中级电工培训教材

电工数学

张崇杉　吴忠东　编

中国劳动社会保障出版社

图书在版编目(CIP)数据

电工数学/张崇杉、吴忠东编. —北京: 中国劳动社会保障出版社, 2001

中级电工培训教材

ISBN 7－5045－3276－2

Ⅰ. 电…

Ⅱ. 张…

Ⅲ. 电工学: 应用数学－技术培训－教材

Ⅳ. TM11

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2001)第 050970 号

中国劳动社会保障出版社出版发行

(北京市惠新东街 1 号　邮政编码: 100029)

出 版 人: 张梦欣

*

印刷厂印刷　新华书店经销

850 毫米× 1168 毫米　32 开本　4.375 印张　113 千字

2001 年 10 月第 1 版　2001 年 10 月第 1 次印刷

印数:　　册

定价: 8.00 元

读者服务部电话: 64929211

发行部电话: 64911190

出版社网址: http://www.class.com.cn

前　言

为配合全面开展的中级培训，提高电工队伍的技术素质，加强电气安全技术管理，我们委托广州市劳动保护宣传教育中心编写了这套中级电工培训教材。

这套教材包括电工数学、电工与电子基础、维修电工工艺学、内外线电工工艺学等四种。在这套教材的编写过程中，注意了理论联系实际及内容的科学性、先进性，反映了电工专业的新技术、新工艺、新材料、新设备，同时结合在职培训的特点，力求做到层次分明、重点突出、文字简练、通俗易懂。

这套教材可供中级电工考工培训使用，也可作电气专业爱好者和技工学校学生的学习参考书。这套教材对于中小企业及用电面广的地区尤为适用。

搞好在职工人的培训是一项长期的战略任务。我们将根据需要，陆续组织编写机械类及其他专业的在职培训教材。欢迎各地在使用这套教材时，提出宝贵意见和建议，使我们把在职培训教材的编写工作做到更好。

劳动部培训司

1989 年 7 月

再版说明

由原广州市劳动保护宣传教育中心(现广州市职业技术培训中心)编写的中级电工培训教材《电工数学》《电工与电子基础》《维修电工工艺学》《内外线电工工艺学》,自第 1 版出版以来,经过几年在实际教学中的使用,教师和学员对教材的层次分明、重点突出、文字简练、通俗易懂等特点给予了充分的肯定。

随着新技术和新设备的不断增加,特别是我国近年来颁布新的电工标准后,第 1 版教材的内容需要进行修订。在本套教材第 2 版的编写过程中,我们继续坚持了注重理论联系实际,在保持科学性和先进性的同时结合在职培训的特点等编写指导思想,对第 1 版教材中的图形符号和技术标准做了全面的修改,并结合实际,增加了一些新的内容。欢迎各地在使用第 2 版教材时提出宝贵意见和建议,使这套教材能够更好地适用于实际培训工作。

劳动和社会保障部教材办公室

内容简介

本书是劳动和社会保障部教材办公室委托广州市职业技术培训中心(原广州市劳动保护宣传教育中心)编写的中线电工培训教材之一。

本书主要内容有:数学的基础知识、函数、任意角的三角函数、矢量和复数、微积分初步等。

本书由张崇杉、吴忠东编写;张子亮审稿。

目　　录

第一章　数学的基础知识

§ 1—1　实数及其运算

一、实数的概念

1. **自然数**　0, 1, 2, 3, 4, …, n, …称为自然数.

2. **有理数**　整数和分数统称有理数, 即正、负整数、分数和零统称有理数.

3. **无理数**　无限不循环小数叫做无理数, 如$\sqrt{2}$、$\sqrt{3}$、π等.

4. **实数**　有理数和无理数的集合统称实数. 即

$$\text{实数}\begin{cases}\text{有理数}\left.\begin{cases}\text{整数}\begin{cases}\text{正整数}\\ \text{零}\\ \text{负整数}\end{cases}\\ \text{分数}\begin{cases}\text{正分数}\\ \text{负分数}\end{cases}\end{cases}\right\}\text{有限小数或无限循环小数}\\ \text{无理数(正、负无理数)}\}\text{无限不循环小数}\end{cases}$$

5. **数轴**　规定了原点、正方向和长度单位的直线叫做数轴. 实数可以用数轴上的点表示, 与数轴上任一点对应的实数, 叫做这个点在数轴上的坐标.

6. **相反数**　只有符号不同的两个数叫做互为相反数.

7. **绝对值**　正数与零的绝对值是其本身, 负数的绝对值等于它的相反数, 记作$|a|$. 即

$$|a|=\begin{cases}a & (a\geq 0)\\ -a & (a<0)\end{cases}$$

8. **区间** 介于 a 和 b 两数之间的所有实数的全体($a \le b$), 称为区间. 若包括端点在内的, 称为闭区间; 不包括端点在内的, 称为开区间; 只包括一个端点在内的, 称为半开半闭区间.

区间的表示: 闭区间为$[a, b]$; 开区间为(a, b); 半开半闭区间为$[a, b)$或$(a, b]$.

二、实数的运算法则和定律

1. **加(减)法** 同号两数相加, 取相同的符号, 并把绝对值相加; 绝对值不等的异号两数相加, 取绝对值较大的加数的符号, 并用较大的绝对值减去较小的绝对值; 相反数的和为零; 一个数与零相加, 仍得这个数. 两数相减, 则等于被减数加上减数的相反数, 即:

$$a - b = a + (-b)$$

2. **乘法** 几个实数相乘, 有一个因数是零, 则积等于零; 如果没有零因数, 则负因数的个数为偶数时积取正号, 负因数的个数为奇数时积取负号, 并把各因数的绝对值相乘.

3. **除法** 零不能做除数.

若 $b \neq 0$, 则 $a \div b = a \times \dfrac{1}{b}$

4. **乘方** 相同因数的乘法叫乘方, 其积叫幂. 乘方是乘法的特例. 负数的偶次幂为正数, 负数的奇次幂为负数.

5. **开方** 求一个实数方根的运算叫开方, 结果为方根. 开方是乘方的逆运算. 在实数中, 负数没有偶次方根, 所以开方运算的结果不一定仍是实数.

6. **交换律、结合律及分配律**

交换律: $a + b = b + a$,

$a \times b = b \times a$;

结合律: $a + b + c = (a + b) + c = a + (b + c)$,

$a \times b \times c = (a \times b) \times c = a \times (b \times c)$;

分配律: $(a + b) \times c = a \times c + b \times c$

7. **乘方的运算定律**

$a^m a^n = a^{(m+n)}$,

$(a^m)^n = a^{m\times n}$,

$(a\times b)^m = a^m \times b^m$,

$a^m \div a^n = a^{(m-n)}$.

例 1　计算下列各式:

(1) $\left[\left(\frac{3}{4}\right)+\left(\frac{5}{8}\right)-\left(\frac{7}{12}\right)\right]\times 24-1.375\div 0.25+0.476-(2.5-0.524)$;

(2) $\left(\frac{3}{4}\right)-\left(\frac{1}{3}\right)+\left(\frac{1}{2}\right)-\left(\frac{1}{6}\right)-0.25$;

(3) $-(0.25)^2\div\left(-\frac{1}{2}\right)^2\times(-1)^{17}+\left(1\frac{3}{8}+2\frac{1}{3}-3.75\right)\times 24$;

(4) $\frac{(-1)^{1994}-0.2^2}{0.875\times(-2)^3-(\sqrt{2})^0}\times(0.2)^{-2}$.

解: (1) **原式** $=\left(\frac{3}{4}-\frac{7}{12}\right)\times 24+\left(\frac{5}{8}\right)\times 24-\left(\frac{11}{8}\right)\div\left(\frac{1}{4}\right)+1-2.5$

$=\frac{1}{6}\times 24+15-\frac{11}{8}\times 4+1-2.5$

$=4+15-5.5+1-2.5$

$=12$

(2) **原式** $=\frac{3+2-1}{4}-\frac{2+1}{6}$

$=1-\left(\frac{1}{2}\right)$

$=\frac{1}{2}$

(3) **原式** $=-\frac{1}{4^2}\times(-2)^2\times(-1)+\frac{11}{8}\times 24+\frac{7}{3}\times 24-\frac{15}{4}\times 24$

$=\frac{1}{4}+33+56-90$

$$= -\frac{3}{4}$$

(4) 原式 $= \dfrac{1-\dfrac{1}{5^2}}{-\dfrac{7}{8}\times 8-1}\times 5^2$

$$= \frac{25-1}{-7-1}$$

$$= -3$$

§ 1—2 代 数 式

一、代数式的一般概念

1. 代数式的定义　用基本的运算符号(加、减、乘、除、乘方、开方)把数或表示数的字母连接而成的式子,叫做代数式.

2. 单项式　不含加法或减法运算,都是数字与字母的积,这样的整式叫做单项式.

3. 多项式　几个单项式的和叫做多项式.

单项式和多项式统称整式.

4. 分式　如果 A、B 为整式,B 中含有字母,式子 A/B 叫做分式.有理式和无理式的集合统称代数式.即

$$\text{代数式}\begin{cases}\text{有理式}\begin{cases}\text{整式}\begin{cases}\text{单项式}\\\text{多项式}\end{cases}\\\text{分式}\end{cases}\\\text{无理式}\end{cases}$$

二、代数式的运算法则

(1) $a^m a^n = a^{m+n}$;

$a^m \div a^n = a^{m-n}$;

$(a^m)^n = a^{mn}$;

$(ab)^n = a^n b^n$;

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n=\frac{a^n}{b^n},\quad b\neq 0.$$

(2) $(a\pm b)^2=a^2\pm 2ab+b^2$;

$(a+b)(a-b)=a^2-b^2$;

$(a\pm b)(a^2\mp ab+b^2)=a^3\pm b^3$;

$(a\pm b)^3=a^3\pm 3a^2b+3ab^2\pm b^3$.

(3) $\frac{b}{a}\pm\frac{d}{c}=\frac{bc}{ac}\pm\frac{ad}{ac}=\frac{bc\pm ad}{ac}$; $a\neq 0,\ c\neq 0$;

$\left(\frac{b}{a}\right)\cdot\left(\frac{d}{c}\right)=\frac{bd}{ac}$; $a\neq 0,\ c\neq 0$;

$\left(\frac{b}{a}\right)\div\left(\frac{d}{c}\right)=\left(\frac{b}{a}\right)\cdot\left(\frac{c}{d}\right)=\frac{bc}{ad}$; a、c、$d\neq 0$.

(4) $\sqrt[n]{a^m}=\sqrt[np]{a^{mp}}$;

$\sqrt[m]{a^{mn}}=a^n$;

$\sqrt[n]{ab}=\sqrt[n]{a}\cdot\sqrt[n]{b}$;

$\sqrt[n]{\frac{a}{b}}=\frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}$, $b\neq 0$;

$(\sqrt[n]{a})^p=\sqrt[n]{a^p}$;

$\sqrt[n]{\sqrt[p]{a}}=\sqrt[np]{a}$.

上列各式中, $a\geq 0$, $b\geq 0$, m、n、p 为正整数.

三、因式分解

把一个多项式化成几个整式的积的形式, 叫做因式分解. 主要有以下几种方法:

(1) 提取公因式法;

(2) 运用公式法;

(3) 十字相乘法;

(4) 配方法;

(5) 分组分解法.

例 2　计算:

(1) $(3x^4y^2z^3)(-2xy^6z^2k)$;

(2) $(x^{n+3})^3 \cdot x^{n-15}$(n 为正整数);

(3) $(x+1)(x+2)(x-3)(x-4)$.

解: (1) 原式$=-6kx^5y^8z^5$

(2) 原式$=x^{3n+9}\cdot x^{n-15}=x^{4n-6}$

(3) 原式$=(x^2+3x+2)(x^2-7x+12)$

$=x^4-7x^3+12x^2+3x^3-21x^2+36x+2x^2-14x+24$

$=x^4-4x^3-7x^2+22x+24.$

例 3　把下列各式因式分解:

(1) x^2-x-2;

(2) $x^2+y^2-8x+8y-2xy+16$;

(3) $5x^4-14x^2+8$(在实数范围内).

解: (1) 原式$=(x-2)(x+1)$;

(2) 原式$=(x-y)^2-8(x-y)+16$

$=(x-y-4)^2$;

(3) 原式$=(5x^2-4)(x^2-2)$

$=(\sqrt{5}x-2)(\sqrt{5}x+2)(x+\sqrt{2})(x-\sqrt{2})$

§ 1—3　方程和方程组

一、方程的有关概念

1. **方程**　含有未知数的等式叫方程.

2. **方程的解**　使方程左右两边相等的未知数的值叫做方程的解.

3. **解方程**　求方程解的过程叫做解方程.

4. **方程组**　由几个方程联立组成的一组方程, 叫做方程组.

5. **方程组的解**　方程组里所有方程的公共解, 叫做方程组的解.

6. **解方程组**　求出方程组的解或证明它们无公共解的过程,

叫做解方程组.

二、一元一次方程

1. 概念　方程中只有一个未知数,且未知数的最高次幂为 1 的方程,叫做一元一次方程.

2. 解方程　一元一次方程通过去分母、去括号、移项、合并同类项等步骤以后,都可以化成标准形式 $ax=b$ 或 $x=\frac{b}{a}$.

当 $a\neq0$ 时,方程有惟一解,$x=\frac{b}{a}$;

当 $a=0$、$b\neq0$ 时,方程无解;

当 $a=0$、$b=0$ 时,方程有无穷多个解.

例 4　解下列方程(其中 x 是未知数):

(1) $\frac{x+4}{5}-1=\frac{2x-3}{3}-\frac{3(x-1)}{2}$;

(2) $2(x-3)+4x+6=4(3x+9)+7$;

(3) $\frac{x-b}{a}+\frac{a-x}{b}=0$, $(a\neq b)$, $a\neq0$, $b\neq0$.

(4) $m(nx-2)=2(mx-3)+n$, $(m\neq0, n\neq2)$;

解:(1) 方程两边同乘以 30 得:

$6x+24-30=20x-30-45x+45$

$6x+25x=15+6$

$31x=21$

$x=\frac{21}{31}$

(2) 方程两边去括号得:

$2x-6+4x+6=12x+36+7$

$6x-12x=43$

$-6x=43$

$x=-7\frac{1}{6}$

(3) 方程两边同乘以 ab 得:

$bx - b^2 + a^2 - ax = 0$

$(b - a)x = b^2 - a^2$

$x = (b - a)(b + a)/(b - a)$

$x = b + a$

(4) **方程两边去括号得**:

$mnx - 2m = 2mx - 6 + n$

$mnx - 2mx = n - 6 + 2m$

$m(n - 2)x = n - 6 + 2m$

$$x = \frac{2m + n - 6}{m(n - 2)}$$

三、一元二次方程

1. **概念　方程中只有一个未知数**,**且未知数的最高次幂为** 2 **的方程**,**叫做一元二次方程**.

2. **解方程　一元二次方程通过去分母、去括号、移项、合并同类项等步骤以后**,**都可以化成标准形式** $ax^2 + bx + c = 0(a \neq 0)$ **或** $x^2 + px + q = 0$,**并可用如下方法求解**:

(1) **因式分解法**;

(2) **配方法**;

(3) **公式法**: $x = \dfrac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$.

3. **对方程的讨论**

已知一元二次方程为 $ax^2 + bx + c = 0(a \neq 0)$

$$\Delta = b^2 - 4ac \begin{cases} \Delta > 0, \text{有两个不等实根} \\ \Delta = 0, \text{有两个相等实根} \\ \Delta < 0, \text{无实根} \end{cases}$$

4. **方程的根与系数间的关系**　x_1 **和** x_2 **是方程** $ax^2 + bx + c = 0(a \neq 0)$ **的两个根的充要条件是**:

$x_1 + x_2 = -b/a$, $x_1x_2 = c/a$

例 5　**解下列方程**(**其中** x **是未知数**):

(1) $3x^2 + 2x - 8 = 0$

(2) $x^2-3x+1=0$(用配方法解方程)

(3) $3x^2+5x-1=0$(用公式法解方程)

解:(1)依题意得:

$$(3x-4)(x+2)=0$$

$$x_1=\frac{4}{3},x_2=-2$$

(2)依题意得:

$$x^2-3x+\frac{9}{4}+1-\frac{9}{4}=0$$

则 $$\left(x-\frac{3}{2}\right)^2-\frac{5}{4}=0$$

$$\left(x-\frac{3}{2}+\frac{\sqrt{5}}{2}\right)\left(x-\frac{3}{2}-\frac{\sqrt{5}}{2}\right)=0$$

得 $$x_1=\frac{3-\sqrt{5}}{2}$$

$$x_2=\frac{3+\sqrt{5}}{2}$$

(3)依题意得:

$$\Delta=5^2-4\times3\times(-1)=25+12=37$$

则 $$x_1=\frac{-5+\sqrt{37}}{2\times3}=\frac{\sqrt{37}-5}{6}$$

$$x_2=\frac{-5-\sqrt{37}}{2\times3}=-\frac{5+\sqrt{37}}{6}$$

例 6　当 k 为何值时,方程 $x^2+(k-2)x+\frac{3}{2}k-3=0$ 有:(1)两个不等实根;(2)无实根;(3)两个相等实根.

解:根据一元二次方程的性质得:

当 $\Delta=b^2-4ac\begin{cases}\Delta>0,\text{有两个不等实根}\\\Delta=0,\text{有两个相等实根}\\\Delta<0,\text{无实根}\end{cases}$

则　(1)当 $(k-2)^2-4\times\left(\frac{3}{2}k-3\right)>0$,即:

$k^2 - 4k + 4 - 6k + 12 > 0$

$k^2 - 10k + 16 > 0$

$k > 8$ **或** $k < 2$ **时,原方程有两个不等实根;**

(2) **当** $(k - 2)^2 - 4\times(2k - 3) < 0$, **即:**

$k^2 - 2k + 4 - 8k + 12 < 0$

$k^2 - 10k + 16 < 0$

$2 < k < 8$ **时,原方程无实根;**

(3) **当** $(k - 2)^2 - 4\times(2k - 3) = 0$, **即:**

$k^2 - 2k + 4 - 8k + 12 = 0$

$k^2 - 10k + 16 = 0$

$k = 8$ **或** $k = 2$ **时,原方程有两个相等实根.**

四、二元一次方程组与二阶行列式

1. **概念　方程中含有两个未知数,且各未知数的最高次幂均为 1 的方程,叫做二元一次方程. 由两个二元一次方程组成的方程组,叫做二元一次方程组,也叫做二元线性方程组.**

设有 n^2 **个数,**

$$\text{称 } K = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \hline a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nn} \end{vmatrix} \text{ 为 } n \text{ 阶行列式,}$$

其中 K **称为行列式的值,** a_{ij} **称为行列式的元素.**

2. **二阶行列式的计算　设有二阶行列式:**

$$K = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix}$$

则有 $K = a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21}$

当 $\dfrac{a_{11}}{a_{12}} = \dfrac{a_{21}}{a_{22}}$ **时,则** $K = 0$

由此可以看出,二阶行列式的值等于行列式对角元素积的差,如下式: