电源、负载和连接导线组成。电源是供给电能的设备，电子技术中的信号源就是一种电源。负载是消耗电能的设备。导线的作用是将电源与负载连接起来进行能量传输。电路的作用是传输与分配电能，或者是传输与处理电信号。例如，供电电路就是传输与分配电能的电路；调谐电路是将输入的多频信号进行“处理”，然后输出单频或某一频带信号的电路。再如放大电路是将输入的微弱信号放大‘处理’而后输出的电路。

电路器件的特性与其工作时内部的电磁现象有关。根据电磁现象，可将器件用某个元件或若干元件的组合来模拟。所谓电路元件，是指具有单一电磁现象的器件，它是电路组成的最小单元，是理想化了的器件，因此也称为理想电路元件。理想电路元件有电阻、电容、电感、电压源、电流源、受控源、耦合电感、理想变压器及回转器等。电阻元件是只消耗电能并将其转换为热能或其它形式能量的元件。电容元件和电感元件是分别储存电场能量和磁场能量的元件。上述元件，前五种对外只有两个端钮，称为二端元件，后四种对外有四个端钮，称为四端元件。类似，对外只有两个端钮的网络称为二端网络，其它还有三端网络、四端网络等。三端以上的网络统称为多端网络。二端网络也称为单口网络，因为其一对端钮上的电流是一进一出并且相等。四端网络两对端钮上的电流，若都分别是一进一出并且相等，则此四端网络称为双口网络。元件及结构完全清楚（已知）的网络称为“白盒”网络，元件及结构不清楚或不大清楚的网络，分别称为“黑盒”和“灰盒”网络。在电路分析中，电路和网络这两个词并无明显区别，通常作为整体时可称电路，仅分析“口”与“口”之间特性时则称网络。

任何电路器件都可用电路元件的恰当组合来模拟，模拟以后的模型，称为器件的电模型，简称模型。同一个电器在不同的工作条件下，其内部电磁现象不完全相同，因此对应的模型就不完全一样。例如，电感线圈在低频时的模型为电感 L 与电阻 R 的串联，但在高频时，由于线圈匝间电场影响较大，因此对应模型除 R、L 串联外，还要在串联支路上并一电容 C(低频时也存在此 C，只因其效应微弱，故而略去)，若再考虑高频时的集肤效应，则模型中的电阻值还应增大。实际电路的各种器件用模型代替后，就构成了实际电路的电模型，称为电路模型。电路模型中的连接导线是理想导线，即电阻为零的导线。日光灯照明电路［图1－2(a)］的电路模型

如图 1－2(b)所示，它也称为电路图。

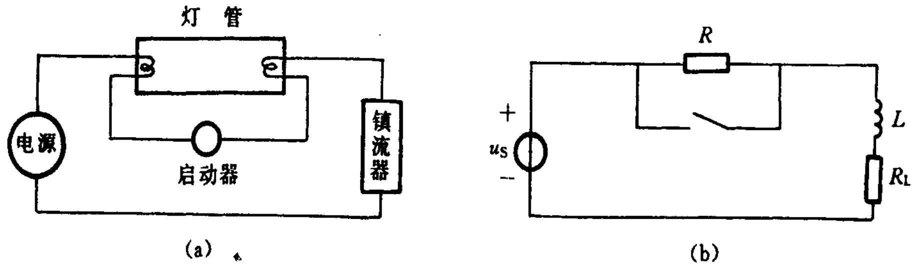

图 1－2 实际电路及其电路模型

电阻、电容、电感三个元件对应的电阻值 R、电容值 C 及电感值 L 称为电路参数。严格地讲，电路中的电路参数是分布型的，这是因为任何电器内的电磁现象分布在整个电器之中。电路传送能量是通过电磁波的传播而实现的，若实际电路的线性尺度远小于电路工作时的电磁波波长，则电路的实际尺寸就可以忽略不计，因而电路参数可集中在一起用一个或有限个分立的 R、L、C 描述，这样的一些参数称为集中参数，对应的电路称为集中参数电路。若实际电路的线性尺度并不远小于电路工作时的电磁波波长，电路的实际尺寸就不可能忽略不计，这时就要用分布参数模拟电路，这种电路称为分布参数电路。电磁波的波长 λ 与电路工作频率 f 及电磁波传播速度 v 有关，它们之间的关系为 $\lambda=v/f$。电磁波在空气中传播速度近似为光速 C($C=3\times10^5$km/s)。例如，电路工作频率 $f=50$ Hz(工频)，则其电磁波波长 $\lambda=6\,000$ km 。可见，一般电路在工频时都属集中参数电路，而长距离的输电线才是分布参数电路。当前计算机的主频可高达2 GHz(2×10^9Hz)，它对应的 $\lambda=15$ cm 。由于采用超大规模集成电路，电路器件和电路被集成在几毫米的硅片上，这时电路仍属集中参数电路。

电路模型是实际电路的一种抽象和近似。如何根据实际电路作出其电路模型，已成为近代电路理论中的一个重要研究课题，称为建模理论。本书只对电路模型进行分析，不考虑建模过程。

三、电路模型的分类

电路种类繁多，不同种类的电路，其基本特性与分析方法也不尽相同，因此在研究电路的分析方法之前，有必要先说明一下电路的分类以及各种电路的基本特性。

1. 线性电路与非线性电路

仅由线性元件构成的电路称为线性电路。若电路含有非线性元件，则为非线性电路。线性电路最基本的特性是它的叠加性和比例性。所谓叠加性是指，若激励 $x_1(t)$单独作用于电路产生的响应为 $y_1(t)$，激励 $x_2(t)$ 单独作用于电路产生的响应为 $y_2(t)$，则当 $x_1(t)$与 $x_2(t)$同时作用于电路时，产生的响应为 $y_1(t)+y_2(t)$。所谓比例性是指，若激励 $x(t)$单独作用于电路产生的响应为 $y(t)$，则激励 $kx(t)$ 单独作用于电路产生的响应为 $ky(t)$，这里 t 是时间(秒)、k 为任意常数。非线性电路没有这些性质。

严格说来，真正的线性电路在实际中是不存在的。但是大量的实际电路都可以很好地近似为线性电路，因此对线性电路的研究有着重要的理论和实际意义。在电路理论中，对线性电路的研究已有相当长的历史，并已有了相当成熟的理论和分析方法。随着科学技术的发展，对非线性电路的研究也愈来愈为人们所重视，并取得了一定的成果。本书主要研究线性电路，对于非线性电路，将在第五章作简要介绍。

2. 时变与非时变电路

若电路中各元件的参数不随时间变化，则称这种电路为非时变电路。若电路含有随时间变化的电路参数，则为时变电路。非时变电路的基本特性是电路的响应特性不随激励施加的时间而变化。若激励 $x(t)$ 作用于电路产生的响应为 $y(t)$，则激励 $x(t\pm t_0)$作用于电路产生的响应为 $y(t\pm t_0)$，t_0 为任意时间常数。时变电路不具有这种特性，施加激励的时间不同，它的响应也将不同。一般来说，大量的实际电路都可看作是非时变的，因此本书主要研究非时变电路。

3. 集中参数电路和分布参数电路

若电路中的每一器件都可用一个或一组集中的参数表征，则称为集中参数电路。若电路器件用分布参数表征，则称为分布参数电路。

4. 无源电路和有源电路

有源电路和无源电路是从能量观点定义的。如果某个元件在任意时刻 t 所消耗的电能 $w(t)$恒非负值，即

$$w(t)=\int_{-\infty}^{t}p(\xi)\mathrm{d}\xi\geqslant 0 \tag{1-1}$$

［式中$p(\xi)$为功率］且与元件在电路中的连接方式无关，则此元件称为无源元件。不满足上述条件的元件称为有源元件。具有有源元件的电路称为有源电路，否则，即为无源电路。

以上是按基本特性分类，还有其它分类方法。如按工作频率来分，有高频电路、中频电路和低频电路；按电路功能来分，有放大电路、整流电路、检波电路等等。此处不再详述。

第二节　电路的基本变量

电路中最基本的物理量是电流、电压和电功率。一般情况下，它们都是时间 t 的函数，分别用 $i(t)$、$u(t)$及$p(t)$表示，简写成 i、u 和 p。直流电路中，电流、电压和功率均与时间无关，它们分别用大写字母 I、U 和 P 表示。电路分析的任务，就是求解已知电路中的电流、电压和功率。

一、电流

所谓电流是指电流强度，其定义为单位时间内通过导体横截面的电荷量，即

$$i=\frac{\mathrm{d}q}{\mathrm{d}t}$$

式中，q 是电荷，t 是时间。在国际单位制(SI)中，q 的单位是库仑，简称库，符号是 C；t 的单位是秒，符号为 s；i 的单位是安培，简称安，符号为 A，1 A=1 C/s。

电流的实际方向规定为正电荷定向运动的方向。电路中，流过各元件电流的实际方向往往难以预先确定。分析电路时，首先要写出电路方程，而电路方程的列写又必须知道电流的方向。为此，我们先给电流一个假定方向，这个假定方向称为电流的参考方向或正方向。这样，就可按照电流参考方向列写电路方程。若解得的电流 $i>0$，则表示电流的实际方向与其参考方向一致。反之，若 $i<0$，则电流的实际方向与其参考方向相反。

二、电压与电位

电压与电位也是电路中的重要物理量。某点的电位，是将单位正电荷由该点移到参考点（电位为零的点，物理学中一般选为无穷远处）电场力所做的功。设参考点为 0，则 a 点电位

的表达式为

$$u_a=\int_{l_{a0}}\vec{E}\cdot \mathrm{d}\vec{l}$$

式中，E 为电场强度，l_{a0} 为 a 点到参考点 0 的路径(线段)。

电压是对两点之间而言的。a、b 两点的电压 u_{ab} 定义为将单位正电荷由 a 点移到 b 点时，电场力所做之功，即

$$u_{ab}=\int_{l_{ab}}\vec{E}\cdot \mathrm{d}\vec{l} \tag{1-2}$$

由于电场力做功仅与路径的起点、终点有关，而与路径的选择无关，因此使式(1—2)中的 l_{ab} 经过参考点 0，于是式(1—2)可表示为

$$\begin{aligned}u_{ab}&=\int_{l_{a0b}}\vec{E}\cdot \mathrm{d}\vec{l}=\int_a^0\vec{E}\cdot \mathrm{d}\vec{l}+\int_0^b\vec{E}\cdot \mathrm{d}\vec{l}\\&=\int_a^0\vec{E}\cdot \mathrm{d}\vec{l}-\int_b^0\vec{E}\cdot \mathrm{d}\vec{l}=u_a-u_b\end{aligned}$$

上式表明，a、b 两点之间的电压，就是 a、b 两点的电位差，因此电压表示的是电位降的概念。由电压及电位的定义可见，某点的电位，就是该点到参考点的电压。电位与参考点的选择有关，而电压与参考点的选择无关。在国际单位制中，电压和电位的单位均为伏特，简称伏（V）。

电压的实际方向规定为电位降的方向。例如图 1—3(a)，a 点和 b 点的电位分别为 −1 V 和 3 V，于是 a、b 两点电压的实际方向为由 b 指向 a，其大小为 4 V。电压也可用极性表示，其实际极性是这样规定的：高电位点定为正极，标以‘ + ’号，低电位点定为负极，标以‘ − ”号 。图 1—3(b)示出了 a、b 点的极性。与电流一样，分析电路时，要先给电压一个假定方向或极性，此方向(极性)称为参考方向(极性)。电压参考方向(极性)的意义与电流类似。本书电路中所标的电流、电压方向，若无说明，均系参考方向。

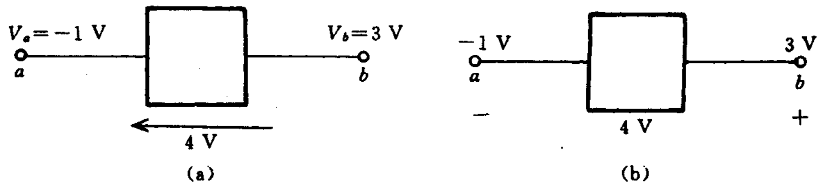

图 1—3 电压的实际方向或极性

任何二端元件(或网络)，若其电压与电流的方向相同，如图 1—4(a)所示，则称电压与电流方向关联，若相反，如图 1—4(b)所示，则为非关联。通常负载的电压、电流取关联方向，而电源的电压、电流取非关联方向。图 1—4(c)中，对元件 A 而言，u 与 i 为非关联方向，而对元件 B 而言，则为关联方向。

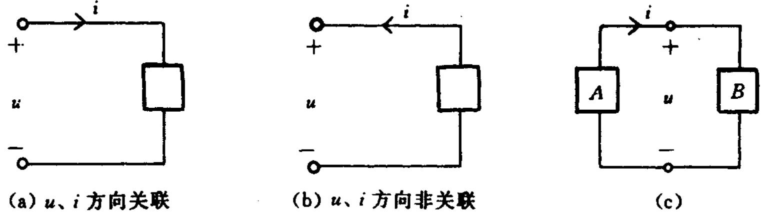

图 1—4 电流、电压参考方向

三、电动势

电路中一般都接有电源以维持电流的流动。电源有将正电荷从低电位经电源内部移到高电位的能力。我们将使单位正电荷从电源负极经电源内部移至正极时，电源力（非静电力）所做的功定义为电源的电动势，用 e 表示。可见，电动势表示的是电位升的概念。电压 u 表示的是电位降，因此，当电源两端的 u 与 e 参考方向相反时，$u=e$，若它们的方向相同，则 $u=-e$.

四、电功率

电流是单位时间内通过导体横截面的电量，电压是将单位正电荷由一点移到另一点电场力所做的功。因此，当二端元件的电流与电压方向关联时，电流与电压的乘积，就表示单位时间内将数值为 i 的电荷从二端元件(网络)的一端移到另一端时，电场力所做的功，即电功率，简称为功率。电场力做功，表明电场能量减少，减少的能量显然被二端元件(网络)所吸收或消耗。所以，当元件(网络)上电压 u 与电流 i 方向关联时，元件(网络)吸收的功率为

$$p_{吸}=ui$$

反之，若 u、i 非关联，则吸收的功率为

$$p_{吸}=-ui$$

二端元件供出的功率等于其吸收功率的负值。当 u、i 关联时，$p_{供}=-ui$ 当 u、i 非联时，$p_{供}=ui$。功率的单位是瓦特，符号为 W，1 W=1 V·A。在求解功率时，需要注明 p 的下标（$p_{吸}$ 或 $p_{供}$）。若求得的 $p_{吸}<0$，则表示元件实际上供出能量。例如，$p_{吸}=-10$ W，表示供出功率 10 W。

根据能量守恒定律，电路（指完整的电路）中，各元件吸收（或供出）的功率之和恒等于零，即

$$\sum p_{吸}=0 \quad 或 \quad \sum p_{供}=0$$

这就是功率平衡或守恒原理。

例 1－1 试求图 1－5 所示二端网络 N_1、N_2 的功率 P_1、P_2 以及流过 N_3 的电流。设 N_3 供出的功率为 6 W。

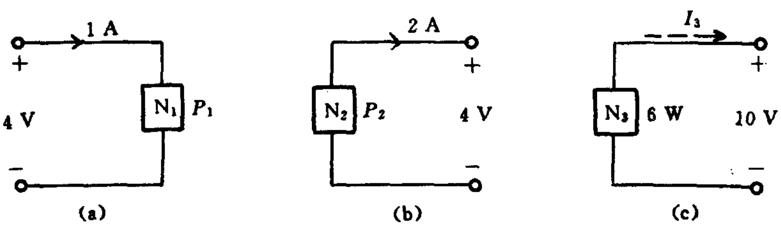

图 1－5 例 1－1 电路

解 $$P_{1吸}=(4\times1)\text{W}=4\ \text{W}(吸收)$$

$$P_{2吸}=(-4\times2)\text{W}=-8\ \text{W}(供出\ 8\ \text{W})$$

设 N_3 的电流 I_3 如图 1－5(c)虚线所示，则

$$P_{3供}=10I_3$$

$$I_3=\frac{P_{3供}}{10}=\frac{6}{10}\ \text{A}=0.6\ \text{A}$$

五、电能量

设元件吸收的功率为 $p(t)$，则 t 时刻元件吸收的总能量为

$$w(t)=\int_{-\infty}^{t} p(\xi)\mathrm{d}\xi$$

式中，积分上限为 t，为了区别，积分式内的时间变量改用 ξ。能量的单位是焦耳，符号为J

上面介绍了电路的基本物理量电流、电压及功率等，它们的基本单位分别是安、伏和瓦。实用中，有时感到这些单位太大或太小，使用不便，因此常在这些单位前加某一词头，用来表示这些单位乘以 10’后所得的辅助单位。词头的符号、名称及因数见表 1－1。例如：$1\ \mathrm{mA}=10^{-3}\mathrm{A}$；$1\ \mathrm{kV}=10^{3}\mathrm{V}$；$1\ \mathrm{MW}=10^{6}\mathrm{W}$。表 1－1 中各词头不仅用于安、伏、瓦前，也用于电路参数前，如 kΩ(千欧)、mH(毫亨)、μF(微法)等。

表 1－1

符号		T	G	M	k	m	μ	n	p
词头名称	中文	太	吉	兆	千	毫	微	纳	皮
	英文	tera	giga	mega	kilo	milli	micro	nano	pico
因数		10^{12}	10^{9}	10^{6}	10^{3}	10^{-3}	10^{-6}	10^{-9}	10^{-12}

第三节 电路的基本定律

在集中参数电路中，各电流之间、各电压之间遵循着一定的规律，此即基尔霍夫电流定律和基尔霍夫电压定律。基尔霍夫定律是德国物理学家 Gaustav kirchhoff(1824－1887)提出的。这个定律揭示了任一集中参数电路内的节点电流及回路电压的平衡关系。在叙述这两个定律之前，先介绍支路、节点、回路及网孔等几个名词。

电路中每一个二端元件称为一条支路。支路与支路的连接点称为节点。例如图 1－6(a)中有七条支路(ab、bc、ac、ae、bd、df 及 cg) 和五个节点(a、b、c、d 及 e)。其中 e、f、g 是一个节点，因为它们由理想导线连接。图 1－6(a) 亦可画成图 1－6(b)形式。支路、节点的另一说法是电路中由一个元件或若干元件串联组成的一条分支称为一条支路，三条及三条以上支路的汇聚点

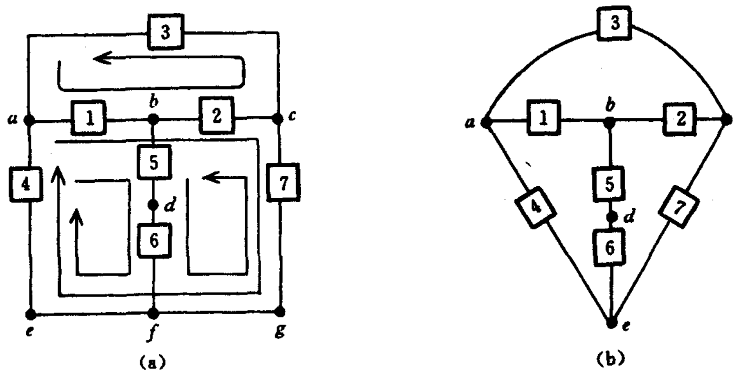

图 1－6 支路、节点、回路与网孔

称为节点。按此说法，图 1－6 中有六条支路（ab、bc、ac、bd、df 及 cg）和四个节点（a、b、c 及 e）。电路中从某点出发，经过若干支路和节点（均不能重复）又回到原始点，这一首尾相连的通路称为回路。例如图 1－6 中的 $abdfea$、$bdfgcb$、$abca$、$abcgfea$、……等。回路内若不另含支路，这种回路称为网孔。上述前三个回路均为网孔。回路方向是指沿回路各节点绕行的方向。上述四个回路中，两个是顺时针方向，两个是逆时针方向。

一、基尔霍夫电流定律

基尔霍夫电流定律简写为 KCL（Kirchhoff's Current Law），可表述为：在集中参数电路中，任一瞬间，流出（流入）任一节点电流的代数和恒为零。其表达式为

$$\sum i=0 \tag{1－3}$$

式（1－3）称为 KCL 方程。其中电流正、负号的取法是当 i 的方向流出（流入）节点时取"＋"，反之取"－"。例如对图 1－7(a) 的节点 A 有

$$-i_1+i_2+i_3-i_4+i_5=0$$

即

$$i_2+i_3+i_5=i_1+i_4$$

上式说明流出节点的总电流等于流入节点的总电流，这一特性称为电流连续性原理。实际上就是单位时间内流入节点的电荷量等于流出节点的电荷量。这正是电荷守恒定律在电路中的体现。根据电流连续性原理，在图 1－7(b) 中，流过各元件的电流应相等，且是同一个电流。KCL 方程不仅适用于节点，而且对电路中任一封闭面也有效，此时 $\sum i=0$ 中的 i，是指被封闭面切割的各支路电流。图 1－7(c) 中虚线所示为一封闭面，它切割的支路电流为 i_1、i_2 及 i_3，根据 KCL，于是有

$$i_1-i_2+i_3=0$$

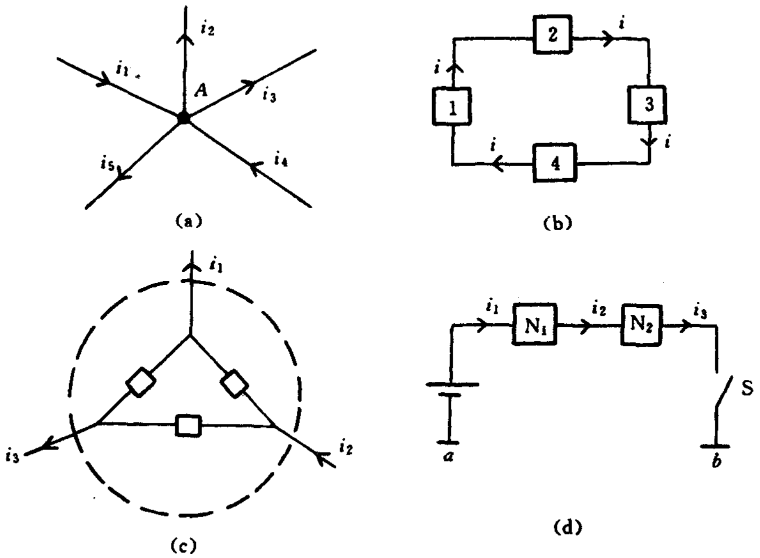

图 1－7　基尔霍夫电流定律

电路中任一封闭面所包围的部分称为广义节点。因此 KCL 方程对节点和广义节点均有效。根据 KCL，图 1－7(d) 中，当开关 S 打开时有 $i_1=i_2=i_3=0$（图中符号'⊥'为接机壳符号，a 点与 b 点等电位），当 S 闭合时，$i_1=i_2=i_3$ 一般不等于零。

KCL 反映了节点处各支路电流相互制约的关系，它仅与元件的连接方式有关，而与元件的性质无关。这种只与电路结构有关、而与元件性质无关的约束称为拓扑约束。

例 1－2 试求图 1－8 电路中的电流 i_1 与 i_2。

解 对节点 a 应用 KCL 得

$$-i_2-3+7=0$$

$$i_2=(7-3)\ \text{A}=4\ \text{A}$$

作一封闭面如图中虚线所示，对此封闭面应用 KCL有

$$-i_1-2+3-7=0$$

$$i_1=(-2+3-7)\ \text{A}=-6\ \text{A}$$

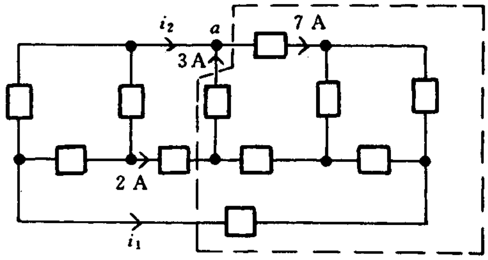

图 1－8 例 1－2 电路

由此电路还可求出哪条支路电流？能否求出所有支路电流？若要求出，还需要给出哪些条件？请读者自己分析。

二、基尔霍夫电压定律

基尔霍夫电压定律简写为 KVL(Kirchhoff's Voltage Law)，可表述为：在集中参数电路中，任一瞬间，沿回路方向的各元件(或支路)电压之代数和恒等于零。其表达式为

$$\sum u=0 \qquad (1-4)$$

式(1－4)称为 KVL 方程，其中电压的正、负号取法是：当 u 的方向与回路方向一致时取"＋"，反之取"－"。例如，对图 1－9 的回路 $abdea$ 和 $abcfea$ 分别有

$$u_{ab}+u_{bd}+u_{de}+u_{ea}=0$$

和

$$u_{ab}+u_{bc}+u_{cf}+u_{fe}+u_{ea}=0$$

若用元件电压表示，则上两式分别为

$$u_1-u_5+u_6-u_4=0$$

和

$$u_1-u_2+u_7-u_8-u_4=0$$

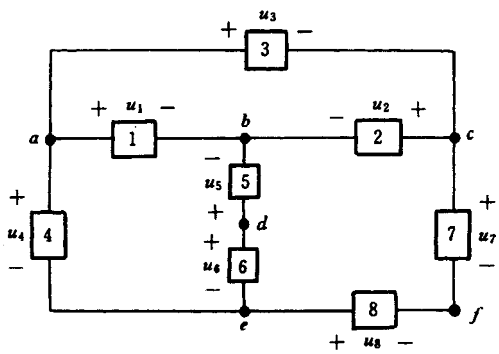

图 1－9 基尔霍夫电压定律

读者试对图 1－9 中其它回路写出 KVL 方程。

KVL 是能量守恒原理在电路中的体现。沿回路方向各元件电压的代数和等于零，即表示将单位正电荷沿回路方向移动一周后，电场力所做的功为零，这意味着此电荷移动一周后，既未获得能量，也未失去能量。

基尔霍夫电压定律反映了回路中各元件电压间相互制约的关系。与 KCL 方程一样，KVL 方程仅与电路结构有关，而与元件性质无关，因此 KVL 对回路电压之间的约束也是拓扑约束。

三、任意两点间的电压

KVL 不仅适用于具体回路，而且对任一广义回路也有效。图 1－9 中的 $bfedb$ 称为广义回路，因为 b、f 之间无支路。根据 KVL，对此回路有

$$u_{bf}+u_{fe}+u_{ed}+u_{db}=0$$

于是

$$u_{bf}=-u_{db}-u_{ed}-u_{fe}$$

即

$$u_{bf}=u_{bd}+u_{de}+u_{ef} \qquad (1-5)$$

同理对广义回路 $bfcb$ 有

$$u_{bf}+u_{fc}+u_{cb}=0$$

$$u_{bf}=u_{bc}+u_{cf} \tag{1-6}$$

式(1—5)和式(1—6)表明，u_{bf} 等于沿路径 $bdef$ 方向各段电压之和，也等于沿路径 bcf 方向各段电压之和。若用元件电压表示各段路径电压，则式(1—5)和(1—6)分别为

$$u_{bf}=u_5+u_6+u_8 \quad 和 \quad u_{bf}=-u_2+u_7$$

同样分析可写出 $u_{bf}=u_{ba}+u_{ae}+u_{ef}=-u_1+u_4+u_8$

由此得出结论为：任意两点 p、q 之间的电压 u_{pq}，等于由起点 p 到终点 q 任一路径上各元件电压 u_k(设为 H 个)的代数和，即

$$u_{pq}=\sum_{k=1}^{H}u_k \tag{1-7}$$

式中，当 u_k 的方向与路径方向一致时，取"＋"，反之取"－"。式(1—7)实际上是 KVL 方程的另一种形式。在电路分析中，经常要计算任意两点之间的电压，这时不必列回路电压方程，而可直接应用式(1—7)进行分析，这样要简便得多。计算时，一要注意起点和终点，不能搞错，二要善于选择路径，以便能够求出待求的电压。

例 1—3 图 1—9 电路中，设 $u_2=3$ V、$u_4=-5$ V、$u_6=2$ V、$u_7=-4$ V、$u_8=6$ V，试求 u_1、u_3 及 u_5.

解 根据已知条件，应由路径 $aefcb$ 求 u_1：

$$u_1=u_{ae}+u_{ef}+u_{fc}+u_{cb}=u_4+u_8-u_7+u_2=[-5+6-(-4)+3]\text{ V}=8\text{ V}$$

u_3、u_5 的计算如下：

$$u_3=u_1-u_2=(8-3)\text{ V}=5\text{ V}$$

或 $$u_3=u_4+u_8-u_7=[-5+6-(-4)]\text{ V}=5\text{ V}$$

$$u_5=u_6-u_4+u_1=[2-(-5)+8]\text{ V}=15\text{ V}$$

或 $$u_5=u_6+u_8-u_7+u_2=[2+6-(-4)+3]\text{ V}=15\text{ V}$$

读者试从不同路径计算电压 u_{ad} 以资比较。

四、电路中各点的电位

在电路分析中，常选一个节点，令其电位为零，这个点称为电位的参考点，简称参考点。实际电路中，常将参考点接地(符号为 ⏚)，或接仪器(设备)的机壳(符号为 ⊥)。习惯上常将参考点称为接地点。电路的参考点选定后，其它各点的电位即以此参考点来计算或测量。根据定义，某点 k 的电位即为 k 点到参考点的电压，记为 u_k。故求电位就是求电压。

例 1—4 例 1—3 中，(1)以 a 为参考点，求 d、f 点的电位及 u_{df}；(2) 以 c 为参考点，重求(1)问。

解

(1) 以 a 为参考点时

$$u_d=u_6-u_4=[2-(-5)]\text{ V}=7\text{ V}$$

$$u_f=-u_8-u_4=[-6-(-5)]\text{ V}=-1\text{ V}$$

$$u_{df}=u_d-u_f=[7-(-1)]\text{ V}=8\text{ V}$$

(2) 以 c 为参考点时

$$v_d=u_6+u_8-u_7=[2+6-(-4)]\text{ V}=12\text{ V}$$

$$v_f=-u_7=[-(-4)]\text{ V}=4\text{ V}$$

$$u_{df}=u_d-u_f=8\ \text{V}$$

由以上分析看出，电位与参考点有关，两点之间的电压与参考点无关。

在电子电路中，一般都把输入（电源）的一端和输出的一端连接在一起作为参考点。在此情况下，为了简便，习惯上不再画出电源，而是将电源非参考点的一端用电位表示。例如图 1－10(a)可画成图 1－10(b)形式。为叙述方便，我们将图(a)形式的电路称为常规电路，图(b)形式的电路称为电位电路。

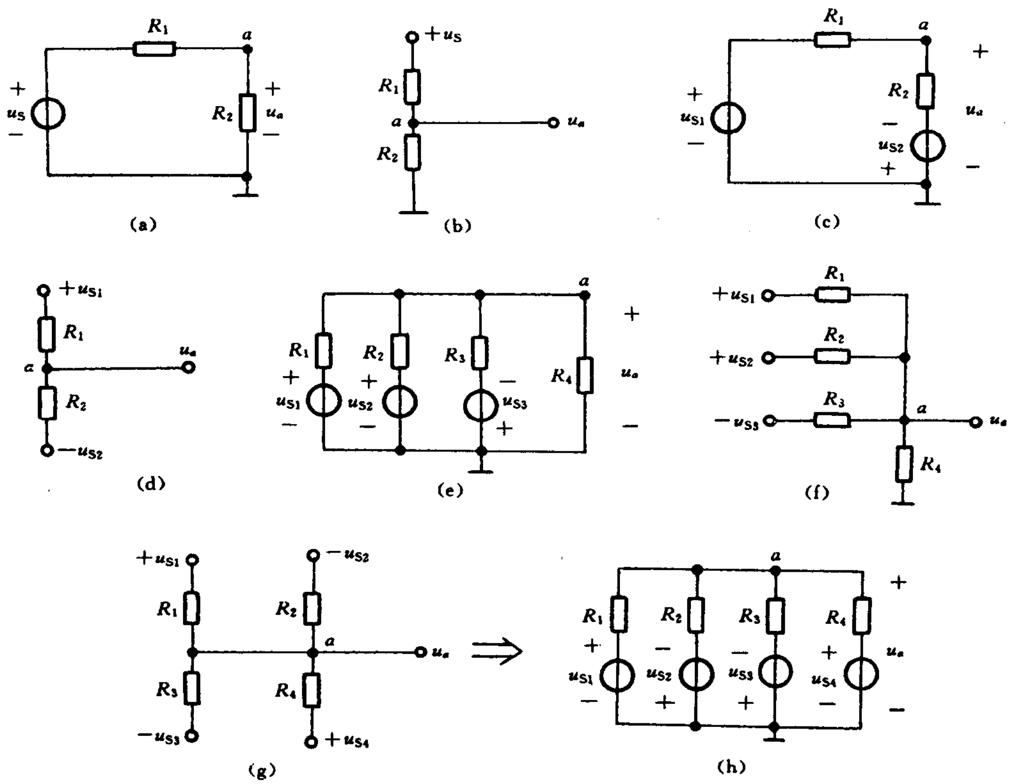

图 1－10　电路图的两种画法

图 1－10 中列举了若干常规电路及其对应的电位电路。需要说明的是，若电位电路中未标明参考点，这并不是说没有参考点，而是它无法显示于图中。当画它的常规电路时，必须将参考点标出。参见图 1－10(g) 和(h)。

第四节　无源元件及其特性

一、电阻元件

在任意时刻 t，能用 $u-i$ 平面内一条曲线（称为伏安特性曲线）来表征其外部特性的二端网络称为电阻元件。例如电阻器就是其中之一。根据电阻元件的伏安特性曲线是否为通过坐标原点的直线，而将它分为线性电阻和非线性电阻两大类。线性电阻元件以图 1－11(a)所示符号表示。当电压 u 与电流 i 方向关联时，其伏安特性曲线是一条通过坐标原点的直线［图 1－11(b)］，其数学表达式为

$$u=Ri \tag{1-8}$$

式(1－8)称为电阻元件的伏安关系（本书以下简写为 VAR），它就是大家熟知的欧姆定律。式

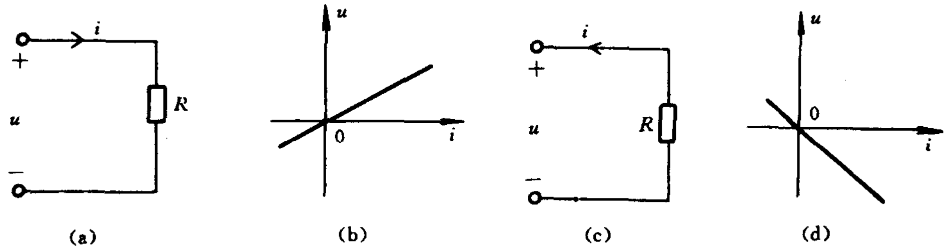

图 1－11　电阻元件及其伏安特性曲线

中比例系数 R 是一正实常数，它与电压、电流无关。R 称为电阻元件的电阻量。为简便起见，以后电阻一词既表示电阻元件，也表示电阻量。电阻的单位是欧姆，用 Ω 表示。1 Ω＝1 V/A。式(1－8)亦可写成

$$i=\frac{1}{R}u=Gu$$

式中，$G=1/R$ 称为电阻元件的电导，其单位是西门子，用 S 表示。1 S＝1 A/V＝1 Ω^{-1}。如果电阻的电压与电流方向非关联［图1－11(c)］，则欧姆定律为

$$u=-Ri \tag{1-9}$$

或　　$$i=-Gu$$

其对应的伏安特性曲线如图 1－11(d)所示。

线性电阻的伏安特性曲线有两种极端情况，一是通过坐标原点而画在电压轴上的直线，如图1－12(a)所示，另一是通过坐标原点而画在电流轴上的直线，如图 1－12(b)所示。图 1－12(a)表示不论电阻两端电压为何值，而流过的电流总是零，因此对应的 $R=u/i=\infty$ 或 $G=0$，这种情况称为开路，其电路如图 1－12(c)所示。图 1－12(b)表示不论流过电阻的电流为何值，而其端电压总为零，因此对应的 $R=u/i=0$ 或 $G=\infty$，这种情况称为短路，其电路如图 1－12(d)所示。

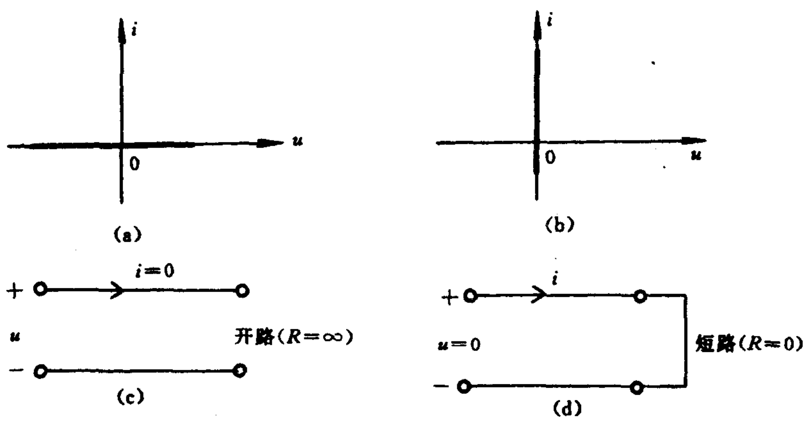

图 1－12　开路、短路及其伏安特性曲线

伏安特性不能用通过坐标原点的直线来表征的电阻元件，称为非线性电阻。非线性电阻不服从欧姆定律。例如，半导体二极管就是非线性电阻元件，如图 1－13(a)所示。其伏安特性曲

线如图 1－13(b)所示，对于理想二极管，则如图 1－13(c)所示。理想二极管在正向电压($u>0$情况)作用下，相当于短路，而在反向电压($u<0$ 情况) 作用下，相当于开路。

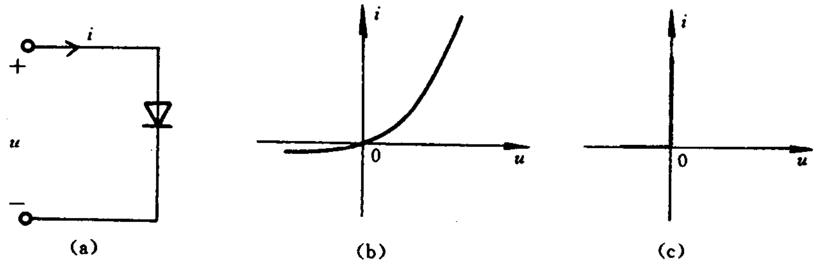

图 1－13　非线性电阻的伏安特性曲线

电阻还有时变和非时变之分。不论线性电阻还是非线性电阻，若它的伏安曲线随时间而异，则为时变电阻，否则为非时变电阻。图 1－14 示出了它们的伏安特性曲线。本书主要研究线性非时变电阻。

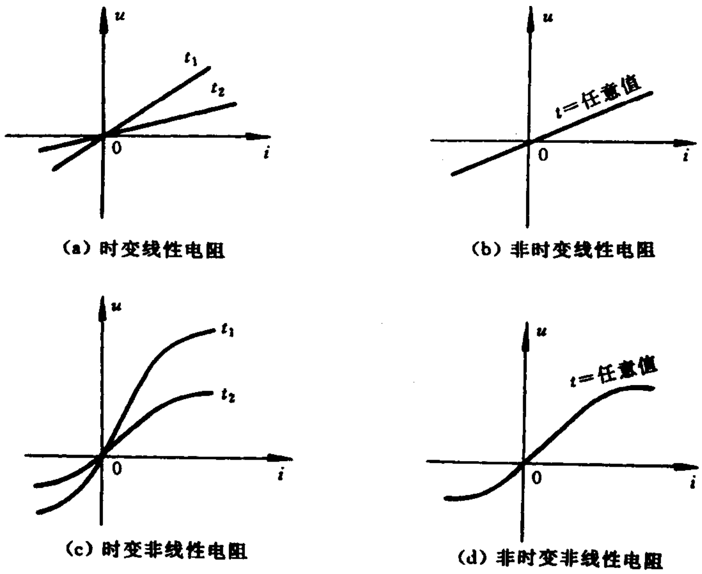

图 1－14　时变、非时变电阻

由电阻的伏安关系可以看出，电阻的电压完全由同一时刻的电流所决定，而与该时刻以前的电流值无关。这一关系反映了电压与电流的即时效应，或者说“无记忆”特性，因此电阻是一无记忆元件。

线性电阻 R 的端电压 u 与电流 i 方向关联时，其吸收的功率

$$p=ui$$

考虑到欧姆定律式(1－8)，于是

$$p=ui=i^2R=\frac{u^2}{R} \tag{1-10}$$

若 u 与 i 方向非关联，再考虑到式(1－9)，于是

$$p=-ui=-(-Ri)i=i^2R=\frac{u^2}{R} \tag{1-11}$$

式(1—10)和(1—11)表明，线性电阻吸收的功率恒非负值，它在任何时刻都不可能供出能量，故电阻是耗能元件。它满足式(1—1)，故又是无源元件。电阻在 $t_1 \sim t_2$ 时间内消耗的能量为

$$w_R=\int_{t_1}^{t_2} p(\xi)\mathrm{d}\xi=R\int_{t_1}^{t_2} i^2(\xi)\mathrm{d}\xi=G\int_{t_1}^{t_2} u^2(\xi)\mathrm{d}\xi$$

式中，u 和 i 分别为电阻的端电压和电流。

图 1—15(a) 所示二端网络的 u、i 方向关联，而其伏安曲线的斜率为负，如图 1—15(b)所示，这种二端网络对应的电阻称为负电阻。其伏安关系为

$$u=Ri$$

式中，$R<0$ 且为常数，它吸收的功率

$$p=ui=i^2R=-i^2|R|$$

恒非正值。可见，负电阻是一有源元件。利用电子技术可以实现负电阻。

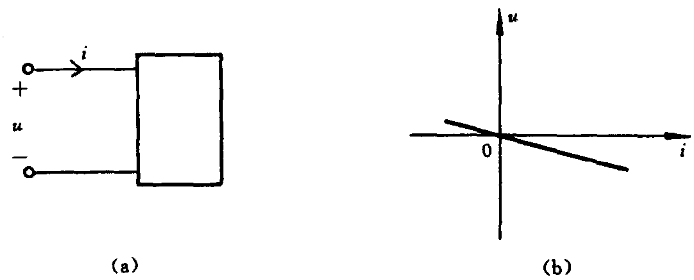

图 1—15 负电阻及其伏安特性曲线

电阻元件在额定工作情况下的电压、电流及功率值，称为其额定电压、额定电流及额定功率，其电阻值称为标称值。一般常在电阻元件上标明其中两个数值。例如 220 V、100 W 的电烙铁，意即在 220 V 电压作用下，其吸收的功率为 100 W。又如 100 Ω、1 A；100 Ω、1/4 W 电阻等等。若电阻工作时的电压、电流超过其额定值，就有可能被烧毁或寿命缩短。

例 1—5 二端网络 N_1、N_2 和 N_3 的伏安特性曲线分别如图 1—16(a)、(b)和(c)所示，试求各网络对应的电阻 R_1、R_2 和 R_3。

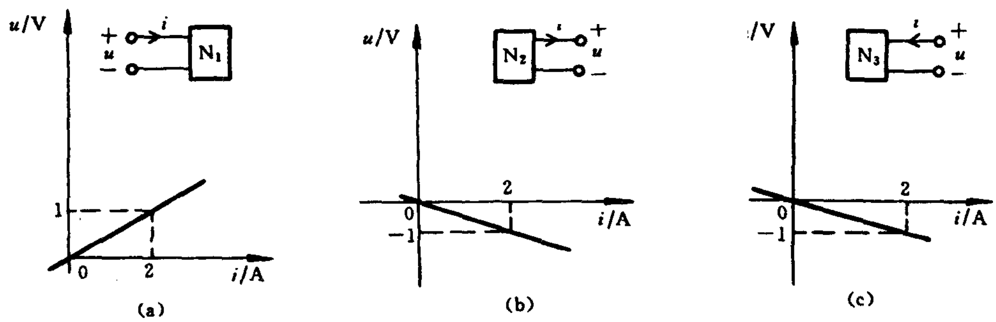

图 1—16 例 1—5 电路及曲线

解

图(a) u 与 i 方向关联，故

$$R_1=\frac{u}{i}=\frac{1}{2}\ \Omega=0.5\ \Omega$$

图(b)　u 与 i 方向非关联,故

$$R_2=-\frac{u}{i}=-\frac{-1}{2}\ \Omega=0.5\ \Omega$$

图(c)　u 与 i 方向关联,故

$$R_3=\frac{u}{i}=\frac{-1}{2}\ \Omega=-0.5\ \Omega$$

例 1－6　(1) 100 Ω、1/4 W　的电阻，允许长期通过的最大电流为多少？(2) 400 Ω、1 A　的电阻，允许最大端电压是多少？

解

(1)　　$p=i^2R$

$$i=\sqrt{\frac{p}{R}}=\sqrt{\frac{1/4}{100}}\ \mathrm{A}=0.05\ \mathrm{A}=50\ \mathrm{mA}$$

故 100 Ω、1/4 W 的电阻允许长期通过的最大电流为 50 mA。

(2)　　$u=Ri=(400\times1)\ \mathrm{V}=400\ \mathrm{V}$

故400 Ω、1 A 的电阻，允许的最大端电压为 400 V。

例 1－7　(1)试求 220 V、60W 白炽灯的电阻;(2)两个 200 V、60 W 的白炽灯串联后接于 200 V 电压上，它们消耗的总功率为多少？(3) 220 V、60 W 白炽灯与 200 V、25 W 白炽灯串联后接于 220 V 电压上,试问哪个亮,哪个暗？

解

(1)　　$p=u^2/R$

$$R=u^2/p=(220^2/60)\ \Omega=806.7\ \Omega$$

(2) 设一个白炽灯的电阻为 R,故

$$p=u^2/2R=\frac{1}{2}\frac{u^2}{R}=\left(\frac{1}{2}\times60\right)\ \mathrm{W}=30\ \mathrm{W}$$

(3)两灯串联,电流相等,瓦数较小的灯,其电阻较大(因为 $R=u^2/p$)。故 200 V、60 W 与 220 V、25 W 的白炽灯串联工作时， 25 W 的灯较亮（读者自行计算两灯各消耗的功率是多少)。

二、电容元件

在任意时刻 t,能用 q—u 平面内一条曲线（库伏曲线）来表征其外部特性的二端网络称为电容元件，简称电容。例如电容器就是其中之一。线性电容用图 1－17(a)所示符号表示。

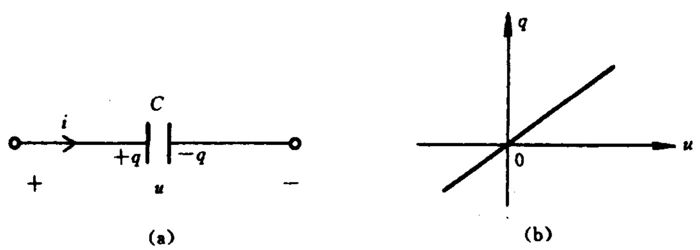

图 1－17　电容及其库伏特性曲线

当电压 u 作用于电容 C 上时，电容两极板上分别出现正、负电荷 $+q$ 和 $-q$。若 q—u 曲线是通过坐标原点的直线，如图 1－17(b) 所示，则该电容为线性电容。线性电容的库伏关系为

$$q=Cu$$

式中，比例系数 C 是一个正实常数，它与 q、u 无关，是电容本身固有的物理量，称为电容元件的电容量，也简称为电容。电容的单位是法拉，用 F 表示，1 F＝1 C/V 。实际电容元件的电容量往往很小，多采用 μF(微法)和 pF(皮法)单位。

根据库伏曲线的特点，电容也有线性、非线性；时变和非时变之分，其定义与电阻的相类似。本书主要分析线性非时变电容。

在电路分析中，主要的电路变量是电流和电压，因此有必要分析电容的伏安关系。作用于电容两端的电压若不随时间变化（直流电压），则极板上的电荷是稳定的。这时导线中不会有电荷的移动，即没有电流，电容相当于开路。若加在电容上的电压随时间变化，则极板上的电荷就会随之而变，于是导线中有电流流过。图 1－17(a)中，电流

$$i=\frac{\mathrm{d}q}{\mathrm{d}t}$$

将 $q=Cu$ 代入上式，于是

$$i=C\frac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}t} \tag{1-12}$$

这就是电容伏安关系的微分形式。若电容的 u 与 i 方向非关联，则伏安关系为上式等号右侧加一“－”号。式(1－12)表明，任一时刻，电容的电流与该时刻电压的变化率成正比，而与该时刻的电压值无关。电容电压也可表示为其电流的函数。当 u、i 方向关联时，由式(1－12)有

$$u(t)=\frac{1}{C}\int_{-\infty}^{t}i(\xi)\mathrm{d}\xi \tag{1-13}$$

这就是电容伏安关系的积分形式。式(1－13)表明，t 时刻电容电压与 $-\infty$ 到 t 这一段时间内所有的电流都有关，也就是与电流的全部过去历史有关。可见，电容电压有“记忆”电容电流之作用，故称电容是一种‘记忆’元件。设 t_0 为从 $-\infty$ 到 t 之间的一个瞬时，根据分段积分，式(1－13)可写成如下形式

$$\begin{aligned}u(t)&=\frac{1}{C}\int_{-\infty}^{t}i(\xi)\mathrm{d}\xi=\frac{1}{C}\int_{-\infty}^{t_0}i(\xi)\mathrm{d}\xi+\frac{1}{C}\int_{t_0}^{t}i(\xi)\mathrm{d}\xi\\&=u(t_0)+\frac{1}{C}\int_{t_0}^{t}i(\xi)\mathrm{d}\xi\end{aligned} \tag{1-14}$$

式(1－14)是电容伏安关系积分形式的另一种表达式，式中

$$u(t_0)=\frac{1}{C}\int_{-\infty}^{t_0}i(\xi)\mathrm{d}\xi$$

称为电容在 t_0 时刻的状态。若 t_0 为初始时刻，则称为电容的初始状态。

伏安关系是微分（或积分）形式的元件称为动态元件，电容是一动态元件。

电容电压 u 与电流 i 方向关联时，其吸收的功率为 $p=ui$，将式(1－12)代入，于是

$$p=Cu\frac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}t} \tag{1-15}$$

若电容的 u 与 i 方向非关联，则 $p=-ui$，但同样可以得到式(1－15)。由式(1－15)可见，p 可能为正，也可能为负，这意味着电容可能吸收功率，也可能供出功率。这一特性不同于电阻元件。

电容是储能元件，它能将外部输入的电能储存在它的电场中。电容在 t 时刻的能量为

$$w_C(t)=\int_{-\infty}^{t}p(\xi)\mathrm{d}\xi$$

将式(1－15)代入上式,于是

$$w_C(t)=\int_{-\infty}^{t}Cu(\xi)\frac{\mathrm{d}u(\xi)}{\mathrm{d}\xi}\mathrm{d}\xi=C\int_{u(-\infty)}^{u(t)}u(\xi)\mathrm{d}u(\xi)$$

式中,时间变量 $\xi=-\infty$时,电容未充电,$u(-\infty)=0$,因此

$$w_C(t)=C\int_{0}^{u(t)}u(\xi)\mathrm{d}u(\xi)=\frac{1}{2}Cu^2(t) \tag{1-16}$$

这就是从 $-\infty$到 t 时刻这段时间内，电容所吸收的能量，即 t 瞬时电容的储能。式(1－16)表明,电容在任意 t 瞬时的能量正比于该时刻电容电压的平方，恒非负值，它满足式(1－1),故电容是一无源元件。从 t_1 到 t_2 时间内，电容吸收的能量为

$$W_C=w_C(t_2)-w_C(t_1)=\frac{1}{2}Cu_C^2(t_2)-\frac{1}{2}Cu_C^2(t_1)$$

例 **1－8** 图 1－18(a)电路中,$u(t)$ 的波形如图(b)所示,试求 $i(t)$,并画出 $i(t)$的波形($i-t$ 曲线)。

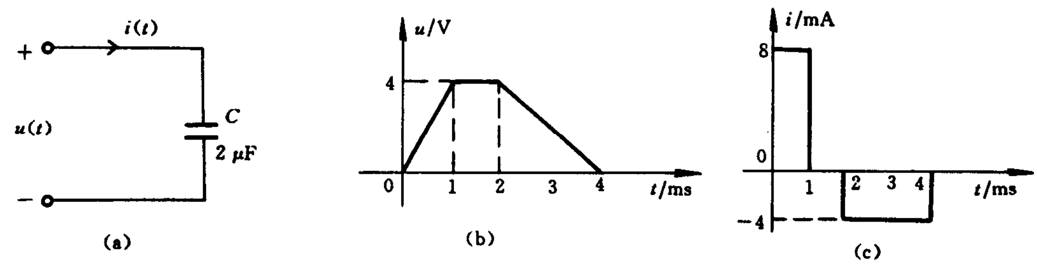

图 1－18 例 1－8 电路及波形

解

$0<t<1$ ms：　$u=4t$ V

$$\frac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}t}=(4\times10^3)\ \mathrm{V/s}$$

$$i=C\frac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}t}=(2\times10^{-6}\times4\times10^3)\mathrm{A}=8\times10^{-3}\ \mathrm{A}$$

$1\ \mathrm{ms}<t<2\ \mathrm{ms}=4$ V

$$i=C\frac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}t}=0$$

$2\ \mathrm{ms}<t<4\ \mathrm{ms}=(-2t+8)$ V

$$\frac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}t}=(-2\times10^3)\ \mathrm{V/s}$$

$$i=C\frac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}t}=[2\times10^{-6}(-2\times10^3)]\mathrm{A}=-4\times10^{-3}\ \mathrm{A}$$

$i(t)$波形如图 1－18(c)所示。

例 **1－9** 图1－19(a)电路中,$i(t)$ 的波形如图(b)所示。试求 $u(t)$,并画出其波形。

解

$0<t<0.01$ s：

$$i(t)=100t\ \mathrm{A}$$

$$u(t)=\frac{1}{C}\int_{-\infty}^{t}i(\xi)\mathrm{d}\xi=\frac{1}{100\times10^{-6}}\int_{0}^{t}100\xi\mathrm{d}\xi=5\times10^5t^2\ \ \mathrm{V}$$