

第一章 绪 论

随着城市人口密度的不断增加，许多大城市存在人口膨胀、交通拥挤等一系列问题，合理地开发利用地下空间是一条非常有效的解决途径。城市隧道工程，主要包括为解决城市交通拥挤问题的地下铁道、公路隧道，或穿越障碍物的各种地下通道等。各种市政地下工程如污水隧道、电缆隧道、以及市政管线公用隧道（共同沟）还包括人防设施、工业与民用方面以及文体、娱乐等方面的地下设施。

人类对于地下空间的利用可以追溯到远古时期，但是直到欧洲产业革命之前，地下空间的开发非常有限。欧洲产业革命后至今，随着科学技术的发展，地下工程得到迅速发展。1863年，英国伦敦建成世界第一条地铁，该地铁初期虽然长度只有6.2 km，但却显示出强大的生命力。城市地铁不仅具有安全可靠、准时方便和舒适等优点，而且它少占用土地，基本不破坏地面景观；将部分街面交通转移到地下，能够快速大量输送乘客，极大地缓解城市交通拥挤问题；而且许多地铁，不仅起到交通运输的作用，在战争时期还发挥了防空掩蔽所的作用。因此，许多大城市都很重视地铁的建设。很多大都市如伦敦、巴黎、纽约、东京、莫斯科等，都已经形成了四通八达的地铁线网，并已经向深层发展。目前许多大中城市正在修建或续建地铁。在城市，尤其是在市区，建设地下铁道，向地下发展是今后城市发展的一种趋势。

我国自1965年开始在北京修建地铁，至今已有北京、天津、上海、广州等城市地铁线路投入了运营。另外，我国香港和台北也有地铁线路投入运营。这些地铁线路的开通缓解了交通拥挤状况。这些城市以及深圳、重庆、沈阳、青岛、武汉、南京等城市正在积极兴建或计划修建地铁。我国人口众多，很多大中城市均存在严重的交通拥挤问题，要根本解决这个难题，其中一个重要方面必须将地面人流最大限度引入地下。随着经济的发展，更多的城市将要修建地铁，因而地铁建设在我国将是一项长期的任务。

公路隧道、各种市政地下工程如污水隧道、电缆隧道、以及市政管线共同沟等在城市中也获得了发展。随着城市和生活现代化程度的提高，各种管线种类和密度将会大量增加。城市共同沟的建立，消除了城市上空电线、电杆及变压器盘旋的状况，提高了城市的抗灾能力，共同沟的发展将成为必然。总之，由于人类正面临人口膨胀、资源短缺等一系列问题，人们已经逐渐将地下岩土体作为一

种新的国土资源，把对地下空间的开发利用作为解决城市人口、环境、资源危机的重要措施，实现城市可持续发展的重要途径。21 世纪将成为人类开发利用地下空间的世纪，城市地下工程将有很大发展。

地下工程施工是在岩土体内部进行，施工不可避免地对岩土体产生扰动，引起的岩土体变形可能影响地表建筑和已有的管线设施。因此隧道施工时，要与保护城市中有历史意义和经济、社会意义的设施协调起来。隧道施工引起的地表移动与变形，尤其是在地面建筑设施密集的城市中进行隧道施工，一直是人们十分关心的课题。地下开挖势必引起地表沉降和变形，地表沉降到一定程度时，将影响地面建筑物的安全和地下管线的正常使用。为减少由于隧道施工而引起的地表沉降和变形所造成的对地面建筑物及地下设施的损害以及对周围环境的不良影响，必须对地表移动与变形进行正确预计。为此目的，人们进行了广泛而长期的研究。

地表移动可以分为两个组成部分，即地表沉降和水平位移；地表变形主要指不均匀地表沉降和不均匀水平位移所形成的地表倾斜和水平变形，以及地表的曲率变形。隧道施工地表移动与变形的发生主要是由于施工引起的地层损失和施工过程中隧道周围受扰动或者受剪切破坏的重塑土的再固结所造成。一方面，隧道周围土体在弥补地层损失中，发生地层移动，引起地表沉降。所谓地层损失，是指隧道施工中实际开挖的土体的体积与竣工隧道体积之差，竣工隧道体积还包括隧道周边包裹的压入浆体体积。地层损失是由于多种因素作用的结果。开挖面土体向隧道内移动，隧道施工断面产生收敛，可以引起地层损失。采用盾构施工时，盾构后退、由于压浆不及时使得土体挤入盾尾空隙等也可以引起较大的地层损失。而且还有许多其他因素，如在土压力的作用下，隧道衬砌所产生的变形也会引起少量的地层损失。另一方面，在含水地层中进行隧道施工时，可能引起周围土体内部孔隙水压力的变化，使地层发生排水固结引起地表沉降，而且土体的蠕变也可能导致地表发生一定的沉降。因此，无论采取何种隧道施工方法，都将不可避免地引起或多或少的地表移动和变形。

影响地表移动和变形的因素很多，地表移动和变形的大小不仅与隧道的埋深、断面尺寸和施工方法、支护方式有关，而且受地层条件的影响。由于人们环保意识的不断增强，对于在城市市区隧道施工引起的地表位移与变形及其对周围环境影响预计便显得更加必要。人们对于地表移动和变形预计采用了很多方法，主要有现场实测、理论分析和模型试验方法等等。

在隧道施工引起的地表移动和变形中，地表沉降的大小和分布是最受关注的。对于隧道施工引起的地表沉降问题的研究，起源于对煤矿等矿山巷道上方地表沉降现象的分析。对于这种现象，首先对地表沉降槽的形状进行观察，将沉降槽的曲线形态以数学形式加以表现，逐步对地表沉降分布、最大沉降量等进行

理论和经验上的推断。根据煤矿地区巷道开挖地表下沉的实测结果，Martos (1958)提出隧道开挖所引起的地表沉降槽可由误差函数近似表示^[6]。1969年，在当时大量隧道开挖施工引起的地表沉降实测资料的基础上，Peck系统地提出了地层损失的概念和估算隧道开挖地表下沉的实用方法^[2]，即Peck公式。此后，Peck本人及其他不少学者和工程技术人员作了大量工作，使之成为目前应用最为广泛的预计隧道施工地表沉降的方法。Peck认为在不排水情况下隧道开挖所形成的地表沉降槽的体积应等于地层损失的体积。他假定地层损失在整个隧道长度上均匀分布，隧道施工所产生的地表沉降横向分布近似为一正态分布曲线，因此提出如下地表沉降分布的预计公式：

$$S(X) = S_{\max} \exp\left(-\frac{X^2}{2i^2}\right) \quad (1-1)$$

$$S_{\max} = \frac{V_i}{i\sqrt{2\pi}} \approx \frac{V_i}{2.5i} \quad (1-2)$$

式中 $S(X)$ ——距离隧道中心轴线为 X 处地表沉降值；
 V_i ——施工引起的隧道单位长度地层损失；
 S_{\max} ——隧道中心线处地表最大沉降量；
 i ——地表沉降槽宽度系数。

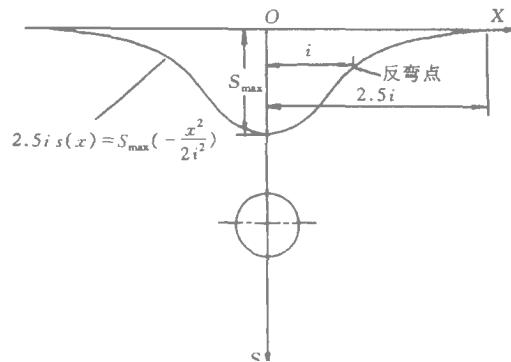


图 1—1 地表横向沉降槽

公式 (1—1) 和 (1—2) 中需要确定 V_i 和 i 两个参数。这些参数与隧道开挖深度、断面尺寸、地层条件和施工条件密切相关，Peck、Cording、Clough、Schmidt 等许多学者对参数的取值进行了大量研究^[1,2] 给出了许多经验取值。

英国是世界上最早修建地下铁道的国家，对地铁等城市隧道施工地表沉降问题研究较多^[1,4,5]。它们的工作大部分是由英国 TRRL (Transport and Road Research Laboratory) 所进行的。O Reilly, New 等针对不同的地层，研究了采用不同施工方法所引起的地表沉降问题。在大量实测资料的基础上，提出了实际

沉降槽宽度、地层损失和地表沉降的预计公式^[4,5]。根据单孔隧道地表沉降结果，按照叠加原理，得出了开挖双孔隧道引起的地表沉降计算公式。Attewell 等还通过假定横向地表沉降为一正态分布形式，纵向分布为二次抛物线形态，得出了隧道施工引起的三维地表运动公式^[1]。Kimura 和 Mair 等还通过离心模型试验对伦敦几种地层中隧道施工所产生的地表沉降预计参数进行了探讨^[16]。按照体积不变的假定，可以得到地表水平位移的计算公式。土体固结引起的地表沉降问题的研究也进行了许多，并且进行了长期的实测^[8]。这些预计公式经过大量的实测结果的验证，在地表移动和变形预计中获得了广泛应用，取得了较好的效果。

欧洲其他许多国家和美国等在大量城市隧道建设中，对于施工引起的地表沉降问题进行了许多研究，积累了丰富的实测资料，他们大都采用 Peck 公式或者基于英国学者所提出的以经验公式为主的方法进行预计。

日本在长期的城市隧道施工中积累了丰富的经验，尤其是在软土地层中进行隧道建设，因而对于隧道施工所引起的地表沉降问题非常关注，许多学者对此课题进行过深入研究^[18]。Fujita 提出了盾构隧道地表沉降预计方法；半谷根据实测资料，给出了地表最大沉降量的预计方法。在软土地层条件下，软土的固结沉降占有相当大的比重。藤田进行了软土地层中不同盾构施工方法对地层的影响方面的研究，森氏、岛田等亦提出过实用的计算公式。

以上的研究中，大多是根据隧道开挖后地表沉降槽的形状，认为可以采用一定的曲线形式表示，再根据地表沉降实测结果或已有的资料，确定曲线的具体特征参数。

计算机的出现为数值分析提供了强有力的工具。因为地表沉降影响因素较多，任何简单实用的计算方法均无法反映众多因素的综合影响。而借助于计算机，可以较全面地考虑影响地表移动及变形的各主要因素，较为准确地预计隧道施工引起的地表移动及变形，并提出有效的控制地面沉降的方法。常用的预计地表位移与变形的数值分析方法主要是有限单元法。

采用有限单元法预计隧道施工引起的地表沉降时，将沉降视为力学过程，不仅能够计算出地表的移动及变形，而且可以得到地层内部的应力、变形状况。根据地层条件及隧道施工情况，可以将地层假定为弹性、弹塑性或者粘弹塑性等不同类型的介质。

弹性介质有限元方法一般适用于地层和施工条件较好的情况。日本大阪地区曾采用弹性有限元法对隧道开挖施工引起的地面沉降进行了估算，取得了较为满意的效果；日本学者总结弹性有限元计算结果，根据地表沉降实测资料加以修正，提出估算地表沉降的实用公式^[3]。

由于隧道施工过程中，周围土体可能受到较大扰动。采用弹性介质有限元

方法常常使估算值偏小，因此通常需要将土体视为弹塑性介质进行非线性分析。非线性有限元方法不仅能够考虑隧道施工引起的地层损失，而且可以考虑土体的失水固结、土体本身的压缩性等。能够考虑到多种施工方法，如压气、降水等对地表沉降的影响，考虑各种断面形式，因而获得了广泛的应用。目前已开发出了各种成熟的二维及三维线性与非线性有限元程序，能够考虑不同类型的土的本构关系和各种施工因素，在隧道施工引起的地表移动与变形的分析中获得了应用。

在现场实测、理论分析的基础上，为了对隧道施工引起的地表变形特征、影响地表变形的因素等进行探讨，许多学者还通过模型试验方法对这一课题进行研究。这些模型试验方法主要有相似材料模型试验、离心模型试验等，这方面的成果也有许多^[13,14,16]。

随着我国大量的城市隧道施工的进行，我国对隧道施工引起的地表沉降问题也进行了研究。刘宝琛等应用随机介质理论，研究了近地表开挖引起的地表移动及变形问题^[86,87]。同济大学自 20 世纪 70 年代起，便开始了隧道施工地表沉降的实测和理论研究工作，先后对上海地铁试验段等隧道进行了现场实测和监控。在现场实测结果分析和理论研究的基础上，对 Peck 公式进行了修正，提出了考虑土体受到扰动后固结沉降的新的地表沉降计算公式^[3,44]。侯学渊等利用弹塑性理论及固结理论研究了土压平衡盾构不同施工阶段地表沉降预计和土体中超孔隙水压力的变化。有限单元法在地表沉降预计中也获得了应用，利用弹塑性有限元方法，得出了上海地区一些实用的经验预计公式^[2]。根据北京地铁施工的实践，也提出了经验公式。随着计算机技术的发展，张弥等开发出了预计盾构法隧道施工地表沉降的专家系统^[49]，针对上海地铁一号线工程，上海隧道股份有限公司等单位开发了盾构施工技术专家系统^[48]，可以对盾构隧道施工地表沉降进行预估。我国将大力发展城市地铁等多种地下工程，随着我国城市隧道建设的发展，经验的不断积累，理论水平的不断提高，将促进城市隧道施工地表移动和变形预计方法与地表变形控制技术的发展和完善。

尽管对于隧道施工引起的地表移动和变形预计已经进行了大量的工作，但是针对各种具体的施工方法，有必要继续深入研究，如采用人工降水时，疏水引起的土体固结所导致的地表沉降；采用冻结法施工，冻土的冻胀-融沉现象及其对周围环境的影响；各种新型盾构施工引起的地表沉降预计等。所采用的研究方法中，以 Peck 公式为代表的一些经验方法缺少理论依据，而有限单元法等数值分析方法由于合适的土体本构关系和计算参数难于准确确定，使这些方法的应用受到限制。通过反分析所获得的土体的有关计算参数，其物理意义又常常不甚明确，所以发展新的分析方法以预计隧道施工所引起的地表移动与变形，并对周围环境的影响进行正确评价是十分必要的。

研究岩土开挖引起的地表移动问题时，一方面可以将岩土体视为连续介质，如弹塑性体，采用连续介质力学方法进行分析；另一方面，可以将岩土体视为非连续介质，如散体等，采用非连续介质力学方法进行分析。岩土体介质非常复杂，隧道开挖施工所遇到的岩体通常是由成分、组织各异的几种岩石构成的复合体。岩体形成后在长期的地质作用下原始整体性受到诸如节理、断层、层面等等地质弱面的切割而破坏，成为形状、大小不同的岩块嵌合而成的结构体。土体是由岩石经过风化作用后沉积所形成的产物，它是由各种大小不同的土粒按各种比例组成的集合体，土体是由固体土颗粒、液相的水和气体组成的三相体，是一种分散体，而且可能受到弱面的切割。因此当隧道施工引起岩土体发生运动时，单个的岩块或者土体颗粒的运动十分复杂，但是大量的实测结果表明，岩土体的总的运动趋势有着明显的规律性。

岩土运动的这种特性使得传统的连续介质力学的广泛应用受到了限制，特别是在不连续的运动区，在这种情况下，统计性的研究有了一定的发展。20世纪50年代末期，波兰学者李特威尼申 J. Litwiniszyn 提出了随机介质理论，该理论将岩土体视为一种“随机介质”，将开挖岩土体引起的地表下沉视为一随机过程。随机介质理论已在煤矿开采地表移动预计中获得了广泛应用，并发展应用到地表开挖等岩土工程中。本著作在对随机介质理论进行简要介绍的基础上，将对该理论在城市隧道施工引起的地表移动与变形预计上的应用进行比较全面、系统的研究和总结。主要内容包括：

- (1) 从单元开挖入手，推导了单元开挖引起的地表单元下沉和水平位移表达式。
- (2) 根据叠加原理，探讨了单孔和双孔平行隧道施工引起的地表移动及其变形计算公式，并根据实测的地表移动与变形值，提出了确定有效的地表移动与变形计算参数的反分析方法。
- (3) 按照所提出的方法，编制了计算程序，对国内外一批隧道施工引起的地表移动问题进行了分析，计算结果与实测结果有着良好的一致性。
- (4) 将土力学土体固结原理与随机介质理论相结合，分析了地层疏水引起的地表移动与变形预计，从而可以得到隧道施工采用人工降水时最终的地表移动与变形的计算结果。
- (5) 分析了地层冻结所遇到的特殊问题，研究了土的冻胀-融沉所造成的对周围环境影响的评价方法，研究了冻结法隧道施工引起的地表移动和变形预计。
- (6) 对于挤压盾构隧道施工、压气法隧道施工所引起的地表移动特点进行了分析讨论，提出了采取这些特殊施工措施时，地表移动与变形的预计公式。

以上各部分，除了研究分析地表移动与变形、推导各项地表移动与变形的预计公式、编制相应计算程序以外，还给出了若干分析计算实例，以验证预计的可靠程度。

第二章 随机介质理论简述

随机介质理论是波兰学者李特威尼申 (J. Litwiniszyn) 为研究采煤岩层与地表移动问题所提出的 [78]。他基于砂箱模型实验研究, 提出了五大公理, 应用严密的数学方法, 建立了随机介质理论。在研究图 2—1 所示的岩层移动向上传递的过程中 若在 Z_1 水平开采使 Z_1 水平下沉, 下沉曲线为 $W(X, Z_1)$ 则 $W(X, Z_1)$ 是 Z_1 以上各水平产生下沉的原因; Z_2 水平的下沉 $W(\xi, Z_2)$ 为 Z_1 水平下沉的后果, 表示为 $\Omega_{Z_1}^{Z_2} W(X, Z_1)$ 称 $\Omega_{Z_1}^{Z_2}$ 为某一算子 其中下标 Z_1 为算子所作用的水平, 上标 Z_2 为算子作用所得到的水平。

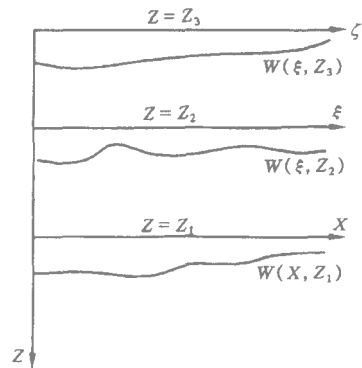


图 2—1 岩层移动的传递

随机介质理论所用到的五大公理如下:

公理 1:

唯一性: 某一算子作用在给定的函数上, 所得结果唯一。

$W(X, Z_1)$ 是发生 $W(\xi, Z_2)$ 和 $W(\zeta, Z_3)$ 的原因 则

$$W(\xi, Z_2) = \Omega_{Z_1}^{Z_2} W(X, Z_1) \quad (2-1)$$

$$W(\zeta, Z_3) = \Omega_{Z_1}^{Z_3} W(X, Z_1) \quad (2-2)$$

同样, $W(\xi, Z_2)$ 又是发生 $W(\zeta, Z_3)$ 的原因 或者说, $W(\zeta, Z_3)$ 是 $W(\xi, Z_2)$ 作用的结果 即:

$$W(\zeta, Z_3) = \Omega_{Z_2}^{Z_3} W(\xi, Z_2) \quad (2-3)$$

由式 (2—1) 和 (2—3) 可以得到:

$$W(\zeta, Z_3) = \Omega_{Z_1}^{Z_2} \Omega_{Z_2}^{Z_3} W(X, Z_1) \quad (2-4)$$

这样下式成立:

$$\Omega_{Z_1}^{Z_3} = \Omega_{Z_1}^{Z_2} \Omega_{Z_2}^{Z_3} \quad (2-5)$$

公式 (2—5) 称为算子的传递性。

公理 2:

均质性: n 个相同开挖所产生的影响为单个开挖所产生影响的 n 倍。即:

$$\Omega_{Z_1}^{Z_2} nW(X, Z_1) = n\Omega_{Z_1}^{Z_2} W(X, Z_1) \quad (2-6)$$

公理 3:

叠加原理: 两个不同开挖所产生的影响为它们各自开挖所产生影响之和。

即:

$$\Omega_{Z_1}^Z(nW_1 + W_2) = n\Omega_{Z_1}^Z W_1 + \Omega_{Z_1}^Z W_2 \quad (2-7)$$

公理 4:

存在单位运算子。即存在:

$$\lim_{Z \rightarrow Z_1} \Omega_{Z_1}^Z = 1 \quad (2-8)$$

使得:

$$\lim_{Z \rightarrow Z_1} \Omega_{Z_1}^Z W(X, Z_1) = W(X, Z_1) \quad (2-9)$$

公理 5:

正值性: 开挖引起的岩层只有下沉。即:

$$W(X, Z) \geq 0 \quad (2-9)$$

现具体考察开挖影响从 Z_1 到 Z_2 的传播, Z_1 水平 X 处开挖一微元 dX 在 Z_2 水平上引起的下沉应当与 $W(X, Z_1)dX$ 成正比, 该比例系数称为分布函数, 记为 $\delta(X, Z_1; \xi, Z_2)$ 则:

$$W(\xi, Z_2) = \int_{-\infty}^{+\infty} W(X, Z_1) \delta(X, Z_1; \xi, Z_2) dX \quad (2-10)$$

比较公式 2—1) 和 2—10) 可知, Ω 是一个积分算子, 算子核即为分布函数 δ 为使函数满足式 2—4) 的要求 则 δ 应当满足如下条件:

$$\delta(X, Z_1; \zeta, Z_3) = \int_{-\infty}^{+\infty} \delta(X, Z_1; \xi, Z_2) \delta(\xi, Z_2; \zeta, Z_3) d\xi \quad (2-11)$$

上述方程是一个积分方程, 它与斯莫鲁霍夫斯基 (Smoluchowski) 扩散方程相似, 李特威尼申按照柯莫哥洛夫 (Колмогоров) 方法对公式 2—11) 进行处理, 经过严密的数学推导 对于二维问题 得出下沉盆地 W 应满足以下二维抛物线偏微分方程:

$$\frac{\partial W(X, Z)}{\partial Z} = \alpha(X, Z) \frac{\partial^2 W(X, Z)}{\partial X^2} + \beta(X, Z) \frac{\partial W(X, Z)}{\partial X} + \gamma(X, Z) W(X, Z) \quad (2-12)$$

推广到三维问题, 下沉盆地 W 应满足下式 (Z 为垂直轴, X_1 、 X_2 为水平轴):

$$\begin{aligned} \frac{\partial W(X_1, X_2, Z)}{\partial Z} = & B_{11}(X_1, X_2, Z) \frac{\partial^2 W(X_1, X_2, Z)}{\partial X_1^2} + \\ & B_{12}(X_1, X_2, Z) \frac{\partial^2 W(X_1, X_2, Z)}{\partial X_1 \partial X_2} + \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& B_{22}(X_1, X_2, Z) \frac{\partial W^2(X_1, X_2, Z)}{\partial X_2^2} + \\
& A_1(X_1, X_2, Z) \frac{\partial W(X_1, X_2, Z)}{\partial X_1} + \\
& A_2(X_1, X_2, Z) \frac{\partial W(X_1, X_2, Z)}{\partial X_2} + \\
& N(X_1, X_2, Z) W(X_1, X_2, Z) \quad (2-13)
\end{aligned}$$

方程 2—13 与连续随机过程中的柯莫哥洛夫方程形式上一致 称满足这一方程的介质为随机介质。散体介质 如砂、土、岩块体等 均可能是这种介质。

式(2—13)中 各系数决定于介质的结构特性 对于倾斜成层介质,下沉盆地 W 应当满足下式:

$$\frac{\partial W}{\partial Z} = K_{11}(Z) \frac{\partial^2 W}{\partial X_1^2} + K_{22}(Z) \frac{\partial^2 W}{\partial X_2^2} + M(Z) \frac{\partial W}{\partial X_2} + N(Z) W \quad (2-14)$$

对于直立成层介质,下沉盆地 W 满足的通式是:

$$\frac{\partial W}{\partial Z} = K_{11}(Z) \frac{\partial^2 W}{\partial X_1^2} + K_{22}(Z) \frac{\partial^2 W}{\partial X_2^2} + N(Z) W \quad (2-15)$$

对于水平成层介质,下沉盆地 W 满足的通式是:

$$\frac{\partial W}{\partial Z} = B(Z) \left[\frac{\partial^2 W}{\partial X_1^2} + \frac{\partial^2 W}{\partial X_2^2} \right] + N(Z) W \quad (2-16)$$

$K(Z)$ 说明岩土沿铅垂方向的非均质性, $M(Z)$ 说明下沉沿 Z 向上传播时,影响传播的方向; $N(Z)$ 反映介质的体积变化,不考虑介质的体积变化,则 $N(Z) = 0$ 。对于水平成层介质的二维问题,下沉盆地 W 满足的通式为:

$$\frac{\partial W}{\partial Z} = B(Z) \frac{\partial^2 W}{\partial X^2} \quad (2-17)$$

随机介质理论自提出以来,经过我国学者刘宝琛、廖国华等的发展^[76,77] 其理论已逐步完善,应用领域从最初的煤矿地下开采地表移动预计,发展到露天开采,金属矿地下采矿、近地表开挖及地层疏水所引起的地表移动预计问题。该理论分析的对象是一种被称为“随机介质”的介质。由于常见的城市隧道一般距离地表不深,大都处于表土或风化岩层中,这些介质能被较好地视为随机介质。因而城市隧道施工所引起的地表移动和变形是适宜于采用随机介质理论进行预计的。

第三章 隧道施工引起的地表移动及变形

采用暗挖法进行隧道施工，由于开挖工作对周围岩土体的扰动，无论是采用新奥法或盾构法，或者是其它施工方法，都要引起岩土体向开挖空间的运动。实际隧道施工中，开挖岩土体的体积与竣工隧道体积之差称为地层损失，周围岩土体在弥补地层损失过程中，发生地层运动，引起岩土体及地表发生移动及变形。在无水及少水的地层中，地表移动可以认为主要是由于隧道施工所引起的地层损失所造成的。

隧道施工是在复杂的岩土体中进行，这些岩土体是一种成因复杂的天然介质。由于岩土体在长期的地质作用下，受到诸如节理裂隙、断层、层面等地质弱面所切割，可以视为由大量尺寸和形状各异的岩土块体紧密聚集所构成。当岩土体因开挖而发生大量运动时，个别岩土块体的运动是非常复杂的，然而地表移动及变形观测表明，岩土总的运动趋势有着明显的规律性。由于岩土体移动的这种特性，很难将其视为简单的弹性体或弹塑性体用经典力学的方法来分析各个岩土块体的运动状态。在这种情况下，应用概率统计的方法可能获得较好的效果。考虑到岩土体的运动为大量已知及未知因素所控制，根据随机介质理论，将岩土体视为随机介质，这样由于隧道开挖所引起的岩土体的运动便可以用随机方法加以研究。下面将从单元开挖入手，研究分析无水或少水条件下隧道开挖所引起的地表运动和变形问题，并且讨论地表移动和变形参数的反分析确定方法。

第一节 单元开挖地表移动

从统计观点，可以将整个开挖分解成无限多个无限小的开挖。整个开挖对地表的影响，就应等于构成这一开挖的许多无限小开挖对地表影响的总和。

将厚度、长度和宽度均为一个无限小的开挖定义为单元开挖 $d\xi d\zeta d\eta$ (图 3—1)，其中心距离地表面深度为 H 。在开挖水平以上任意一个水平面 Z ($Z \leq H$) 上，由于单元开挖引起的地表下沉盆地称为单元下沉盆地，单元下沉在四维坐标系中以 $W_e(X, Y, Z, t)$ 表示，单元盆地中水平移动称为单元水平移动，以 $U_e(X, Y, Z, t)$ 和 $V_e(X, Y, Z, t)$ 表示， U_e 和 V_e 在同一水平面内并互相垂直。

根据概率论的观点，单元开挖以后，上覆岩土体发生下沉是具有某一概率的随机事件。研究岩土体的一个垂直剖面 (图 3—2)， Z 水平上以一点 $A(X, Y,$

Z 为中心的某微分岩土体 $dXdY$ (Z 轴方向为 1) 的下沉是随机的、偶然的 这一事件将以某一概率发生。微分体 $dXdY$ 在 XOZ 平面内位于 X 处 其下沉概率分布密度应是 X 的连续函数。对于水平方向各向同性的岩土体, 可认为开挖中心线两边的岩土体下沉的概率对称于中心轴 (Z 轴) 单元开挖以后, 使坐标 (X, Y, Z) 点附近某一小块微面 $dS = dXdY$ 发生下沉这一事件, 等价于在水平方向 X 处微段 dX 内和相同高度上 Y 处微段 dY 内有下沉这两个事件同时发生 (图 3—3)。在数学上可以分别将两个事件的概率记为 $f(X^2)dX$ 和 $f(Y^2)dY$ 其中 f 为分布密度函数。这样, 此微面内有下沉发生这一事件的概率 $P(dS)$ 等于发生上述两事件的概率之积:

$$P(dS) = f(X^2)dXf(Y^2)dY = f(X^2)f(Y^2)dXdY \quad (3-1)$$

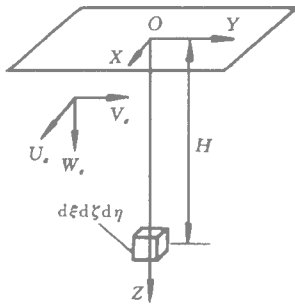


图 3—1 单元开挖

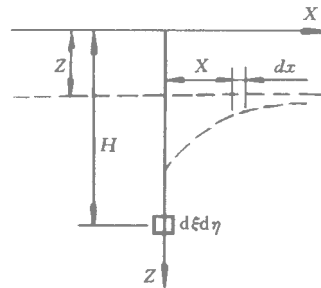


图 3—2 岩土体垂直剖面

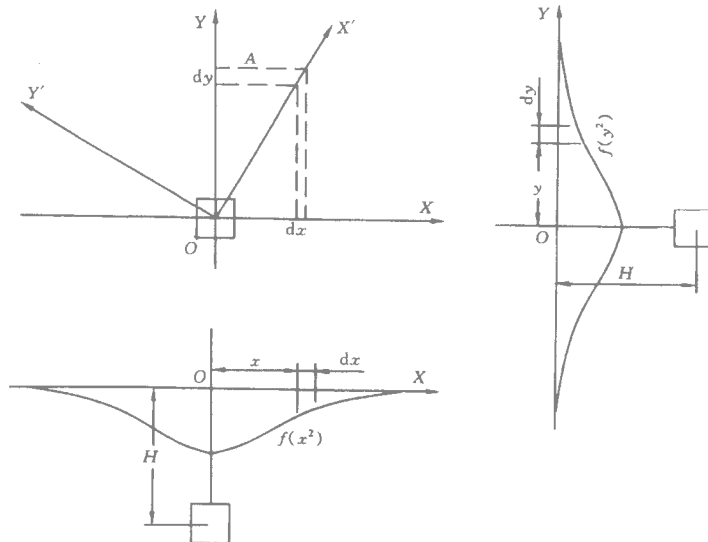


图 3—3 单元开挖的影响

从物理意义上说, 若微面积 $dS = dXdY$ 及某点的位置不变, 则某一既定微面因单元开挖而引起的下沉概率与坐标选择无关。通过原点 O 选用新的坐标

系统 X', O, Y' , A 点的坐标变为 (X_1, Y_1, Z) 。采用新的坐标系统后, 微面积 $dS_1 = dX_1 dY_1$ 事件发生的概率为:

$$P(dS_1) = f(X_1^2) dX_1 f(Y_1^2) dY_1 = f(X_1^2) f(Y_1^2) dX_1 dY_1 \quad (3-2)$$

概率 $P(dS)$ 不随坐标系统的选择而改变 若开挖单元的体积保持不变 且 $dS = dS_1$ 及 A 点的相对位置不变 则有 $P(dS) = P(dS_1)$ 即:

$$f(X^2) f(Y^2) = f(X_1^2) f(Y_1^2) \quad (3-3)$$

若选择坐标轴 使 OX' 轴通过 A 点 则:

$$X_1^2 = X^2 + Y^2 \quad (3-4)$$

将式 3—4 代入式 3—3) 中 得到:

$$f(X^2) f(Y^2) = f(X^2 + Y^2) f(0) = C_1 f(X^2 + Y^2) \quad (3-5)$$

式 3—5) 中 $f(0)$ 为不依赖于 X 和 Y 的量 用系数 C_1 表示。将 3—5) 式两边分别对 X^2 和 Y^2 进行偏微分 得到:

$$f(Y^2) \frac{df(X^2)}{dX^2} = C_1 \frac{\partial f(X^2 + Y^2)}{\partial (X^2 + Y^2)} \cdot \frac{\partial (X^2 + Y^2)}{\partial X^2} = C_1 \frac{\partial f(X^2 + Y^2)}{\partial (X^2 + Y^2)}$$

$$f(X^2) \frac{df(Y^2)}{dY^2} = C_1 \frac{\partial f(X^2 + Y^2)}{\partial (X^2 + Y^2)} \cdot \frac{\partial (X^2 + Y^2)}{\partial Y^2} = C_1 \frac{\partial f(X^2 + Y^2)}{\partial (X^2 + Y^2)}$$

这样可得到:

$$f(Y^2) \frac{df(X^2)}{dX^2} = f(X^2) \frac{df(Y^2)}{dY^2}$$

移项整理后得到:

$$\frac{1}{f(X^2)} \cdot \frac{df(X^2)}{dX^2} = \frac{1}{f(Y^2)} \cdot \frac{df(Y^2)}{dY^2} \quad (3-6)$$

(3—6) 式左侧仅为 X^2 的函数 而右侧仅为 Y^2 的函数 这方程式成立的条件是左右两侧都不依赖于变量 X^2 和 Y^2 因此令它们均等于一常数 C_2 从而有:

$$\frac{df(X^2)}{dX^2} = C_2 f(X^2) \quad (3-7)$$

$$\frac{df(Y^2)}{dY^2} = C_2 f(Y^2)$$

解微分方程式 (3—7) 并考虑边界条件: $X, Y \rightarrow \pm \infty$ 时, $P(dS) = 0$ 可得到:

$$f(X^2) = q(Z) \exp\left[-\frac{\pi}{r^2(Z)} X^2\right]$$

$$f(Y^2) = q(Z) \exp\left[-\frac{\pi}{r^2(Z)} Y^2\right]$$

这样下沉发生的概率为:

$$P(dS) = q^2(Z) \exp\left[-\frac{\pi}{r^2(Z)}(X^2 + Y^2)\right] dXdY \quad (3-8)$$

三维密度函数为：

$$f(X, Y, Z) = q^2(Z) \exp\left[-\frac{\pi}{r^2(Z)}(X^2 + Y^2)\right] \quad (3-9)$$

式中, $q(Z)$ 和 $r(Z)$ 为取决于坐标 Z 的两个函数。

开挖足够大时, 岩土体肯定发生下沉。将单元开挖引起的岩土体的下沉概率与单元体积之积视为该点在单元开挖影响下的下沉组分。以单元岩土体被开挖出的一瞬间作为时间的起点, 则经过时间 t 后, 某点的单元下沉为:

$$W_e(X, Y, Z, t) = q^2(Z) \exp\left[-\frac{\pi}{r^2(Z)}(X^2 + Y^2)\right] d\xi d\zeta d\eta \quad (3-10)$$

单元开挖可以认为是在极快的一瞬间完成的, 单元岩土体被开挖出的瞬间, 周围岩土体尚处于原始的位置上, 但很快便完成了微小的弹性变形。然后, 周围岩土体向开挖空间产生运动, 地表下沉盆地即逐渐形成。这样单元下沉盆地应是时间函数在 t 时刻单元下沉盆地的体积 $V(t)$ 为:

$$V(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} q^2(Z) \exp\left[-\frac{\pi}{r^2(Z)}(X^2 + Y^2)\right] d\xi d\zeta d\eta dXdY \quad (3-11)$$

根据岩土体的不可压缩性的假设, 单元下沉盆地的最终体积近似等于开挖单元岩土体体积即 $d\xi d\zeta d\eta$ 。假定单元下沉盆地体积的增长率 $dV(t)/dt$ 与最终的单元下沉盆地体积和当时的单元下沉盆地体积 $V(t)$ 之差成正比 即:

$$\frac{dV(t)}{dt} = C[d\xi d\zeta d\eta - V(t)] \quad (3-12)$$

式中 C ——地表下沉速度系数。

显然当 $t=0$ 时, $V(0)=0$; $t \rightarrow \infty$ 时, $V(\infty) = d\xi d\zeta d\eta$ 解方程式 (3-12) 可得:

$$V(t) = [1 - \exp(-Ct)] d\xi d\zeta d\eta \quad (3-13)$$

将式 (3-11) 代入到式 (3-13) 得出:

$$q^2(Z) = \frac{1}{r^2(Z)} [1 - \exp(-Ct)] \quad (3-14)$$

将式 (3-14) 代入到式 (3-10) 便得到岩土体在 Z 水平上单元下沉的表达式为:

$$W_e(X, Y, Z, t) = \frac{1}{r^2(Z)} [1 - \exp(-Ct)] \exp\left[-\frac{\pi}{r^2(Z)}(X^2 + Y^2)\right] d\xi d\zeta d\eta \quad (3-15)$$

考虑平面问题 即单元开挖沿 Y 轴为无限长, 由式 (3-15) 积分:

$$\begin{aligned}
 W_e(X, Z, t) &= \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{1}{r^2(Z)} [1 - \exp(-Ct)] \exp\left\{-\frac{\pi}{r^2(Z)} [X^2 + (Y - \zeta)^2]\right\} \\
 &\quad d\xi d\zeta d\eta \\
 &= \frac{1}{r(Z)} [1 - \exp(-Ct)] \exp\left[-\frac{\pi}{r^2(Z)} X^2\right] d\xi d\eta \quad (3-16)
 \end{aligned}$$

$r(Z)$ 为单元开挖在 Z 水平上的主要影响范围, 它取决于开挖所处的地层条件, 可以与 Z 成线性或非线性关系。引入地层主要影响角 β 并认为 $r(Z)$ 与 Z 成线性关系:

$$r(Z) = \frac{Z}{\tan \beta} \quad (3-17)$$

式中的 $\tan \beta$ 值取决于开挖所处的地层条件, 对于地表面, 主要影响范围 $r(H) = H/\tan \beta$ 。

经过长时间以后, 单元开挖地表下沉达到最大值。现仅考虑在平面应变条件下最终的地表下沉值, 因此在式 (3-16) 中, 令 $t \rightarrow \infty$ 这样最终的单元下沉值为:

$$W_e(X) = \frac{1}{r(Z)} \exp\left[-\frac{\pi}{r^2(Z)} X^2\right] d\xi d\eta \quad (3-18)$$

公式 (3-18) 是研究平面应变条件下, 任意开挖影响下地表各点下沉的基本公式。

为了研究岩土开挖引起的地表各点的水平移动, 可以将开挖引起的岩土体的变形视为不可压缩过程, 即岩土体的体积变形趋近为 0。对于三维问题, 则有:

$$\epsilon_{eX} + \epsilon_{eY} + \epsilon_{eZ} = 0 \quad (3-19)$$

式中, ϵ_{eX} 、 ϵ_{eY} 、 ϵ_{eZ} 分别为单元岩土体沿 X 、 Y 、 Z 方向的应变。

对于二维平面应变问题, $\epsilon_{eY} = 0$ 。同时, 单元开挖引起的上覆岩土体的移动和变形可以认为是宏观连续的。由于变形连续, 则:

$$\left. \begin{aligned}
 \epsilon_{eX} &= \frac{\partial U_e(X)}{\partial X} \\
 \epsilon_{eZ} &= \frac{\partial W_e(X)}{\partial Z}
 \end{aligned} \right\} \quad (3-20)$$

将式 (3-20) 代入式 (3-19) 中,

$$\frac{\partial U_e(X)}{\partial X} + \frac{\partial W_e(X)}{\partial Z} = 0 \quad (3-21)$$

解方程 (3-21) 得到在平面应变条件下, 单元开挖引起的最终的地表水平位移值 $U_e(X)$:

$$U_e(X) = - \int \frac{\partial W_e(X)}{\partial Z} dX + K(Z) = 0 \quad (3-22)$$

将式 3—18 代入到式 3—22) 根据边界条件 由于对称原因 开挖单元中心线上的点不应发生水平位移, 而且, 当距离单元中心线无穷远时, 地表水平位移应为 0 即当 $X=0, U_e(0)=0; X \rightarrow \pm \infty, U_e(\pm \infty)=0$ 这样可得:

$$U_e(X) = \frac{X}{r(Z)} \cdot \frac{1}{Z} \exp\left[-\frac{\pi}{r^2(Z)} X^2\right] d\xi d\eta \quad (3-23)$$

将式 3—17) 代入到式 3—23) 得:

$$U_e(X) = \frac{X \tan \beta}{Z^2} \exp\left[-\frac{\pi \tan^2 \beta}{Z^2} X^2\right] d\xi d\eta \quad (3-24)$$

公式 3—24 是研究平面应变条件下 任意开挖影响下地表各点水平位移的基本公式。

以上的分析与公式的推导的原理在 20 世纪 60 年代已经基本完成^[77] 这里把它们加以完善和细化, 作为以下研究隧道施工引起的地表移动的基础。

第二节 开挖单孔隧道时的地表移动及变形

设在距地面一定深度处的地下开挖任意形状断面的隧道, 显然这是一平面应变问题。如图 3—4, 地下开挖断面的中心距离地表深度 H 图中对于开挖单元岩土体采用坐标 $\xi O \eta$ 对于地表面则采用坐标系 XOY 。如果隧道全部塌落, 则经过长时间后, 将引起地表的最大的下沉。把整个开挖范围分解为无限多个单元开挖, 在单元开挖 $d\xi d\eta$ 的影响下 由式 3—18) 可知 距离单元中心为 X 的地表最终的下沉值 $W_e(X)$ 为:

$$W_e(X) = \frac{1}{r(\eta)} \exp\left[-\frac{\pi}{r^2(\eta)} X^2\right] d\xi d\eta \quad (3-25)$$

假定在整个开挖范围 Ω 内每个开挖单元完全塌落, 应用叠加原理并将式 3—17) 代入(3—25) 式 得到此时的地表下沉值为:

$$W(X) = \iint_{\Omega} \frac{\tan \beta}{\eta} \exp\left[-\frac{\pi \tan^2 \beta}{\eta^2} (X - \xi)^2\right] d\xi d\eta \quad (3-26)$$

实际上, 任何地下隧道都不允许完全塌落, 上式计算所得到的地表下沉为最不利的情况。隧道的施工过程中, 常常对地层采取预处理和开挖后采取严密的支护措施, 使得隧道建成后, 隧道周围岩土体仅发生微小的位移。因此引起地表发生沉降的原因只是由于隧道周围岩土体向开挖空间运动而导致的隧道开挖断面的收缩。如果隧道开挖初始断面为 Ω 隧道建成后 开挖断面由 Ω 收缩为 ω 。

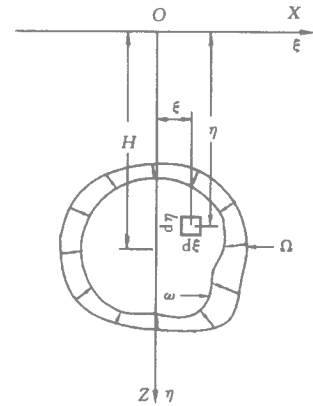


图 3—4 隧道开挖示意图

则根据叠加原理，地表下沉应当等于开挖范围 Ω 引起的下沉与开挖范围 ω 引起的地表下沉之差 即：

$$\begin{aligned} W(X) &= W_{\Omega}(X) - W_{\omega}(X) \\ &= \iint_{\Omega-\omega} \frac{\tan \beta}{\eta} \exp\left[-\frac{\pi \tan^2 \beta}{\eta^2}(X-\xi)^2\right] d\xi d\eta \end{aligned} \quad (3-27)$$

$$\text{令} \quad w(X, \xi, \eta) = \frac{\tan \beta}{\eta} \exp\left[-\frac{\pi \tan^2 \beta}{\eta^2}(X-\xi)^2\right] \quad (3-28)$$

则公式 3—27 可以简记为：

$$W(X) = \iint_{\Omega-\omega} w(X, \xi, \eta) d\xi d\eta \quad (3-29)$$

同样，根据叠加原理，隧道施工引起的地表水平位移 $U(X)$ 应当等于开挖范围 Ω 后在地表引起的水平位移 $U_{\Omega}(X)$ 与开挖范围 ω 引起的水平位移 $U_{\omega}(X)$ 之差 由式 3—24 即可得 $U(X)$ 为：

$$\begin{aligned} U(X) &= U_{\Omega}(X) - U_{\omega}(X) \\ &= \iint_{\Omega-\omega} \frac{(X-\xi) \tan \beta}{\eta^2} \exp\left[-\frac{\pi \tan^2 \beta}{\eta^2}(X-\xi)^2\right] d\xi d\eta \end{aligned} \quad (3-30)$$

令

$$u(X, \xi, \eta) = \frac{(X-\xi) \tan \beta}{\eta^2} \exp\left[-\frac{\pi \tan^2 \beta}{\eta^2}(X-\xi)^2\right] \quad (3-31)$$

则地表水平位移 $U(X)$ 即式 3—30 可以简记为：

$$U(X) = \iint_{\Omega-\omega} u(X, \xi, \eta) d\xi d\eta$$

隧道施工所引起的地表变形主要指由于地表不均匀沉降而导致的地表点的倾斜 $T(X)$ 、不均匀的水平位移所引起地表点的水平变形 $E(X)$ ，通过对式 (3—27) 和式 3—30 进行微分运算， $T(X)$ 和 $E(X)$ 分别可表示为：

$$\begin{aligned} T(X) &= \frac{dW(X)}{dX} \\ &= \iint_{\Omega-\omega} \frac{-2\pi \tan^3 \beta}{\eta^3} (X-\xi) \exp\left[-\frac{\pi \tan^2 \beta}{\eta^2}(X-\xi)^2\right] d\xi d\eta \end{aligned} \quad (3-33)$$

$$\begin{aligned} E(X) &= \frac{dE(X)}{dX} \\ &= \iint_{\Omega-\omega} \frac{\tan \beta}{\eta^2} \left[1 - \frac{2\pi \tan^2 \beta}{\eta^2}(X-\xi)^2\right] \exp\left[-\frac{\pi \tan^2 \beta}{\eta^2}(X-\xi)^2\right] d\xi d\eta \end{aligned} \quad (3-34)$$

对于某些地面保护对象，它们对地表不均匀沉降所导致的地面弯曲十分敏感。由微分几何可知，地表下沉曲线 $W(X)$ 的曲率 $K(X)$ 或者曲率半径 $R(X)$ 由如下公式表示：

$$K(X) = \frac{1}{R(X)} = \frac{\frac{d^2 W(X)}{dX^2}}{\left[1 + \left(\frac{dW(X)}{dX}\right)^2\right]^{\frac{3}{2}}} \quad (3-35)$$

由于实际上岩土开挖引起的地表倾斜值 $T(X)$ 不大，在数量上一般多为千分之几而不超过百分之几，因此 $\left(\frac{dW(X)}{dX}\right)^2$ 一项与 1 相比可以略去不计，从而地表的曲率 $K(X)$ 可以表示为：

$$\begin{aligned} K(X) &= \frac{d^2 W(X)}{dX^2} \\ &= \iint_{\Omega-\omega} \frac{2\pi\tan^3\beta}{\eta^3} \left[\frac{2\pi\tan^2\beta}{\eta^2} \beta (X-\xi)^2 - 1 \right] \exp\left[-\frac{\pi\tan^2\beta}{\eta^2} \beta (X-\xi)^2\right] d\xi d\eta \end{aligned} \quad (3-36)$$

分别令：

$$t(X, \xi, \eta) = \frac{-2\pi\tan^2\beta}{\eta^3} \beta (X-\xi) \exp\left[-\frac{\pi\tan^2\beta}{\eta^2} \beta (X-\xi)^2\right] d\xi d\eta \quad (3-37)$$

$$e(X, \xi, \eta) = \frac{\tan\beta}{\eta^2} \left[1 - \frac{2\pi\tan^2\beta}{\eta^2} \beta (X-\xi)^2 \right] \exp\left[-\frac{\pi\tan^2\beta}{\eta^2} \beta (X-\xi)^2\right] d\xi d\eta \quad (3-38)$$

$$k(X, \xi, \eta) = \frac{2\pi\tan^3\beta}{\eta^3} \left[\frac{2\pi\tan^2\beta}{\eta^2} \beta (X-\xi)^2 - 1 \right] \exp\left[-\frac{\pi\tan^2\beta}{\eta^2} \beta (X-\xi)^2\right] d\xi d\eta \quad (3-39)$$

这样，隧道开挖引起的地表变形计算公式 (3-33)、(3-34)、(3-36) 可以简记为：

$$T(X) = \iint_{\Omega-\omega} t(X, \xi, \eta) d\xi d\eta \quad (3-40)$$

$$E(X) = \iint_{\Omega-\omega} e(X, \xi, \eta) d\xi d\eta \quad (3-41)$$

$$K(X) = \iint_{\Omega-\omega} k(X, \xi, \eta) d\xi d\eta \quad (3-42)$$

圆形断面隧道：

许多地下隧道，如地铁区间隧道、上下水管道以及电力、通讯光缆隧道等，施工断面为圆形或似圆形的比较常见，尤其是采用盾构法施工的隧道。对于圆形断面隧道（图 3-4），隧道中心距地表深度为 H ，开挖初始半径为 A ，假定隧道断面为