

0 传感器与检测技术概念

0.1 传感器的组成与分类

0.1.1 传感器的定义

传感器是能感受规定的被测量并按照一定规律转换成可用输出信号的器件或装置，通常由敏感元件和转换元件组成。其中，敏感元件是指传感器中直接感受被测量的部分，转换元件是指传感器能将敏感元件的输出转换为适于传输和测量的电信号部分。

有些国家和有些学科领域，将传感器称为变换器、检测器或探测器等。应该说明，并不是所有的传感器都能明显区分敏感元件与转换元件两个部分，而是二者合为一体。例如，半导体气体、湿度传感器等，它们一般都是将感受的被测量直接转换为电信号，没有中间转换环节。

传感器输出信号有很多形式，如电压、电流、频率、脉冲等，输出信号的形式由传感器的原理确定。

0.1.2 传感器的组成

通常，传感器由敏感元件和转换元件组成。但是由于传感器输出信号一般都很微弱，需要有信号调节与转换电路将其放大或变换为容易传输、处理、记录和显示的形式。随着半导体器件与集成技术在传感器中的应用，传感器的信号调节与转换可以安装在传感器的壳体里或与敏感元件一起集成在同一芯片上。因此，信号调节与转换电路以及所需电源都应作为传感器的组成部分。如图 0-1 所示。

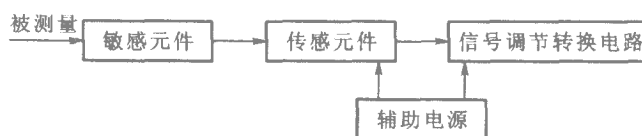


图 0-1 传感器组成方框图

常见的信号调节与转换电路有放大器、电桥、振荡器、电荷放大器等，它们分别与相应的传感器相配合。

0.1.3 传感器的分类

传感器的种类繁多，不胜枚举。传感器分类方法很多，表 1-1 给出了常见的分类方法。

表 0-1 传感器的分类

分类方法	传感器的种类	说 明
按输入量分类	位移传感器、速度传感器、温度传感器、压力传感器等	传感器以被测物理量命名
按工作原理分类	应变式、电容式、电感式、压电式、热电式等	传感器以工作原理命名
按物理现象分类	结构型传感器	传感器依赖其结构参数变化实现信息转换
	特性型传感器	传感器依赖其敏感元件物理特性的变化实现信息转换
按能量关系分类	能量转换型传感器	传感器直接将测量的能量转换为输出量的能量
	能量控制型传感器	由外部供给传感器能量,而由被测量来控制输出的能量
按输出信号分类	模拟式传感器 数字式传感器	输出为模拟量 输出为数字量

0.2 传感器的作用与地位

人类社会已进入信息时代,人们的社会活动主要依靠对信息资源的开发及获取、传输与处理。传感器处于研究对象与测试系统的接口位置,即检测与控制系统之首。因此,传感器成为感知、获取与检测信息的窗口,一切科学研究与自动化生产过程要获取的信息,都要通过传感器获取并通过它转换为容易传输与处理的电信号。所以传感器的作用与地位就特别重要了。

若将计算机比喻为人的大脑,那么传感器则可以比喻为人的感觉器官。可以设想,没有功能正常而完美的感觉器官,不能迅速而准确地采集与转换欲获得的外界信息,纵有再好的大脑也无法发挥其应有的作用。科学技术越发达,自动化程度越高,对传感器的依赖性就越大。所以,20世纪80年代以来,世界各国都将传感器技术列为重点发展的高技术,备受重视。

0.3 传感器技术的发展动向

传感器技术所涉及的知识非常广泛,渗透到各个学科领域。但是它们的共性是利用物理定律和物质的物理、化学和生物特性,将非电量转换成电量。所以,如何采用新技术、新工艺、新材料以及探索新理论达到高质量的转换,是总的发展途径。

当前,传感器技术的主要发展动向,一是开展基础研究,发现新现象,开发传感器的新材料和新工艺;二是实现传感器的集成化与智能化。

1. 发现新现象

利用物理现象、化学反应和生物效应是各种传感器工作的基本原理，所以发现新现象与新效应是发展传感器技术的重要的工作，是研究新型传感器的重要基础，其意义极为深远。例如，日本夏普公司利用超导技术研制成功高温超导磁传感器，是传感器技术的重大突破，其灵敏度比霍尔器件高，仅次于超导量子干涉器件。而其制造工艺远比超导量子干涉器件简单，它可用于磁成像技术，具有广泛推广价值。

2. 开发新材料

传感器材料是传感器技术的重要基础，由于材料科学的进步，人们在制造时，可任意控制它们的成分，从而设计制造出用于各种传感器的功能材料，例如，半导体氧化物可以制造各种气体传感器，而陶瓷传感器工作温度远高于半导体，光导纤维的应用是传感器材料的重大突破，用它研制的传感器与传统的相比有突出的特点。有机材料做为传感器材料的研究，引起国内外学者的极大兴趣。

3 采用微细加工技术

半导体技术中的加工方法，如氧化、光刻、扩散、沉积、平面电子工艺、各向异性腐蚀以及蒸镀、溅射薄膜工艺都可用于传感器制造，因而制造出各式各样的新型传感器。例如，利用半导体技术制造出压阻式传感器，利用薄膜工艺制造出快速响应的气敏、湿敏传感器，日本横河公司利用各向异性腐蚀技术进行高精度三维加工，在硅片上构成孔、沟棱锥、半球等各种开头，制作出全硅谐振式压力传感器。

4. 研究多功能集成传感器

日本丰田研究所开发出同时检测 Na^+ 、 K^+ 和 H^+ 等多离子传感器。这种传感器的芯片尺寸为 $2.5 \times 0.5 \text{ mm}^2$ ，仅用一滴血液即可同时快速检测出其中 Na^+ 、 K^+ 、 H^+ 的浓度，适用于医院临床，使用非常方便。

催化金属栅与 MOSFEJ 相结合的气体传感器已广泛用于检测氧、氨、乙醇、乙烯和一氧化碳等。

我国某传感器研究所研制的硅压阻式复合传感器可以同时测量压力与温度。

5 智能化传感器

智能化传感器是一种带微处理器的传感器，它兼有检测、判断和信息处理功能。其典型产品如美国霍尼尔公司的 ST-3000 型智能传感器，其芯片尺寸为 $3 \times 4 \times 2 \text{ mm}^3$ 采用半导体工艺，在同一芯片上制作 CPU·EPROM 和静压、压差、温度等三种敏感元件。

6. 新一代航天传感器研究

众所周知，在航天器的各大系统中，传感器对各种信息参数的检测，保证了航天器按预定程序正常工作，起着极为重要的作用。随着航天技术的发展，航天器上需要的传感器越来越多，例如，航天飞机上安装 3500 支左右传感器，对其指标性能都有严格要求，如小型化、低功耗、高精度、高可靠性等都有具体指标。为了满足这些要求，必须采用新原理、新技术研制出新型的航天传感器。

7. 仿生传感器研究

值得注意的一个发展动向是仿生传感器的研究，特别是在机器人技术向智能化高级机器人发展的今天。仿生传感器就是模拟人的感觉器官的传感器，即视觉传感器、听觉传感器、嗅觉传

感器、味觉传感器、触觉传感器等。目前只有视觉与触觉传感器解决的比较好，其他几种远不能满足机器人发展的需要。也可以说，至今真正能代替人的感觉器官功能的传感器极少，需要加速研究，否则将会影响机器人技术的发展。

0.4 检测技术的定义

检测技术属于信息科学的范畴，与计算机技术、自动控制技术和通信技术构成完整的信息技术学科。测量是指确定被测对象属性量值为目的的全部操作。测试是具有试验性质的测量，或者可以理解为测量和试验的综合。

0.5 检测技术的作用

客观世界的一切物质都以不同形式在不断地运动着。运动着的物质是以一定的能量或状态表现出来的，这就是信号。人们为了认识物质世界，就必须寻找表征物质运动的各种信号以及信号与物质运动的关系。这就是检测的任务。

自古以来，检测技术早就渗透到人类的生产活动、科学实验和日常生活的各个方面，如计时、产品交换、气候和季节的变化规律等等。

在工业生产这个领域内，广泛地应用检测技术，如生产过程中产品质量的检测、产品质量的控制、提高生产的经济效益、节能和生产过程的自动化等等。这些都要测量生产过程中的有关参数和（或）进行反馈控制，以保证生产过程中的这些参数处在最佳最优状态。

在科学研究领域内，人们通过观察、试验、并用已有的知识和经验，对试验结果进行分析、对比、概括、推理。通过不断的观察、试验，从而找出新的规律，再上升为理论。因而能否通过观察试验得到结果，而且是可靠的结果，决定于检测技术的水平，所以，从这个意义上讲，科学的发展、突破是以检测技术的水平为基础的。例如，人类在光学显微镜出现以前，只能用肉眼来分辨物质。而 16 世纪出现了光学显微镜，这就使人们能借助显微镜观察细胞，从而大大推动了生物学的发展。而到 20 世纪 30 年代，出现了电子显微镜，又使人们的观察能力进入微观世界，这又推动了生物科学、电子科学和材料科学的发展。当然，科学技术的发展又反过来促进检测技术的发展。

现代人们的日常生活中，也愈来愈离不开检测技术。例如现代化起居室中的温度、湿度、亮度、空气新鲜度、防火、防盗和防尘等的测试、控制，以及由有视觉、听觉、嗅觉、触觉和味觉等感觉器官，并有思维能力的机器人来参与各种家庭事务管理和劳动等，都需要各种检测技术。尤其是自动化生产出现以后，要求生产过程参数的检测能自动进行。这时就产生了自动检测系统。

1 传感器的特性

传感器的特性是指传感器所特有性质的总称。而传感器的输入—输出特性是其基本特性，一般把传感器作为二端网络研究时，输入—输出特性是二端网络的外部特性，即输入量和输出量的对应关系。由于输入作用量的状态（静态、动态）不同，同一个传感器所表现的输入—输出特性也不一样，因此有静态特性、动态特性之分。由于不同传感器的内部参数各不相同，它们的静态特性和动态特性也表现出不同的特点，对测量结果的影响也各不相同。因此从分析传感器的外特性入手，分析它们的工作原理、输入—输出特性与内部参数的关系、误差产生的原因、规律、量程关系等是一项重要内容。本章主要是从静态和动态角度研究输入—输出特性。

静态特性是指当输入量为常量或变化极慢时传感器输入—输出特性。动态特性是指当输入量随时间变化时传感器的输入—输出特性。

1.1 传感器的静态特性

衡量传感器静态特性的主要指标是线性度、迟滞、重复性、分辨力、稳定性、温度稳定性、各种抗干扰稳定性等。

1.1.1 线性度

传感器的输入—输出关系或多或少地都存在非线性问题。在不考虑迟滞、蠕变等因素的情况下，其静态特性可用下列多项式代数方程来表示：

$$y = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_nx^n \quad (1-1)$$

式中 y ——输出量；

x ——输入量；

a_0 ——零点输出；

a_1 ——理论灵敏度；

a_2, a_3, \dots, a_n ——非线性项系数

各项系数不同，决定了特性曲线的具体形式。

静态特性曲线可由实际测试获得，在获得特性曲线之后，可以说问题已经解决。但是为了标定和数据处理的方便，希望得到线性关系。这时可采用各种方法，其中也包括计算机硬件和软件补偿，进行线性化处理。一般来说，这些办法都比较复杂。所以在非线性误差不太大的情况下，总是采用直线拟合的办法来线性化。

在采用直线拟合线性化时，输入输出的校正曲线与其拟合直线之间的最大偏差，称为非线性误差，通常用相对误差 γ_L 来表示，即

$$\gamma_L = \pm \frac{\Delta L_{\max}}{y_{FS}} \times 100\% \quad (1-2)$$

式中 ΔL_{\max} ——非线性最大偏差；

y_{FS} ——满量程输出

由此可见，非线性误差的大小是以一定的拟合直线为基准而得出来的。拟合直线不同，非线性误差也不同。所以，选择拟合直线的主要出发点，应是获得最小的非线性误差，另外，还应考虑使用、计算方便等。

目前常用的拟合方法有：①理论拟合；②过零旋转拟合；③端点拟合；④端点平移拟合；⑤最小二乘法拟合等。前四种方法如图 1-1 所示。图中实线为实际输出的校正曲线，虚线为拟合直线。

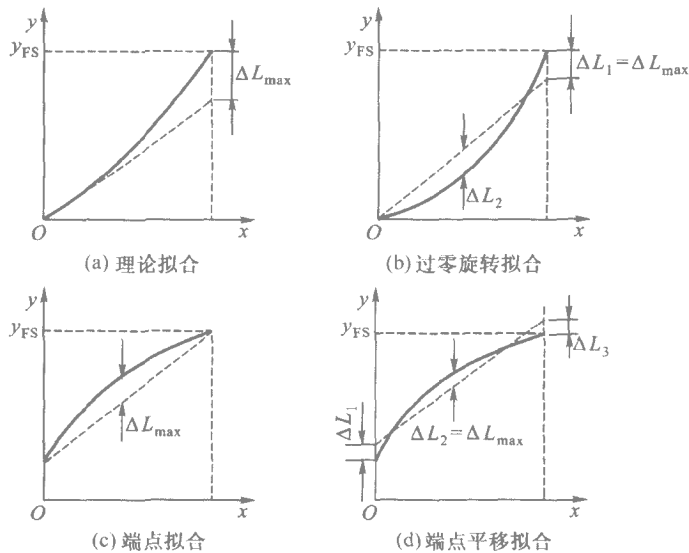


图 1-1 各种直线拟合方法

在图(a)中，拟合直线为传感器的理论特性，与实际测试值无关。这种方法十分简便，但一般说来 ΔL_{\max} 很大。

图(b)为过零旋转拟合，常用于校正曲线过零的传感器。拟合时，使 $\Delta L_1 = |\Delta L_2| = \Delta L_{\max}$ 。这种方法也比较简单，非线性误差比前一种小很多。

图(c)中，把校正曲线两端点的连线作为拟合直线。这种方法比较简便，但 ΔL_{\max} 较大。

图(d)在图(c)基础上使直线平移，移动距离为图(c)的 ΔL_{\max} 的一半。这条校正曲线分布于拟合直线的两侧， $\Delta L_2 = |\Delta L_1| = |\Delta L_3| = \Delta L_{\max}$ 。与图(c)相比，非线性误差减小一半，提高了精度。

最小二乘法在误差理论中的基本含义是：在具有等精度的多次测量中求最可靠值时，是当各测定值的残值的残差平方和为最小时，所求得的值，也就是说，把所有校准点数据都标在坐标图上，用最小二乘法拟合的直线，其校准点与对应的拟合直线上的点之间的残差平方和为最小。设拟合直线方程式为

$$y = kx + b \quad (1-3)$$

若实际校准测试点有 n 个, 则第 i 个校准数据 y_i 与拟合直线上相应值之间的残差为

$$\Delta_i = y_i - (kx_i + b) \quad (1-4)$$

最小二乘法拟合直线的原理就是使 $\sum \Delta_i^2$ 为最小值, 也就是使 $\sum \Delta_i^2$ 对 k 和 b 的一阶偏导数等于零, 即

$$\frac{\partial}{\partial k} \sum \Delta_i^2 = 2 \sum (y_i - kx_i - b)(-x_i) = 0 \quad (1-5)$$

$$\frac{\partial}{\partial b} \sum \Delta_i^2 = 2 \sum (y_i - kx_i - b)(-1) = 0 \quad (1-6)$$

从而求出 k 和 b 的表达式为

$$k = \frac{n \sum x_i y_i - \sum x_i \sum y_i}{n \sum x_i^2 - (\sum x_i)^2} \quad (1-7)$$

$$b = \frac{\sum x_i^2 \sum y_i - \sum x_i \cdot \sum x_i y_i}{n \sum x_i^2 - (\sum x_i)^2} \quad (1-8)$$

在获得 k 和 b 值之后, 代入 (1-3) 式即可得到拟合直线, 然后按式 (1-4) 求出误差的最大值 Δi_{\max} 即为非线性误差。最小二乘法有严格的数学依据, 尽管计算繁杂, 但所得到的拟合直线精密度高, 即误差小。

顺便指出, 大多数传感器的校正曲线是通过零点的, 或者使用“零点调节”使它通过零点。某些量程下限不为零的传感器, 也应将量程下限作为零点来处理。

1.1.2 迟滞

传感器在正(输入量增大)反(输入量减小)行程中输出与输入曲线不重合时称为迟滞。迟滞特性如图 1-2 所示。迟滞大小一般由实验方法测得。迟滞误差一般以满量程输出的百分数表示, 即

$$\gamma_H = \pm \frac{1}{2} \frac{\Delta H_{\max}}{Y_{FS}} \times 100\% \quad (1-9)$$

式中 ΔH_{\max} —— 正反行程间输出的最大差值。

1.1.3 重复性

重复性是指传感器在输入按同一方向作全量程连续多次变动时所得特性曲线不一致的程度。

图 1-3 所示为校正曲线的重复特性, 正行程的最大重复性偏差为 $\Delta R_{\max 1}$, 反行程的最大重复性偏差为 $\Delta R_{\max 2}$ 。重复性误差取这两个最大偏差中之较大者 ΔR_{\max} , 再以满量程输出的百分数表示, 即

$$\gamma_R = \pm \frac{\Delta R_{\max}}{Y_{FS}} \times 100\% \quad (1-10)$$

重复性误差也常用绝对误差来表示。检测时也可选取几个测试点, 对应每一点多次从同一

方向接近, 获得输出值系列 $y_{i1}, y_{i2}, y_{i3}, \dots, y_{in}$ 算出最大值与最小值之差作为重复性偏差 ΔR_i 在几个 ΔR_i 中取出最大值 ΔR_{\max} 作为重复性误差。

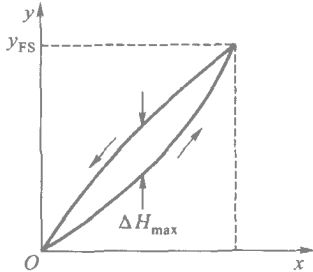


图 1-2 迟滞特性

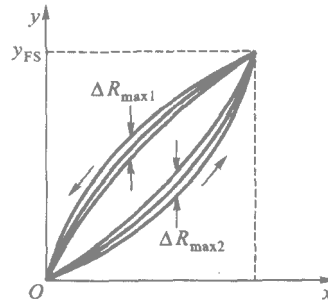


图 1-3 重复特性

1.1.4 灵敏度与灵敏度误差

传感器输出的变化量 Δy 与引起该变化量的输入变化量 Δx 之比即为其静态灵敏度, 其表达式为

$$k = \frac{\Delta y}{\Delta x} \quad (1-11)$$

由此可见, 传感器校准曲线的斜率就是其灵敏度, 线性传感器其特性是斜率处处相同, 灵敏度 k 是一常数。以拟合直线作为其特性的传感器, 也可以认为其灵敏度为一常数, 与输入量的大小无关。

由于种种原因, 会引起灵敏度变化 Δk , 产生灵敏度误差。灵敏度误差用相对误差 γ_s 来表示:

$$\gamma_s = \frac{\Delta k}{k} \times 100\% \quad (1-12)$$

1.1.5 分辨率与阈值

分辨率是指传感器能检测到的最小的输入增量。有些传感器, 如电位器式传感器, 当输入量连续变化时, 输出量只做阶梯变化, 则分辨力就是输出量的每一个“阶梯”所代表的输入量的大小。

分辨率可用绝对值表示, 也可用与满量程的百分比表示。

在传感器输入零点附近的分辨率称为阈值。

1.1.6 稳定性

稳定性是指传感器在长时间工作情况下输出量发生的变化。有时称为长时间工作稳定性或零点漂移。前后两次输出之差即为稳定性误差。稳定性误差可用相对误差表示, 也可用绝对误差来表示。

1.1.7 温度稳定性

温度稳定性又称为温度漂移。它是指传感器在外界温度变化情况下输出量发生的变化。测试时先将传感器置于一定温度（例如 20℃）下，将其输出调至零点或某一特定点，使温度上升或下降一定的度数（例如 5℃ 或 10℃），再读出输出值，前后两次输出之差即为温度稳定性误差。温度稳定性误差用每若干 的绝对误差或相对误差表示，每 的误差又称温度误差系数。

1.1.8 多种抗干扰能力

这是指传感器对各种外界干扰的抵抗能力。例如抗冲击和振动能力、抗潮湿的能力、抗电磁场干扰的能力等，评价这些能力比较复杂，一般也不易给出数量概念，需要具体问题具体分析。

1.1.9 静态误差

静态误差是指传感器在其全量程内任一点的输出值与其理论输出值的偏离程度。

静态误差的求取方法如下：把全部校准数据与拟合直线上对应值的残差，看成随机分布，求出其标准偏差 σ ，即

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (\Delta y_i)^2} \quad (1-13)$$

式中： Δy_i ——各测试点的残差；

n ——测试点数。

取 2σ 或 3σ 值即为传感器的静态误差。静态误差也可用相对误差表示，即

$$\gamma = \pm \frac{3\sigma}{y_{FS}} \times 100\% \quad (1-14)$$

静态误差是一项综合性指标，基本上包含了前面叙述的非线性误差、迟滞误差、重复性误差、灵敏度误差等。所以也可以把这几个单项误差综合而得，即

$$\delta = \pm \sqrt{\gamma_L^2 + \gamma_H^2 + \gamma_R^2 + \gamma_S^2}$$

1.2 传感器的动态特性

实际中大量的被测量信号是动态信号，这时传感器的输出能否良好地追随输入量的变化是一个很重要的问题。有的传感器尽管其静态特性非常好，但不能很好地追随输入量的快速变化而导致严重误差。这种动态误差若不注意加以控制，可以高达百分之几十甚至几百，这就要求我们认真注意传感器的动态响应特性。

研究动态特性可以从时域和频域两个方面采用瞬态响应法和频率响应法来分析。由于输入信号的时间函数形式是多种多样的，在时域内研究传感器的响应特性时，只能研究几种特定的输入时间函数，如阶跃函数、脉冲函数和斜坡函数等的响应特性。在频域内研究动态特性可以采用正弦信号发生器和精密测量设备很方便地得到频率响应特性。动态特性好的传感器应具有很短的暂态响应时间或者应具有很宽的频率响应特性。

在研究传感器的动态特性时，为了便于比较和评价，经常采用的输入信号为单位阶跃输入量

和正弦输入量。传感器的动态特性的分析和动态标定也常采用这两种标准输入信号。

2.1 动态特性的数学描述

大多数传感器都是线性的或在特定范围内认为是线性的系统。在分析线性系统的动态响应特性时，可以用数学方法来描述。

用解析法求解线性系统对激励的响应时，包括两个步骤：一是建立描述该系统的数学方程；二是求满足初始条件的解。将输出量与输入量联系起来的方程是微分方程，是基本的数学方程，集总参数的线性系统可用有限阶的线性常系数微分方程来描述，一般写作

$$\begin{aligned} a_n \frac{d^n y}{dt^n} + a_{n-1} \frac{d^{n-1} y}{dt^{n-1}} + \cdots + a_1 \frac{dy}{dt} + a_0 y \\ = b_m \frac{d^m x}{dt^m} + b_{m-1} \frac{d^{m-1} x}{dt^{m-1}} + \cdots + b_1 \frac{dx}{dt} + b_0 x \end{aligned} \quad (1-16)$$

其算子形式为

$$\begin{aligned} (a_n P^n + a_{n-1} P^{n-1} + \cdots + a_1 P + a_0) y \\ = (b_m P^m + b_{m-1} P^{m-1} + \cdots + b_1 P + b_0) x \end{aligned} \quad (1-17)$$

则有

$$y = \frac{b_m P^m + b_{m-1} P^{m-1} + \cdots + b_1 P + b_0}{a_n P^n + a_{n-1} P^{n-1} + \cdots + a_1 P + a_0} x \quad (1-18)$$

式中 y ——输出量的时间函数；

x ——输入量的时间函数；

$a_0 a_1 \cdots a_{n-1} a_n, b_0 b_1 \cdots b_{m-1} b_m$ ——常数

上述非齐次常微分方程可用经典的算子法求解，方程的解由通解 y_1 和特解 y_2 两部分组成。

$$y = y_1 + y_2$$

由特征方程 $a_n P^n + a_{n-1} P^{n-1} + \cdots + a_1 P + a_0 = 0$ 可以求出通解。一般情况下它的通解是由下面可能出现的几项之和组成。

当特征方程的根中每有一个不重复的单根 γ_i 时，则对应地给出一项 $C_1 \exp(\gamma_i x)$ 的通解。

每有一对互不重复的复根 $\gamma_1 = a + j\beta, \gamma_2 = a - j\beta$ 时，就给出两项 $e^{ax} (C_1 \cos \beta x + C_2 \sin \beta x)$ 的通解。

有 k 个相等的重实数根 $\gamma_1 = \gamma_2 = \cdots = \gamma_k = \gamma$ 时，就给出 k 项 $e^{\gamma x} (C_1 + C_2 x + C_3 x^2 + \cdots + C_k x^{k-1})$ 的通解。

有 m 对相等的重复根 $a + j\beta, a - j\beta$ 应给出 $2m$ 项 $e^{ax} [(E_1 + E_2 x + E_3 x^2 + \cdots + E_m x^{m-1}) \cos \beta x + (D_1 + D_2 x + D_3 x^2 + \cdots + D_m x^{m-1}) \sin \beta x]$ 的通解。

例如具有 p 个重根 $\gamma, n - p$ 个单实根时，其通解为

$$\begin{aligned} y_1 = (C_1 + C_2 t + \cdots + C_p t^{p-1}) \exp(\gamma t) + C_{n-p} \exp(\gamma_n - p^t) + \\ C_{n-p+1} \exp[\gamma_{n-p+1} t + \cdots + C_n \exp(\gamma_n t)] \end{aligned}$$

具有 m 对 $a \pm j\beta$ 的重复根， $n - 2m$ 个单实根，其通解为

$$y = \exp(at) \cdot [(E_1 + E_2 t + \cdots + E_m t^{m-1}) \cos \beta t +$$

$$(D_1 + D_2 t + \dots + D_m t^{m-1}) \sin \beta t] + C_{n-2m} \exp(\gamma_{n-2m} t) + \dots + C_n \exp(\gamma_n t)$$

求出通解之后，再用逐次积分法或等定系数法求出特解，然后根据初始条件确定微分方程全解的各项系数。

微分方程的通解是系统的暂态响应，完全决定于系统内各零件的类型、参数和连接方式，而特解是系统的稳态响应，它不仅与系统本身有关，而且与激励有关。这两个解都有明确的物理意义。

对于许多激励函数，用经典法容易解出输出的响应，然而对某些较一般的激励函数，当函数或其导数具有不连续间断点时，用经典法求解比较困难，需要求助于拉氏变换。采用拉氏变换求解非常方便，它将使运算简化。经典解法也很重要，这不仅在于应用变换法失效时是最后的依赖方法，而且也有助于理解微分方程及其解的暂态和稳态性质。

2.2 线性系统的传递函数

系统的传递函数是在线性常系数系统中，当初始条件为零时，系统输出量的拉氏变换 $Y(s)$ 与输入量的拉氏变换 $X(s)$ 之比，用 $G(s)$ 表示：

$$G(s) = \frac{Y(s)}{X(s)} = \frac{b_m s^m + b_{m-1} s^{m-1} + \dots + b_1 s + b_0}{a_n s^n + a_{n-1} s^{n-1} + \dots + a_1 s + a_0} \quad (1-19)$$

也就是将微分方程或微分-积分方程中用 s 代替微分运算，用 $1/s$ 代替积分运算，并且不考虑初始条件，就可以得到系统的传递函数。

用拉氏变换表示的二端口网络如图 1-4 (a) 所示。

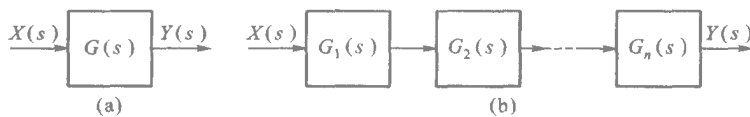


图 1-4 二端口网络图

若将传递函数的分子和分母多项式写成因子乘积的形式，即

$$G(s) = \frac{b_m (s + B_1)(s + B_2) \cdots (s + B_m)}{a_n (s + A_1)(s + A_2) \cdots (s + A_n)}$$

则一个复杂的高阶传递函数可以看作是若干简单的低阶（一阶、二阶）传递函数的乘积。这时可以把复杂的网络看成若干低阶的、简单网络的级联，如图 1-4 (b) 所示。但这时应注意网络间相联接时，不应有网络间的负载效应，即前级网络输出阻抗为零或后级输入阻抗为无限大。

在分析一个复杂的测试系统时，总是先分析每个单元环节，分析它们的传递函数，响应特性，然后再分析总的传递函数，总的响应特性。当总的响应特性不能满足要求时，又从对总的响应特性要求出发，提出对每个环节的要求，或增减一些环节以期得到设计要求的响应特性。

1.2.3 传感器的动态特性指标

尽管大部分传感器的动态特性可以近似地用一阶系统或二阶系统来描述，但这仅仅是近似的描述而已。实际的传感器往往比这种简化的数学描述（数学模型）要复杂。因此动态响应特性一般并不能直接给出其微分方程，而是通过实验给出传感器与阶跃响应曲线和幅频特性曲线上

的某些特征值来表示仪器的动态响应特性。

一、与阶跃响应有关的指标

图 1-5 是两条典型的阶跃响应曲线，一条近似于一阶系统的阶跃响应（点划线），另一条近似于二阶系统的阶跃响应（实线），与这两种阶跃响应有关的动态响应指标有：

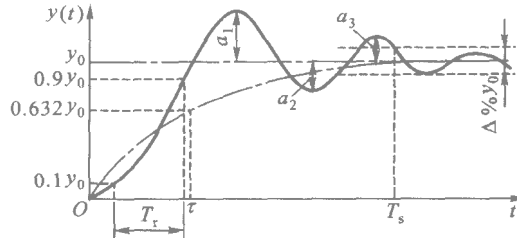


图 1-5 两条典型的阶跃响应曲线

时间常数 τ 。凡是能近似用一阶系统描述的传感器（如测温传感器），一般用阶跃响应曲线由零上升到稳态值的 63.2% 所需的时间作为时间常数。这种方法的缺点是曲线的起点往往难于准确判断。

上升时间 T_r 。通常是指阶跃响应由稳态值的 10% 上升到 90% 之间的时间，有时也采用其他的百分数，要注意其具体定义。

建立时间 T_s 。它表示传感器建立起一个足够精确的稳态响应所需的时间。一般在稳态响应值 y_0 的上下规定一个 $\pm \Delta\%$ 的公差带，当响应曲线开始全部进入这个公差带的瞬间就是建立时间 T_s 。为了明确起见，往往说“百分之 Δ 建立时间”，对于理想的一阶系统来讲，百分之五的建立时间为： $T_s = 3\tau$ 。对于理想的二阶系统讲，当 $\xi = 0.6$ 时，百分之十的建立时间 $T_s = 0.38 T_n$ (T_n 为固有周期)

上述表示响应快慢的三个“时间”通常根据情况给出其中之一。

过冲量 a_1 。阶跃响应曲线第一次超过稳态值的峰高，即 $a_1 = y_{\max} - y_c$ 。显然过冲量越小越好。

衰减率 ψ 。相邻两个波峰（或波谷）高度下降的百分数。

$$\psi = \frac{a_n - a_{n+2}}{a_n} \times 100\%$$

衰减比 δ 。相邻两个波峰（或波谷）高度的比值。 $\delta = a_n / a_{n+2}$ 。

对数减缩 σ 。衰减比的自然对数值。 $\sigma = \ln \delta$ 。对于二阶系统可以证明阻尼比 ξ 与对数减缩 σ 的关系为

$$\xi = \frac{\sigma}{\sigma^2 + 4\pi^2}$$

上述三个表示振荡衰减快慢的特征量，一般是不给的，或者给出其中某一个。

二、与频率响应特性有关的指标

由于相频特性与幅频特性之间有着一定的内在关系。通常在表示传感器的动态特性时，主要用幅频特性如图 1-6 所示的是一个典型的对数幅频特性曲线图。

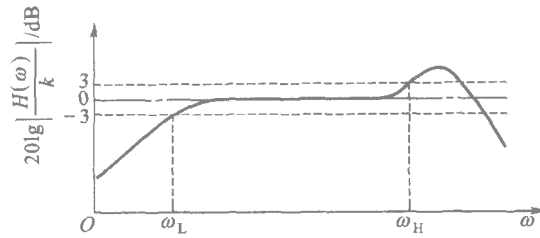


图 1-6 对数幅频特性曲线

图中 0 dB 的水平线是理想的零阶（比例）系统的幅频特性。因为 $H(\omega) = k$ 故 $20\lg H(\omega)/k = 0[\text{dB}]$ 。如果某传感器的幅频特性曲线偏离理想直线，但还不超过某个允许的公差带，则仍然认为是可用的范围。在声学和电学仪器中往往规定 ± 3 dB 的公差带 这相当于 $H(\omega)/k = 0.708 \sim 1.41$ 。而对传感器来讲则根据所需的测量精度来定公差带。幅频特性曲线越出公差带处所对应的频率分别叫做下截止频率 ω_L 和上截止频率 ω_H 。而这个频率区间（ $\omega_L - \omega_H$ ）称为传感器的频响范围或者叫通频带或频带。如果下截止频率为零则写直流（DC）。

在选择频响范围时应使被测信号的有用谐波频率都在这个范围之内。

对于有的传感器，考虑到它可以较好地用一阶系统加以描述（如测温传感器），则只给出其时间常数 τ 。其幅频特性则可以根据一阶系统的频率响应关系推算，例如 3 dB 的上截止频率 $\omega_H = 1/\tau$ 等等。

对于某些可以用二阶系统很好地描述的传感器（如加速度计、测压传感器），有时只给出其固有频率 ω_n ，而不再给出有关频率响应特性的其他指标。

1.2.4 动态响应分析的基本方法

一、瞬态响应的分析方法

用拉氏变换分析线性系统的响应时，需要进行下面四个步骤：

1. 建立网络的传递函数 $G(s)$ ；
2. 求输入量（激励）的拉氏变换，即输入的象函数

$$\mathcal{L}[x(t)] = X(s) = X_i(s) + X(0)$$

输入函数的拉氏变换是由输入函数的拉氏变换 $X_i(s)$ 和与激励无关的初始条件提供的 $X(0)$ （例如电容 C 上的初始电荷 $Q(0_+)$ 提供的 $\frac{Q(0_+)}{Cs}$ ，电感 L 中的初始电流 $i(0_+)$ 提供的 $L_i(0_+)$ ）组成。在分析瞬态响应时，经常是以单位阶跃激励作输入量的，并且在初始条件为零的情况下分析各网络的响应特性，以便在各种测量设备间进行响应特性的比较，因此令 $X(0) = 0$ 。

单位阶跃输入的时间函数为

$$x(t) = 1(t) = \begin{cases} 0, & t < 0 \\ 1, & t > 0 \end{cases}$$

其拉氏变换为

$$X(s) = \mathcal{L}[1(t)] = \frac{1}{s}$$

3 由变换函数和输入的拉氏变换可求输出响应的拉氏变换, 即输出象函数。

$$Y(s) = G(s) \cdot X(s)$$

当输入为单阶跃函数时, 则

$$Y(s) = G(s) \frac{1}{s}$$

4. 对响应的象函数求原函数, 即进行拉氏反变换, 可得出输出的时间函数。

$$y(t) = \mathcal{L}^{-1}[G(s) \cdot X(s)]$$

二、正弦激励下的稳态频率响应

当测量系统的输入为正弦信号 $x(t) = X_m \sin \omega t$ 时, 无论它是电量还是非电量, 从数学角度看都是一样。当输入量加入后, 由于暂态响应的存在, 开始时输出并不是纯正弦波, 当暂态响应逐渐衰减直至消失后 (理论上需要无限长时间) 输出只存在稳态正弦量 $y(t) = Y_m \sin(\omega t + \phi)$, 它与输入信号的频率相同, 但幅值和相移都是频率的函数, 这就是网络反映出来的频率响应特性。

一般用输出量对输入量的幅值比与频率的关系表示幅频特性, $G(\omega) = Y_m(\omega)/X_m(\omega)$ 输出量与输入量间的相位差角与频率的关系表示相频特性。通常横坐标为频率的对数, 即 $\lg \omega$ 或 $\lg f$ 而纵坐标为幅值比的分贝数 (即 $20 \lg G(\omega)$) 和输出超前输入的相位角度或弧度, 如图 1-7 所示。

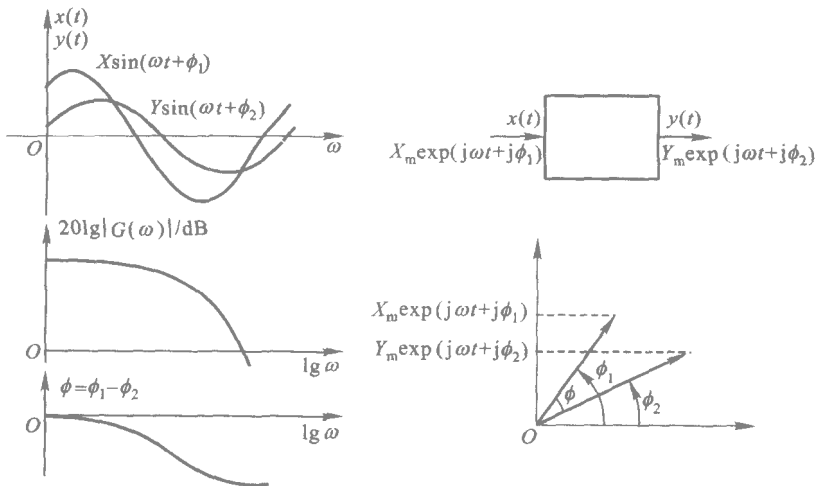


图 1-7 频率响应特性曲线图

为分析正弦稳态下的幅频特性和相频特性, 只要将传递函数中的 s 用 $j\omega$ 代人即可得到复数传递函数

$$G(j\omega) = \frac{b_m(j\omega)^m + b_{m-1}(j\omega)^{m-1} + \cdots + bj\omega + b_0}{a_n(j\omega)^n + a_{n-1}(j\omega)^{n-1} + \cdots + aj\omega + a_0} = |G(j\omega)| e^{j\phi(\omega)}$$

它等于输出信号和输入信号的复数比, 即

$$G(j\omega) = \frac{Y}{X} = \frac{Y_m}{X_m} \exp[j\phi(\omega)]$$

显而易见，输出与输入信号的幅值比为复数变换函数的模，而相角差为复数变换函数的辐角。模和辐角均是频率的函数，它们正是网络的幅频特性和相频特性。输出量的时间函数可写作

$$y(t) = |G(j\omega)| X_m \sin[\omega t - \phi(\omega)]$$

许多变换器和电路，如交流放大器、压力传感器、振子等，由于它们本身具有惯性，其输出量的幅值随频率增加而下降，尽管谐振时，局部会出现谐振峰，但总的趋势是输出幅值随频率上升而下降。而输出的相位也是滞后输入相位，如图 1-8(a) 所示。如果把变换器的动态误差看作变换器输出过程 $y(t)$ 与输入过程 $x(t)$ 在同一时刻瞬时值之差 Δ 时，就同时考虑了幅频特性和相频特性两项误差因素，即动态误差是由复数 $G(j\omega)$ 来决定。但大多数情况下并不要求输出 $y(t)$ 同时再现输入 $x(t)$ 的波形，而是允许输出 $y(t)$ 延迟一段时间 t_p 。当正弦输入时，可以不考虑延迟或人为地将延迟时间移回来再与输入信号 $x(t)$ 比较，这时的动态误差就完全由模 $|G(j\omega)|$ 来决定。如图 1-8(b) 所示。当非正弦输入时，已经延

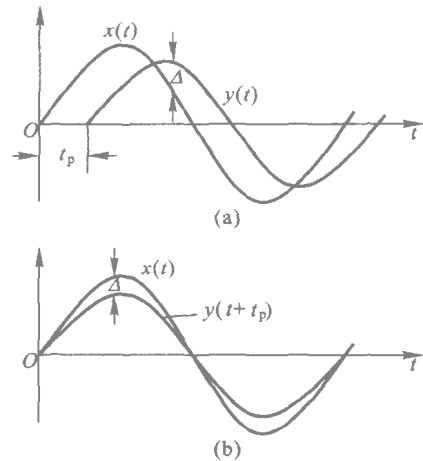


图 1-8 输入、输出关系曲线图

迟的输出 $y(t)$ 能否再现输入的波形取决于两个条件，一是网络是否具有平坦的幅频特性；为了保证输出波形不产生畸变，只有平坦的幅频特性才能使输出中各次谐波的幅值比例关系与输入信号各次谐波幅值比例关系相同，其次是要有与频率成线性相移的相频特性。各次谐波的延迟时间应为 $t_{pn} = \phi_n / \omega_n$ ，只有输出的各次谐波保持相同的延迟时间才能再现输入波形，这就需要保持比值 ϕ_n / ω_n 恒定。这只有当相位移 ϕ_n 与 ω_n 成正比例关系的线性相频特性时才有可能。具有这两个条件的网络，尽管输出波形延迟一段时间，但可以重复原输入波形，这时可不被认为有动态误差。

当然，在某些只需要测量有效值的场合，所关心的只是输出 $y(t)$ 的有效值能否正确反映输入 $x(t)$ 的有效值，这时，就可以不必考虑输出波形因相移造成的波形畸变，只要求具有平坦的幅频特性以保持各次谐波的比例关系不变就够了。这是因为有效值不决定于各次谐波间的相位关系，只决定其幅值比例关系的缘故。

1.2.5 典型环节的动态响应特性

一、一阶（惯性）系统的动态响应

凡是输入与输出信号之间的关系用下列一阶常系数微分方程描述的传感器为一阶系统（或环节）

$$a_1 \frac{dy}{dt} + a_0 y = b_0 x \quad (1-20)$$

将方程 (1-20) 改成下式

$$(a_1 P + a_0) y = b_0 x$$

再改写为

$$(\tau P + 1)y = kx \quad (1-21)$$

其中 $\tau = a_1/a_0$ 称为时间常数; $k = b_0/a_0$ 是系统的静态灵敏度。

对式(1-21)两边作拉普拉斯变换(假设其起始条件为零), 可得其传递函数

$$G(s) = \frac{Y(s)}{X(s)} = \frac{k}{\tau s + 1} = \frac{k/\tau}{s + \frac{1}{\tau}} \quad (1-22)$$

1. 一阶系统的零输入响应

当输入信号 $x = \mathcal{X}(t)$ 为零时的输出为零输入响应, 即下列齐次方程的解

$$\tau \frac{dy}{dt} + y = 0 \quad (1-23)$$

设其解的形式为 $y_1 = e^{pt}$, 代入上式得特征方程 $\tau p + 1 = 0$ 即

$$p = -1/\tau \quad (1-24)$$

故其零输入响应(余函数)为

$$y_1 = C_1 e^{-t/\tau} \quad (1-25)$$

其中常数 C_1 由初始条件 $y_0 = y(0)$ 来决定, 不难看出: $C_1 = y_0$ 。

2. 一阶系统的冲激响应(权函数)

在 $t=0$ 时突然出现又突然消失的信号, 若加以理想化可用下列冲激函数(δ 函数)表示, 即

$$\delta(t) = \begin{cases} \infty, & (t = 0) \\ 0, & (t \neq 0) \end{cases}$$

且

$$\int_{-\infty}^{\infty} \delta(t) dt = A$$

如果 $A=1$ 则为单位冲激函数。如果用单位冲激函数作用于起始静止的传感器, 其输出称为冲激响应, 数学上一阶系统的冲激响应 y_δ 为下列方程的零状态响应, 即

$$(\tau P + 1)y_\delta = k\delta(t) \quad (1-26)$$

如果我们将系统由 $t=0$ 到 $t=0_+$ 的变化作为“起始条件”由 $t=0_+$ 开始对上述方程求解则可以改为对下式求解

$$(\tau P + 1)y_\delta = 0$$

显然这与式(1-23)是形式相同的齐次方程, 其解的形式也一样, 即

$$y_\delta = C_\delta e^{-t/\tau}$$

其中常数 C_δ 由 $t=0_+$ 时的所谓的“起始条件”决定。通常将冲激响应 $y_\delta(t)$ 记为 $h(t)$ 称为系统的权函数。可以证明, 输入信号为任意函数 $x(t)$ 时, 系统的零状态响应为

$$y_2 = \int_0^t h(t-\xi)x(\xi)d\xi = h(t) * x(t)$$

其中 * 号表示卷积, 其定义已如上式所示。

至于 C_δ 的求法, 可以将式(1-26)两边都由 $t=0$ 到 $t=0_+$ 积分 即得 $C_\delta = k/\tau$ 故得一阶系统的冲激响应(权函数)为

$$h(t) = y_\delta(t) = \frac{k}{\tau} e^{-t/\tau} \quad (1-27)$$

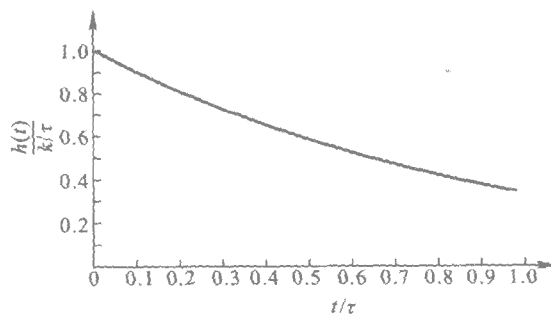


图 1-9 一阶系统的冲激响应

其相应曲线如图 1-9 所示。

由图可知 在冲激信号出现的瞬间 (即 $t=0$) 响应函数也突然跃升, 其幅度与 k 成正比 而与时间常数 τ 成反比, 在 $t>0$ 时作指数衰减, τ 越小衰减越快, 响应的波形也越接近冲激信号。

3. 一阶系统的阶跃响应

一个起始静止的传感器若输入为一个单位阶跃信号

$$u(t) = \begin{cases} 0, & t \leq 0 \\ 1, & t > 0 \end{cases}$$

则其输出信号称为阶跃响应 y_u , 在数学上即为下列方程的零状态响应, 即

$$(\tau P + 1)y_u = ku(t)$$

不难证明其解为

$$y_u = k(1 - e^{-t/\tau}) \quad (1-28)$$

其响应曲线如图 1-10 所示。

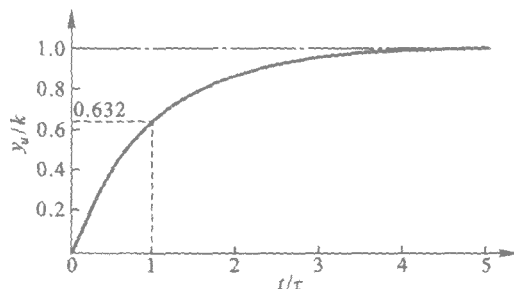


图 1-10 一阶系统的阶跃响应

根据式(1-28)和图 1-10 可知稳态响应是输入阶跃值的 k 倍, 暂态响应是指数函数, 总的响应要待到 $t \rightarrow \infty$ 时才能达到最终的稳态值。当 $t = \tau$ 时, $y(\tau) = k(1 - e^{-1}) = 0.632k$, 即达到稳态值的 63.2%。由此可知 τ 越小, 响应曲线越接近于阶跃曲线, 所以时间常数 τ 是反映一阶系统动态响应优劣的关键数据。

4 一阶系统的频率响应特性

正弦信号是一种最典型的周期信号, 同时在物理上也比较容易实现, 因此在工程上是应用最广泛最重要的一种信号。将各种频率及幅度相等的正弦信号输入传感器, 其输出信号 (也是正