

第 1 章 电路的基本概念和定律

本章主要介绍基尔霍夫定律，它是电路理论中的基本定律，也是学习本课程的基础。为此，先介绍电路的一些基本概念，有些内容在物理课中已经学过，这里再次从电路分析的观点提出这些概念并加以必要的拓展。

学习本章，要求充分理解并牢固掌握电压的参考极性、电流的参考方向及关联方向的基本概念；电功率 $P > 0$ 和 $P < 0$ 的意义，基尔霍夫定律的内容及应用。

1.1 电路和电路模型

电路是由电路元（器）件按一定要求连接而成，为电流的流通提供路径的集合体。电路的基本功能是实现电能的传输和分配或者电信号的产生、传输、处理加工及利用。

实际的电路元（器）件种类繁多，性能不尽相同，但它们都与电路中发生的电磁现象及过程有关，且有着共同之处。有些元（器）件主要是消耗电能的，如各种电阻器、电灯、电炉等。有些元（器）件主要是供给电能的，如发电机和电池。有些元（器）件主要是储存磁场能量的，如各种各样的电感线圈。有些元（器）件主要是储存电场能量的，如各种类型的电容器。这些都是它们的主要物理性质。除此之外，它们也有次要性质。如电阻器，通过电流时还会产生磁场，因而兼有电感的性质；实际电感线圈是用金属导线绕制而成的，总要呈现一定电阻，因而兼有电阻的性质。分析电路时，若对电路元（器）件的全部物理性质都予以考虑，必然会带来很大困难，而且在工程实践中也没有必要这样做。因此，为了分析电路方便起见，必须在一定条件下对实际电路元（器）件加以近似化，忽略其次要性质，用一些足以表示实际电路元（器）件主要物理性质的模型来代替实际电路元（器）件。构成模型的元（器）件称为理想电路元件。电路分析中常用的三种最基本的理想元件是：表示将电能转换成热能的电阻元件；表示电场现象的电容元件；表示磁场现象的电感元件。另外还有电压源和电流源两种理想电源元件。每一种理想元件都有各自的数学模型和精确定义。

各种实际元（器）件在一定条件下都可以求得模型，有些模型比较简单，仅由一种理想元件组成，有些则比较复杂，要由几种理想元件组成，各种理想元件都用相应的符号来表示。用抽象的理想元件及其组合近似代替实际元（器）件，从而构成了与实际电路相对应的电路模型。所谓电路模型，就是把实际电路的本质抽象出来所构成的理想化的电路。将电路模型用规定的理想元件符号画在平面上形成的图形称作电路图。图 1.1 就是一个最简单的电路图。今后我们所研究的电路都是由理想元件够成的电路图——电路模型。

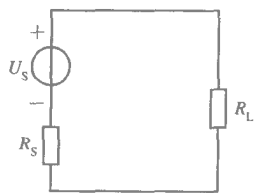


图 1.1 一个最简单的电路图

电路图只反映各种理想元件在电路中的作用及其相互连接方式，并不反映实际设备的内部结构，几何尺寸及其相互位置。因此有的资料也将电路图称为电路原理图，以区别于装配图。为简便起见，今后我们将省略“理想”二字，元件均指理想元件而言。

图 1.1 中， U_s 和 R_s 是实际电压源（如干电池）的符号，电阻 R_L 是一个以消耗电能为主的实际负载（如电灯泡）的符号，导线是可忽略电阻的短路线。

1.2 电流、电压及其参考方向

1.2.1 电流及其参考方向

物理课中讲过，电荷的定向移动形成电流，且规定正电荷移动的方向为电流的方向。其大小用电流强度来度量，单位时间内通过导体横截面的电荷量称为电流强度，电流强度用 i 表示，即

$$i = \frac{dq}{dt} \quad (1-1)$$

式 (1-1) 中的 dq 为时间 dt 内通过导体横截面的电荷量， i 随时间按一定规律变化，因此它是时间的函数。把大小和方向都不随时间变化的电流称为恒定电流，简称直流（英文缩写为 DC）这时电流强度用 I 表示，式 (1-1) 可写成

$$I = \frac{q}{t} \quad (1-2)$$

电流是客观存在的物理现象，虽然看不见摸不着，但可以通过电流的各种效应来体现它的客观存在。日常生活中的开灯、关灯就是体现电流的“存在”与“消失”。电流强度通常简称电流，这样，电流一词不仅代表一种物理现象，而且也代表一个物理量。国际单位制（SI）中，电荷的单位是库仑（C），时间的单位是秒（s），电流的单位是安培，简称安（A）实用中还有毫安（mA）和微安（ μA ）等。

虽然物理课中规定了电流的方向，但在电路问题中，特别是电路比较复杂时，电流的实际方向往往难以确定，尤其是交流电路中，电流的方向随时间变化，根本无法确定它的实际方向。为此引入参考方向这一概念。参考方向可以任意设定，在电路中用箭头表示，并且规定，如果电流的实际方向与参考方向一致，电流为正值；反之，电流为负值，如图 1.2 所示。这样就可以把电流看成一个代数数量了，它既可以为正，也可以为负。不设定参考方向而谈电流的正负是没有意义的。



图 1.2 电流的参考方向

在直流电路中，测量电流时，应根据电流的实际方向将电流表串入待测支路中，如图 1.3 所示，电流表两旁标注的“+”、“-”号为电流表的极性。

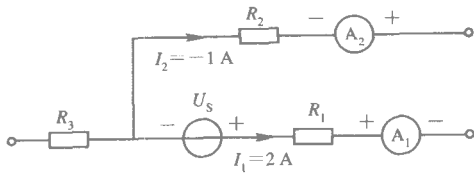


图 1.3 直流电流测试电路

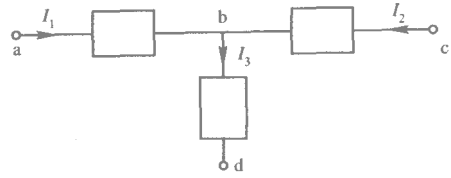


图 1.4 例 1.1 图

例 1.1 在图 1.4 中,各电流的参考方向已设定。已知 $I_1=10\text{ A}$, $I_2=-2\text{ A}$, $I_3=8\text{ A}$ 。试确定 I_1 、 I_2 、 I_3 的实际方向。

解 $I_1>0$,故 I_1 的实际方向与参考方向相同, I_1 由 a 点流向 b 点。

$I_2<0$,故 I_2 的实际方向与参考方向相反, I_2 由 b 点流向 c 点。

$I_3>0$,故 I_3 的实际方向与参考方向相同, I_3 由 b 点流向 d 点。

1.2.2 电压及其参考方向

物理课中讲过,电路中 a 、 b 两点之间的电压等于单位正电荷由 a 点移动到 b 点时所获得或失去的能量。电压用 u 表示,即

$$u = \frac{d\omega}{dq} \quad (1-3)$$

在式(1-3)中, dq 为由 a 点转移到 b 点的电荷量, $d\omega$ 为移动过程中,电荷 dq 所获得或失去的能量。如果电压的大小和极性都不随时间变化,这样的电压叫做恒定电压,用 U 表示。在 SI 中,电压的单位为伏特,简称伏(V),实用中还有千伏(kV),毫伏 mV 和微伏(μV)等。

也可以用电位表示电压,电位即物理学中的电势。电位用 φ 表示,单位也是伏(V)。两点间的电压就是这两点间的电位之差。这样, a 、 b 两点间的电压可表示为

$$U_{ab} = \varphi_a - \varphi_b \quad (1-4)$$

在式(1-4)中, φ_a 、 φ_b 分别是 a 、 b 两点的电位,故电压也称为电位差。

引入电位概念后,我们对式(1-3)作一讨论:如果正电荷由 a 点移到 b 点,获得能量,则 a 点为低电位端,即负极, b 点为高电位端,即正极,由 a 点到 b 点为电位升(电压升),即

$$U_{ab} = \varphi_a - \varphi_b < 0$$

如果正电荷由 a 点移到 b 点,失去能量,则 a 点为高电位端(正极), b 点为低电位端(负极),由 a 点到点 b 为电位降(电压降)即

$$U_{ab} = \varphi_a - \varphi_b > 0$$

在此已经引出了电压的正负问题,同时确定了电压的参考极性。 U_{ab} 表示 a 点为参考正极, b 点为参考负极。也就是说,已经设定电压降的参考方向是由 a 点指向 b 点,当 $U_{ab}<0$ 时,说明 $\varphi_a<\varphi_b$,反之 $U_{ab}>0$,则 $\varphi_a>\varphi_b$ 。

当电压的实际极性与参考极性相同时,电压为正;反之,电压为负。如图 1.5 所示。

同样,有了参考方向,电压也就成为一个代数量。不设定参考极性谈电压的正负也是

没有意义的。电压的参考极性也称为电压的参考方向或正方向。

在直流电路中，测量电压时，应根据电压的实际极性将直流电压表跨接在待测支路两端。如图 1.6 所示，若 $U_{ab}=10\text{ V}$ ， $U_{bc}=-3\text{ V}$ ，测量这两个电压时应按图示极性接入电压表。电压表两旁标注的“+”、“-”号分别表示电压表的正极性端和负极性端。

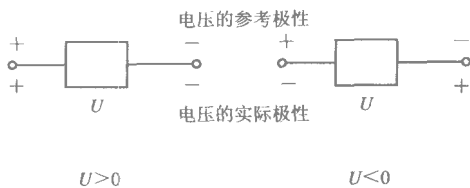


图 1.5 电压的参考极性

(图中方框代表一个元件或一段电路)

在电路分析中，电流的参考方向和电压的参考极性都可以各自独立地任意设定。但为了方便，通常采用关联参考方向，即：电流从标电压“+”极性的一端流入，并从标电压“-”极性的另一端流出如图 1.7 所示。这样，在电路图上只要标出电压的参考极性，就确定了电流的参考方向，反之亦然。如图 1.7(a) 只须用图 1.7(b)、(c) 中的一种表示即可。

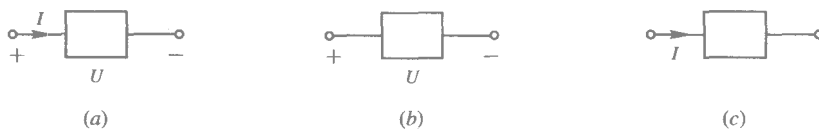


图 1.7 关联参考方向

在今后分析计算电路时，无须考虑各电流、电压的实际方向，只须在图中标（设）定它们的参考方向，最终计算结果的正、负就反映了它们的实际方向。

例 1.2 在图 1.8 中，各方框泛指元件。已知 $I_1=3\text{ A}$ ， $I_2=2\text{ A}$ ， $I_3=-1\text{ A}$ ， $\varphi_a=10\text{ V}$ ， $\varphi_b=8\text{ V}$ ， $\varphi_c=-3\text{ V}$ 。

(1) 欲验证 I_1 、 I_3 数值是否正确，问电流表在图中应如何连接？并标明电流表极性。

(2) 求 U_{ab} 和 U_{bd} ，若要测量这两个电压，问电压表如何连接？并标明电压表极性。

解 (1) 验证 I_1 、 I_3 数值的电流表应按图 1.8(b) 所示串入所测支路，其极性已标注在图上。

$$(2) U_{ab} = \varphi_a - \varphi_b = 10 - 8 = 2\text{ V}$$

$$U_{bd} = \varphi_b - \varphi_d = 8 - (-3) = 11\text{ V}$$

或
$$U_{bd} = \varphi_b - \varphi_d = \varphi_b - \varphi_a + \varphi_a - \varphi_d = U_{ba} + U_{ad}$$

而
$$U_{ba} = \varphi_b - \varphi_a = 8 - 10 = -2\text{ V}$$

$$U_{ad} = \varphi_a - \varphi_d = 10 - (-3) = 13\text{ V}$$

故
$$U_{bd} = U_{ba} + U_{ad} = -2 + 13 = 11\text{ V}$$

以上用两种思路计算所得结果完全相同，由此可得两条重要结论：

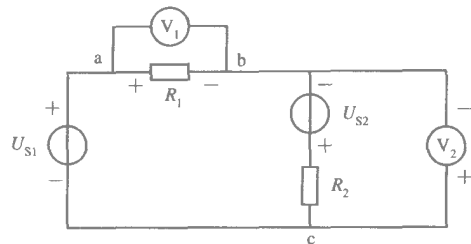


图 1.6 直流电压测试电路

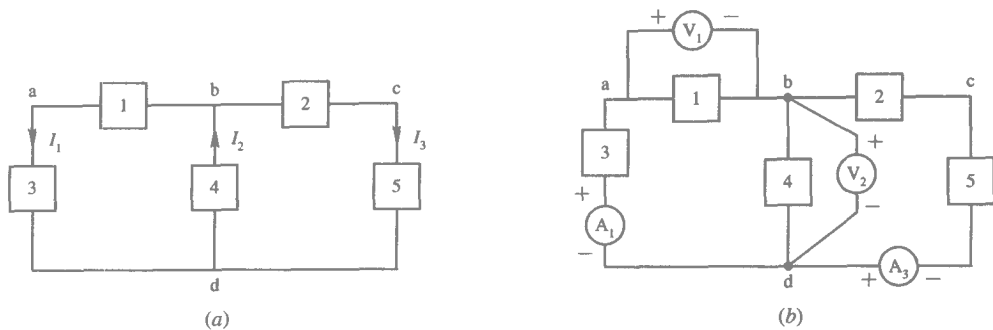


图 1.8 例 1.2 图

- (1) 两点之间的电压等于这两点之间路径上的全部电压的代数和；
- (2) 计算两点间的电压与路径无关。

测 U_{ab} 和 U_{bd} 的电压表应按图 1.8(b) 所示跨接在待测电压的两端，其极性已标注在图上。

练习与思考

- (1) 如图 1.9 所示，已知 $\varphi_a = 10 \text{ V}$ ， $\varphi_b = 0$ ， $\varphi_c = 6 \text{ V}$ 。求 U_{ab} 、 U_{bc} 及 U_{ac} 。
- (2) 试标出如图 1.10 所示元件中的电流、电压的参考方向。



图 1.9 题(1)图

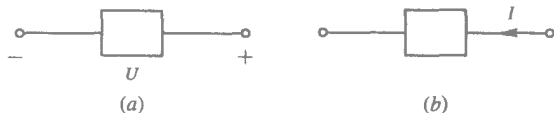


图 1.10 题(2)图

1.3 电功率与电能

1.3.1 电功率

图 1.11(a) 所示方框为电路中的一部分 a、b 段，图中采用了关联参考方向，设在 dt 时间内，由 a 点转移到 b 点的正电荷量为 dq ，a、b 间的电压为 u 根据对式 1-3 的讨论可知，在转移过程中 dq 失去的能量为

$$dw = udq$$

正电荷失去能量，也就是这段电路吸收或消耗了能量，因此，ab 段电路所消耗的功率为

$$p = \frac{dw}{dt} = u \frac{dq}{dt} = ui \quad (1-5)$$

在直流电路中，

$$P = UI \quad (1-6)$$

在 SI 中功率的单位为瓦特, 简称瓦 (W)。实用中还有千瓦 (kW)、毫瓦 (mW) 等。需要强调的是: 在电压电流符合关联参考方向的条件下, 如图 1.11(a) 所示, 一段电路的功率代表该段电路消耗的功率, 当 P 为正值时, 表明该段电路消耗功率; 当 P 为负值时, 则表明该段电路向外提供功率, 即产生功率。如果电压、电流不符合关联参考方向, 如图 1.11(b) 所示, 则结论与上述相反。

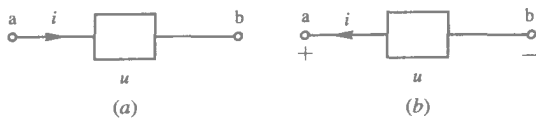


图 1.11 功率

1.3.2 电能

前已述及, 正电荷 dq 在时间 dt 内由电路中的 a 点移动到 b 点, ab 段电路消耗的能量为 $dw=udq$, 由于 $dq=idt$, 故 $dw=uidt$ 就是 ab 段电路在时间 dt 内所消耗的电能。若通电时间为 $\Delta t=t_1-t_0$ 。则在时间 Δt 内电路消耗的电能

$$w = \int_{t_0}^{t_1} u(\xi)i(\xi) d\xi \quad (1-7)$$

在直流电路中, 有

$$W = UI t \quad (t \text{ 为通电时间})$$

在 SI 中, 电能的单位为焦耳, 简称焦 (J)。实用单位还有度, $1 \text{ 度} = 1 \text{ 千瓦} \times 1 \text{ 小时} = 1 \text{ 千瓦时 } \text{kW} \cdot \text{h}$ 。

例 1.3 图 1.12 为某电路中的一部分。已知 $I=2 \text{ A}$, $U_1=-2 \text{ V}$ 。

(1) 求元件 1 的功率 P_1 , 并说明是消耗功率还是向外提供功率。

(2) 若 $P_2=10 \text{ W}$ 为元件 2 向外提供的功率, $P_3=12 \text{ W}$ 为元件 3 消耗的功率, 求 U_2 和 U_3 。

解 (1) $P_1=IU_1=2 \times (-2)=-4 \text{ W}$

由于元件 1 为非关联方向, 故 $P_1<0$ 说明元件 1 是消耗功率的。

由于 $P_2=10 \text{ W}$ 为元件 2 向外提供的功率, 故 $U_2 I=-10 \text{ W}$; 由于 $P_3=12 \text{ W}$ 为元件 3 消耗的功率, 故 $U_3 I=12 \text{ W}$ 。

因此 $U_2=-\frac{10}{2}=-5 \text{ V}$, $U_3=\frac{12}{2}=6 \text{ V}$

例 1.4 在图 1.13 中, 方框代表电源或电阻, 各电压、电流的参考方向均已设定。已知 $I_1=2 \text{ A}$, $I_2=1 \text{ A}$, $I_3=-1 \text{ A}$, $U_1=7 \text{ V}$, $U_2=3 \text{ V}$, $U_3=-4 \text{ V}$, $U_4=8 \text{ V}$, $U_5=4 \text{ V}$ 。求各元件消耗或

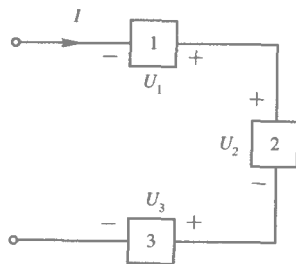


图 1.12 例 1.3 图

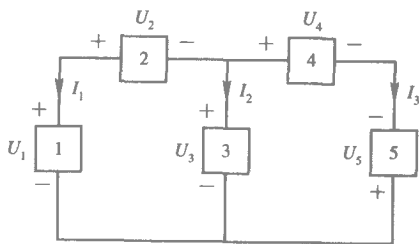


图 1.13 例 1.4 图

向外提供的功率。

解 元件 1、3、4 的电压、电流为关联方向，

$$P_1 = U_1 I_1 = 7 \times 2 = 14 \text{ W} \quad (\text{消耗})$$

$$P_3 = U_3 I_2 = -4 \times 1 = -4 \text{ W} \quad (\text{提供})$$

$$P_4 = U_4 I_3 = 8 \times (-1) = -8 \text{ W} \quad (\text{提供})$$

元件 2、5 的电压、电流为非关联方向。

$$P_2 = U_2 I_1 = 3 \times 2 = 6 \text{ W} \quad (\text{提供})$$

$$P_5 = U_5 I_3 = 4 \times (-1) = -4 \text{ W} \quad (\text{消耗})$$

电路向外提供的总功率为

$$4 + 8 + 6 = 14 \text{ W}$$

电路消耗的总功率为

$$14 + 4 = 18 \text{ W}$$

计算结果说明符合能量守恒原理，因此是正确的。

练习与思考

(1) 在图 1.14 中，已知元件 1 消耗的功率为 -36 W ；元件 2 向外提供的功率为 -54 W ；元件 3 向外提供的功率为 200 W ；分别求 I_1 、 U_2 及 I_3 的值。

(2) 在图 1.15 中，已知 $I=1 \text{ A}$ ， $U_1=3 \text{ V}$ ， $U_2=7 \text{ V}$ ， $U_3=10 \text{ V}$ 。求各元件上所消耗的功率。

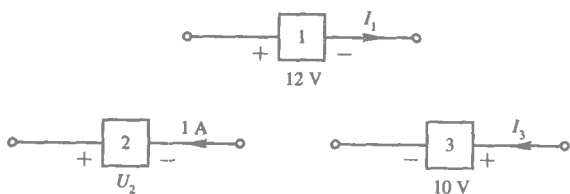


图 1.14 题(1)图

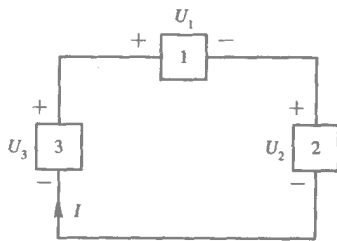


图 1.15 题(2)图

1.4 电阻元件

1.4.1 电阻元件及伏安特性

1.1 节中已提到，电阻元件是经过科学抽象后定义出的三种元件中最基本的理想元件之一，它代表消耗电能的理想电路元件，它有阻碍电流流动的本能，因此沿电流流动的方向必然会出现电压降。

若把电阻两端的电压取为纵坐标，电流取为横坐标，对于一系列的电压和电流值得

到一条代表二者之间函数关系的曲线，称此曲线为电阻元件的伏安特性曲线，简称伏安特性。如果一个电阻元件的伏安特性曲线是一条通过坐标原点的直线，如图 1.16(a) 所示，则称此电阻为线性电阻元件，其符号如图 1.16(b) 所示。线性电阻是这样的二端理想元件，在任何时刻，它两端的电压与其电流之间的约束关系总是服从欧姆定律，这是电阻元件本身的特性所决定的，通常称为元件的特性约束。在电压电流符合关联方向时，欧姆定律可表示成

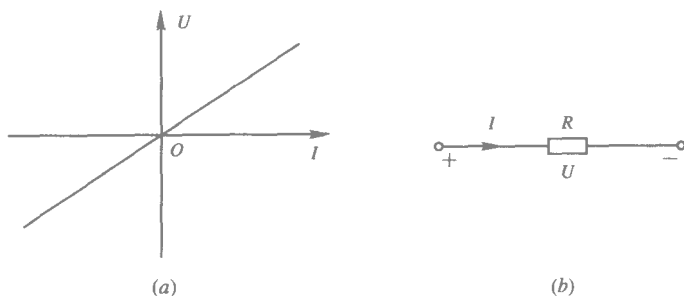


图 1.16 线性电阻及伏安特性

$$U = RI \quad (1-8)$$

在式 (1-8) 中， R 是一个与电压和电流均无关的常数，称为元件的电阻。在 SI 中，电阻的单位为欧姆，简称欧 (Ω)。常用单位还有千欧 ($k\Omega$)，兆欧 ($M\Omega$) 等。

电阻的倒数叫做电导，用 G 表示。在 SI 中，电导的单位是西门子，简称西 (S)，用电导表征电阻时，欧姆定律可写成

$$I = GU \quad \text{或} \quad U = \frac{I}{G}$$

如果电阻的端电压和电流为非关联方向时，则欧姆定律应写为

$$U = -RI \quad \text{或} \quad I = -GU$$

严格地说，线性电阻是不存在的，但绝大多数电阻在一定的工作范围内都非常接近线性电阻的条件，因此可用线性电阻作为它们的模型。

习惯上把电阻元件称为电阻。因此，电阻一词，一方面表示电阻元件，另一方面也表示电阻元件的参数。

1.4.2 电阻元件的功率

根据式 (1-6)，在关联参考方向下，电阻元件消耗的功率为

$$P = UI = I^2 R = \frac{U^2}{R}$$

电阻 R 为正实常数，故功率 P 恒为正值，这是其耗能性质的真实体现。

练习与思考

(1) 有人说欧姆定律写成 $U = -RI$ ，说明此时的电阻是负的。这种说法对吗？

(2) 求图 1.17 中的电压与电流。

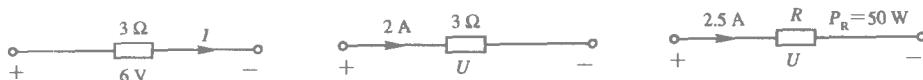


图 1.17 题(2)图

1.5 电压源与电流源

经过抽象，常用的两种理想电源元件是电压源和电流源。

1.5.1 电压源

1. 理想电压源

理想电压源是这样的一种理想二端元件：不管外部电路状态如何，其端电压总保持定值 U_s 或者是一定的时间函数，而与流过它的电流无关。理想电压源的一般符号及直流伏安特性如图 1.18 所示。

根据所连接的外电路，电压源电流（从电源内部看）的实际方向，可以从电压源的低电位端流入，从高电位端流出，也可以从高电位端流入，从低电位端流出。前者电压源提供功率；后者电压源吸收（消耗）功率，此时电压源将作为负载出现，如蓄电池充电。

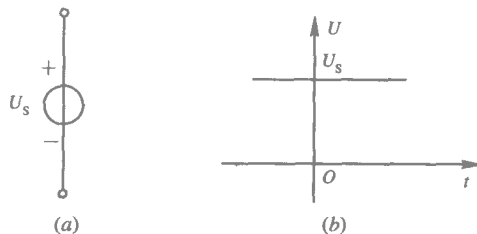


图 1.18 理想电压源

(a) 一般符号；(b) 直流伏安特性

2. 实际电压源

理想电压源实际上是不存在的。实际的电压源，其两端电压会随着流过它的电流的变化而有所变化。例如，当电池接上电阻性负载后，其端电压会降低，这是因为电池有内阻的缘故。因此，实际的电压源可以用一个理想电压源和电阻相串联的模型来表征，如图 1.19 所示。电阻 R_s 称作电压源的内阻，从

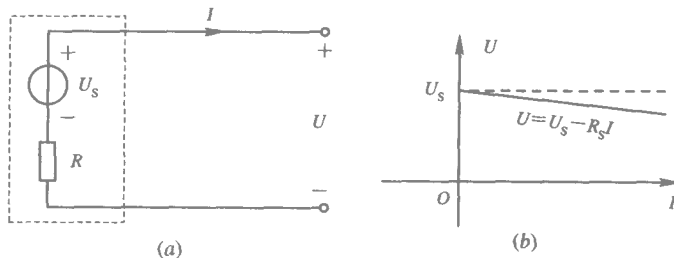


图 1.19 实际电压源

(a) 模型；(b) 伏安特性曲线

电压源模型可求出电压源的端电压为

$$U = U_s - U_{R_s} = U - R_s I \quad (1-9)$$

在式(1-9)中, U_{R_s} 的参考极性与 U_s 的参考极性相反, 因此在前面加“ $-$ ”号。由式(1-9)可见: 实际电压源的端电压是低于 U_s 的。电流越大, R_s 上的压降越大, 端电压就越低。因此实际电压源的内阻越小, 其特性也就越接近于理想电压源。实际电压源的伏安特性如图 1.19(b) 所示。

当电压源不接负载时, 电压源称为开路状态。如图 1.20(a) 所示, 此时 U 写成 U_{oc} , U_{oc} 称为开路电压, $U_{oc} = U_s$, 而 $I = 0$, 因此, 实际电压源可用开路电压和内阻两个参数来表征。

当负载被短路时, 电压源处于短路状态, 如图 1.20(b) 所示, 此时短路电流 $I_{sc} = U_{oc}/R_s$, 而端电压 $U = 0$ 。由于实际电压源的内阻都较小, 故短路电流很大, 会损坏电源, 因此对一般电压源是不允许短路的。

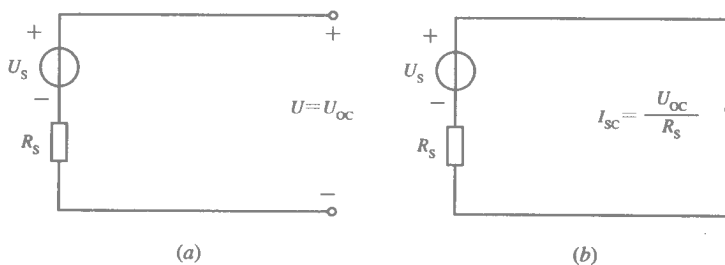


图 1.20 电压源的特殊两种状态

(a) 开路状态; (b) 短路状态

应当指出, 实际元件的模型只表示该元件端钮上的电压与电流的关系, 并不涉及内部的情况, 因此, 电压源内部并不是真正串有一个电阻, 内阻只是把电压源内部消耗能量这种实际情况用一个参数 R_s 表示而已。

例 1.5 某电压源的开路电压为 30 V 当外接电阻 R 后其端电压为 25 V 此时流经的电流为 5 A , 求 R 及电压源内阻 R_s 。

解 用实际电压源模型表征该电压源, 可得电路如图 1.21 所示。

设电流及电压的参考方向如图中所示, 根据欧姆定律可得

$$U = RI$$

即

$$R = \frac{U}{I} = \frac{25}{5} = 5\ \Omega$$

根据

$$U = U_s - R_s I$$

可得

$$R_s = \frac{U_s - U}{I} = \frac{30 - 25}{5} = 1\ \Omega$$

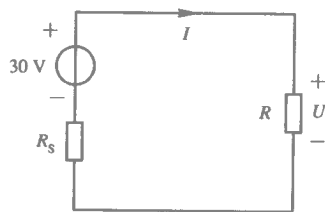


图 1.21 例 1.5 图

1.5.2 电流源

1. 理想电流源

理想电流源是另一种理想二端元件，不管外部电路状态如何，其输出电流总保持定值 I_S 或一定的时间函数，而与其端电压无关。理想电流源的一般符号及直流伏安特性如图 1.22 所示。

理想电流源的大小和方向是给定的，但其两端电压的实际极性和大小则与外部电路有关。当实际电压降的方向与电流源的箭头指向相反时（即非关联方向），电流源供出功率，起电源作用；当实际电压降的方向与电流源的箭头指向相同时（即关联方向）则电流源吸收消耗功率作负载。

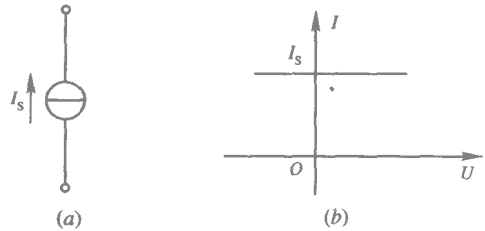


图 1.22 理想电流源

(a) 一般符号；(b) 直流伏安特性

2. 实际电流源

理想电流源实际上也是不存在的。实际电流源内部也有能量消耗，因此，可以用一个理想电流源和电阻并联的模型来表征实际电流源如图 1.23(a) 所示，电阻 R_S 为电流源的内阻。

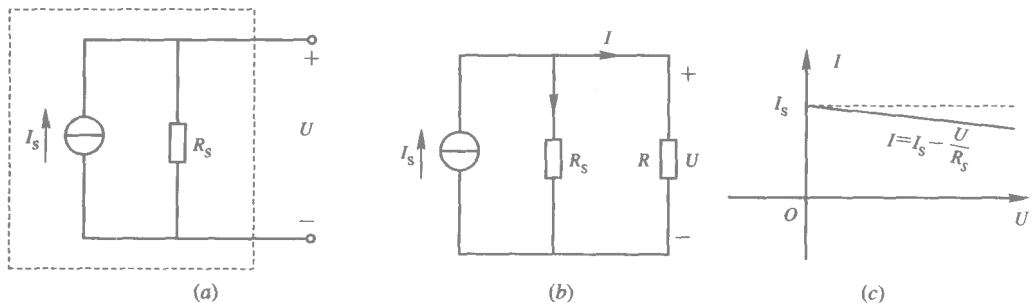


图 1.23 实际电流源

(a) 模型；(b) 外接电阻时；(c) 伏安特性曲线

当电流源端钮接上电阻 R 后，如图 1.23(b) 所示，此时，可求出电流源向外输出的电流为

$$I = I_S - \frac{U}{R_S} \quad (1-10)$$

由式(1-10)可见，电流源向外输出的电流是小于 I_S 的。 R_S 越小，分流越大，输出的电流就越小。因此实际电流源内阻越大，其特性也就越接近理想电流源。实际电流源的伏安特性如图 1.23(c) 所示。

实际电流源的短路电流 I_{sc} 就等于 I_S 因此用短路电流 I_{sc} 和内阻 R_S 这两个参数就可以表征实际电流源。同样，对于 R_S 并不表示电流源内部就有一个电阻，而是把电源内部存在

能量消耗这一实际现象作了抽象。

例 1.6 电路如图 1.24 所示,试求

- (1) 电阻两端的电压;
- (2) 1 A 电流源两端的电压及功率。

解 (1) 由于 $5\ \Omega$ 电阻与 1 A 电流源相串, 因此流过 $5\ \Omega$ 电阻的电流就是 1 A 而与 2 V 电压源无关, 即

$$U_1 = 5 \times 1 = 5\ \text{V}$$

(2) 1 A 电流源两端的电压包括 $5\ \Omega$ 电阻上的电压和 2 V 电压源, 因此

$$U_1 = U + 2 = 5 + 2 = 7\ \text{V}$$

$$P = 1 \times 7 = 7\ \text{W} \text{ (提供)}$$

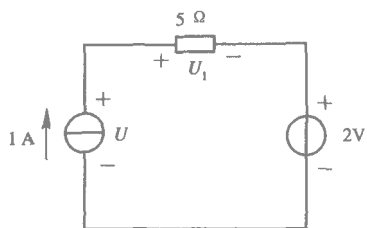
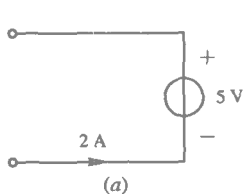


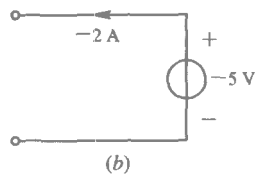
图 1.24 例 1.6 图

练习与思考

- (1) 求如图 1.25 所示电路的电压及功率, 并说明是提供功率还是消耗功率。
- (2) 将图所示各电路用一个电源表示。
- (3) 求图所示各电路中消耗的功率, 并指出是哪个电源提供的。

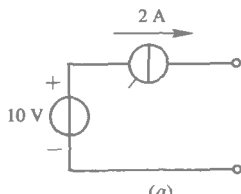


(a)

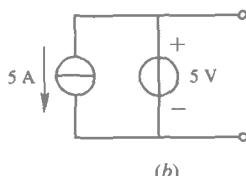


(b)

图 1.25 题(1)图

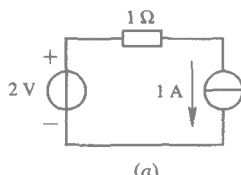


(a)

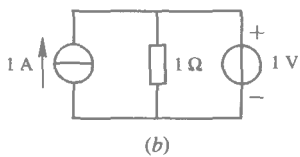


(b)

图 1.26 题(2)图



(a)



(b)

图 1.27 题(3)图

1.6 基尔霍夫定律

1.4 节介绍线性电阻时已经引入元件约束的概念, 元件约束仅由元件本身的特性决定而与整个电路的结构无关。与电路结构——元件连接方式有关的另一类约束关系就是基尔霍夫定律所要表达的内容, 这种连接方式的约束也称为拓扑约束。基尔霍夫定律是电路中电压和电流所遵循的基本规律, 也是分析和计算电路的基础。在介绍基尔霍夫定律之前, 先介绍几个有关的电路名词。

支路: 单个电路元件或是若干个电路元件的串联, 构成电路的一个分支, 一个分支上流经的是同一个电流, 电路中每个分支都称为支路, 如图 1.28 中, abc 、 adc 、 ac 为三条支

路。其中 abc、adc 支路包含电源，称为有源支路，ac 支路无电源称为无源支路。

节点：三条或三条以上支路的连接点称为节点。在图 1.28 中，a、c 为节点，b、d 不是节点。

回路：由支路构成的任一闭合路径称为回路。

网孔：其内部不含任何支路的回路称网孔。

在图 1.28 中，abcda、abca、adca 都是回路；abca、adca 是网孔。

通常把较复杂的电路称为网络，但电路和网络这两个名词并无明确区别，它们可以相互混用。

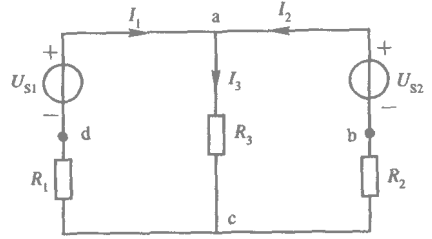


图 1.28 电路名词用图

1.6.1 基尔霍夫电流定律 (KCL)*

基尔霍夫电流定律反映了电路中任一节点所连接的各支路电流之间的约束关系。简称 KCL，其基本内容是：任意时刻，流入电路中任一节点的电流之和恒等于流出该节点的电流之和。

如对于图 1.29 中的节点 a，在图示各电流的参考方向下，依 KCL，有

$$I_1 + I_3 + I_5 = I_2 + I_4$$

或

$$I_1 + I_3 + I_5 - I_2 - I_4 = 0$$

上式的物理意义是：流入节点 a 的电流的代数和恒等于零。

这样 KCL 也可表述为：任意时刻，流入电路中任一节点的电流的代数和恒为零，其一般形式为

$$\sum I = 0 \quad (1-11)$$

这里流入节点的电流前取正号，流出节点的电流前取负号。当然也可以做相反的规定。这里各电流前面的正负号与电流本身由参考方向所造成的正负无关。

式(1-11)称为节点电流方程。简称为 KCL 方程。

基尔霍夫电流定律的正确性是毋庸置疑的，可根据电荷守恒的自然法则得到解释，其实也就是电流连续性原理的集中表现。

KCL 不仅适用于节点，把它加以推广，还可用于包围几个节点的闭和面。在图 1.30 所示的电路中，将节点 1、2、3 包围在一个闭和面内，对该闭和面亦应有 $\sum I = 0$ ，即

$$I_1 - I_2 + I_3 = 0$$

节点 1: $I_1 + I_6 - I_4 = 0$

节点 2: $-I_2 + I_4 - I_5 = 0$

节点 3: $I_3 + I_5 - I_6 = 0$

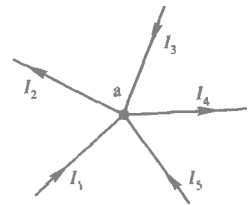


图 1.29 基尔霍夫电流定律用图

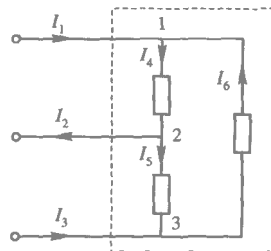


图 1.30 KCL 适合一个闭和面

* KCL 为 Kirchhoff's Current Law 的缩写，今后经常用 KCL 代表基尔霍夫电流定律。

将以上三式相加，得

$$I_1 - I_2 + I_3 = 0$$

可见，流入（或流出）一个闭和面的各支路电流的代数和恒为零，此即广义的 KVL 方程。

例 1.7 在图 1.31 所示电路中，已知 $R_1=2\ \Omega$ ， $R_2=5\ \Omega$ ， $U_s=10\ \text{V}$ 。求各支路电流。

解 首先设定各支路电流的参考方向如图中所示，

由于 $U_{ab}=U_s=10\ \text{V}$ 根据欧姆定律 有

$$I_1 = \frac{U_{ab}}{R_1} = \frac{10}{2} = 5\ \text{A}$$

$$I_2 = -\frac{U_{ab}}{R_2} = -\frac{10}{5} = -2\ \text{A}$$

对节点 a 列方程 有

$$-I_1 + I_2 + I_3 = 0$$

$$I_3 = I_1 - I_2 = 5 - (-2) = 7\ \text{A}$$

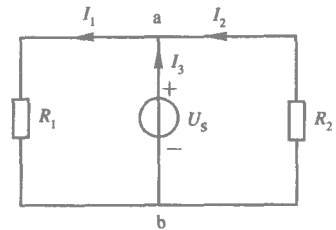


图 1.31 例 1.7 图

1.6.2 基尔霍夫电压定律 (KVL)*

基尔霍夫电压定律反映了电路中任一回路内各电压之间的约束关系，简称 KVL 其基本内容是：在任意时刻沿电路中任意闭和回路内各段电压的代数和恒为零。即

$$\sum U = 0 \quad (1-12)$$

式(1-12)称为回路的电压方程。简称为 KVL 方程。

在列写 KVL 方程时，首先应设定一个绕行方向，凡电压的参考方向与绕行方向一致的 则该电压前取“+”号 否则取“-”号。如图 1.32 所示为某电路中的一个回路，设定其绕行方向为顺时针方向，则有

$$U_1 + U_2 - U_3 - U_4 + U_5 = 0$$

基尔霍夫电压定律实际上是电路中两点间的电压大小与路径无关这一性质的体现。在图 1.32 中 如果按 abcd 方向计算 ad 间电压 有 $U_{ab}=U_1+U_2-U_3$ 如果按 aed 方向计算，有 $U_{ad}=-U_5+U_4$ ，两者结果应当相等，故有

$$U_1 + U_2 - U_3 - U_4 + U_5 = 0$$

与前面的结果完全相同。

KVL 不仅适用于实际回路，加以推广，则可适用于电路中的假想回路。如在图 1.32 中 可以假想有 abca 回路，绕行方向不变。根据 KVL 则有

$$U_1 + U_2 + U_{ca} = 0$$

由此可得 $U_{ca} = -U_1 - U_2$

即 $U_{ac} = -U_{ca} = U_1 + U_2$

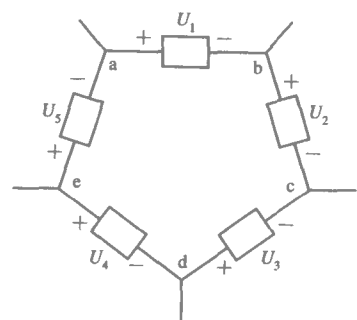


图 1.32 KVL 用图

* KVL 为 Kirchoff's Voltage Law 的缩写，今后经常用 KVL 代表基尔霍夫电压定律。

应用 KVL 时,回路的绕行方向是任意设定的,一经设定,回路中各电压前的正、负号也将随之确定,即凡与绕行方向一致者取正号,不一致者取负号。应当注意,这与电压本身由参考极性造成的正负无关。

KCL 规定了电路中任一节点处的电流必须服从的约束关系,而 KVL 规定了电路中任一回路内的各电压必须服从的约束关系。两定律仅与元件的联接方式有关,而与元件性质无关,不论是否线性电路,只要是集中参数电路,两定律总是成立的。

例 1.8 电路如图 1.33 所示,有关数据已标出,求 U_{R_4} 、 I_2 、 I_3 、 R_4 及 U_S 的值。

解 设左边网孔绕行方向为顺时针方向,依 KVL,有

$$-U_S + 2R_1 + 10 = 0$$

代入数值后,有

$$U_S = 2 \times 4 + 10 = 18 \text{ V}$$

$$I_3 = \frac{6}{3} = 2 \text{ A}$$

对于节点 a,依 KCL,有

$$I_2 = I_1 - I_3 = 4 - 2 = 2 \text{ A}$$

则

$$R_2 = \frac{10}{I_2} = \frac{10}{2} = 5 \Omega$$

对右边网孔设定顺时针方向为绕行方向,依 KVL,有

$$-10 + 6 + U_{R_4} = 0$$

则

$$U_{R_4} = 10 - 6 = 4 \text{ V}$$

$$R_4 = \frac{U_{R_4}}{I_3} = \frac{4}{2} = 2 \Omega$$

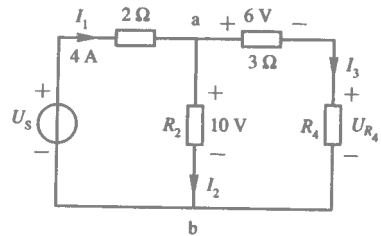


图 1.33 例 1.8 图

练习与思考

(1) 求图 1.34 所示电路中的未知电流。

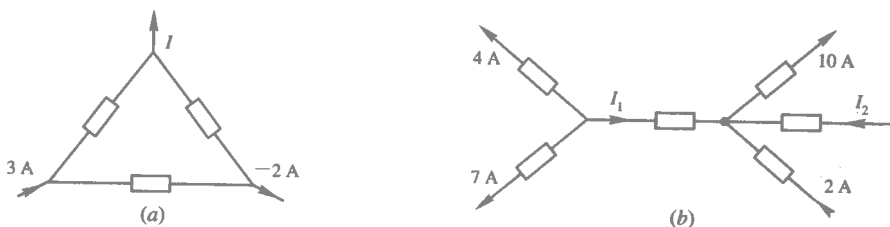


图 1.34 题 (1) 图

(2) 图 1.35 为某电路中的一个回路, 试求 U_3 。

(3) 列出图 1.36 所示电路中各节点的 KCL 方程及各网孔的 KVL 方程。

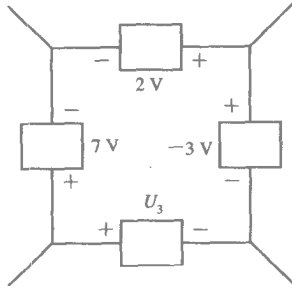


图 1.35 题(2)图

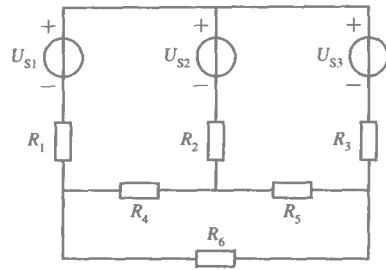


图 1.36 题(3)图

1.7 用电位的概念分析电路

将单位正电荷自电场中某一点 a 移动到参考点 (物理学中习惯选无穷远处作为参考点) 电场力做功的大小称作 a 点的电位。在电路中, 某点的电位是将单位正电荷沿电路所约束的路径移至参考点 (电路中习惯设定某点为参考点而不是无穷远处) 电场力所做功的大小。

电路中每一个点都有一定的电位, 就如同空间每一处都有一定的高度一样, 这个高度从什么地方算起, 要选定参考点, 这个参考点是海平面。以此类推, 计算电位也需要有一个参考点, 参考点原则上可以任意选取, 但一经选定, 各点电位的计算即以参考点为准。参考点变了, 则各点的电位也随之改变, 即电位随参考点的选择不同而异。在电路中不设定参考点而谈电位是没有意义的。将参考点的电位定为零, 则所求点的电位就是该点到参考点的电压降。因此, 电位虽是指某一点而言, 但实质上还是两点之间的电压, 只不过这第二点 (参考点) 的电位是零而已。所以计算电位的方法与计算电压的方法完全相同。参考点处用符号 ' \perp ' 表示。

在电路分析中引入了电位, 可以简化分析, 方便计算。例如对图 1.37(a) 所示电路, 它共有 4 个不同的点, 当以电压作电路变量时, 计有 U_{ab} 、 U_{ac} 、 U_{ad} 、 U_{bc} 、 U_{bd} 、 U_{cd} 等 6 个不同的电压。当用电位作电路变量时, 只要设定其中一个点为参考点, 即零电位点, 则讨论其余 3 个电位就行了, 这样不但减少了电路变量, 而且当各点电位求出后, 任意两点间的电压都可以计算出来。

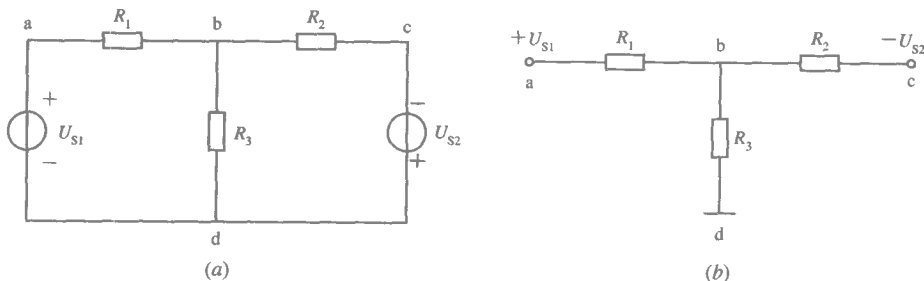


图 1.37 电位计算用图

对于图 1.37(a) 所示电路, 当选 d 为参考点, 计算出 $\varphi_a = U_{S1}$ 、 $\varphi_c = -U_{S2}$ 后, 还可以将其改画成用电位的极性和数值代替电压源的形式, 如图 1.37(b) 所示, a 端标出 $+U_{S1}$, c 端标出 $-U_{S2}$ 。在电子电路课程中, 把这种画法叫做“习惯画法”, 我们应当熟悉这种画法。

顺便提一下关于等位点的概念, 把电路中电位相同的点称为等电位点。对于两个等电位点可以对其短接, 用电阻连接或开路处理都不会对电路产生任何影响。这一概念在实际简化电路时可以灵活运用。

例 1.9 试求图 1.38(a) 所示电路中的 φ_a 、 φ_b 及 U_{ab} 。

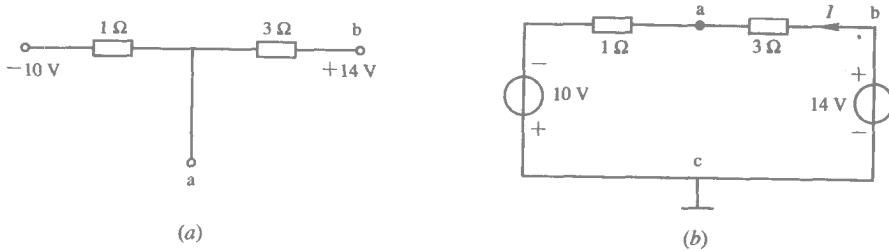


图 1.38 例 1.9 图

解 如果不习惯这种画法时, 可将它改画成一般形式, 如图 1.38(b) 所示, 其中 c 为参考点, 于是有

$$I = \frac{14 + 10}{1 + 3} = 6 \text{ A}$$

$$\varphi_a = U_{ac} = 1 \times 6 - 10 = -4 \text{ V}, \varphi_b = 14 \text{ V}$$

或

$$\varphi_a = -3 \times 6 + 14 = -4 \text{ V}$$

$$\varphi_b = 3 \times 6 + 1 \times 6 - 10 = 14 \text{ V}$$

$$U_{ab} = \varphi_a - \varphi_b = -4 - 14 = -18 \text{ V}$$

例 1.10 求图示电路中 S 打开及闭和后的开关两端电压。

解 (1) S 打开时, 电路中没有电流,

$$U_{ab} = 0$$

$$\varphi_a = \varphi_b = -10 \text{ V}$$

开关两端电压为

$$\varphi_a = -10 \text{ V}$$

(2) S 闭和后

电路中有由 a 流向 b 的电流 I ,

$$I = \frac{10}{2} = 5 \text{ A}$$

a 点经 S 接地, 故

$$\varphi_a = 0$$

$$\varphi_b = -10 \text{ V}$$

$$U_{ab} = 2I = 2 \times 5 = 10 \text{ V}$$

或

$$U_{ab} = \varphi_a - \varphi_b = 0 - (-10) = 10 \text{ V}$$

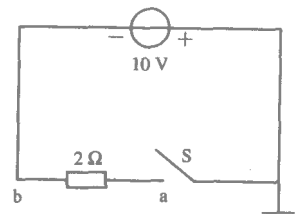


图 1.39 例 1.10 图