

材 料 物 理 性 能

肖国庆 张军战 主编

中国建材工业出版社

图书在版编目 (CIP) 数据

材料物理性能/肖国庆, 张军战主编. —北京: 中国建材工业出版社, 2005. 9
ISBN 7-80159-813-X

I. 材... II. ①肖... ②张... III. 工程材料—物理性能—教材 IV. TB303

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2005) 第 097270 号

材料物理性能

肖国庆 张军战 主编

出版发行: 中国建材工业出版社

地 址: 北京市西城区车公庄大街 6 号

邮 编: 100044

经 销: 全国各地新华书店

印 刷: 北京鑫正大印刷有限公司

开 本: 787mm×1092mm 1/16

印 张: 11.75

字 数: 287 千字

版 次: 2005 年 9 月第 1 版

印 次: 2005 年 9 月第 1 次

定 价: 19.00 元

网上书店: [www. ecool100. com](http://www.ecool100.com)

本书如出现印装质量问题, 由我社发行部负责调换。联系电话: (010) 88386906

前 言

材料的发展史是人类文明史的一部分，人们习惯以当时出现并广泛使用的材料作为划分历史的标志，如将人类历史划分为石器时代、青铜器时代、铁器时代等。今天人类已进入了文明时代，但材料仍然是人类赖以生存和发展的基础。20 世纪 70 年代，人们把信息、材料和能源誉为当代文明的三大支柱。20 世纪 80 年代，以高技术群为代表的新技术革命，又把新材料、信息技术和生物技术并列为新技术革命的重要标志，这都说明材料在人类社会进步和发展过程中占有举足轻重的地位。

固体材料按其化学键的性质不同，可分为金属材料、无机非金属材料、有机高分子材料，它们并列为当代三大固体材料。各种固体材料之所以有不同的机械、物理、化学性能，主要是由材料的化学组成、结构状况所决定的。化学组成决定了材料的本征性能，而结构影响到材料的大多数性能。在化学组成确定之后，制备工艺是控制结构的主要手段，就是在材料使用过程中的性能变化（如疲劳、失效等），也是以使用条件为外因引起材料结构变化所致。因此，研究材料性能与结构间的关系就成为材料科学的主要任务之一。

结构或组织结构是不同层次结构的通称。目前，一般将固体材料的结构分为三个层次，即宏观结构、显微结构和微观结构。宏观结构通常是指毫米级及其以上尺度范围内的结构状况，如材料中的晶粒尺寸、气孔、宏观裂纹等。显微结构是指在目视范围以下用光学显微镜和电子显微镜能观察到的范围，如材料内部的晶相、玻璃相、相分布、晶界、气孔形态、杂质、分布状态等。微观结构是指原子结构、晶体结构、缺陷（空位、间隙原子、位错等）原子分子水平上的结构状态。

材料工作者所要研究的就是材料不同层次的结构对材料性能的影响。如材料的强度性质是一种典型的结构敏感性质，除化学键的性质外，它还与宏观结构的裂纹、晶粒度，显微结构的晶界、微裂纹，微观结构的位错等多种结构因素密切相关；又如材料的热学、电学、磁学性能在很大程度取决于间隙原子、空位等晶格缺陷以及晶界、相分布等结构状况。材料工作者的任务就是要找出对不同性能起主导作用的结构因素，以便提出表征这些结构因素的参量。

材料工作者的理想目标是能够设计材料——用什么原料、配成什么化合物或固溶体就可以制成具有什么性能的材料。但到目前为止，科学技术的进步尚没有达到这个水平，虽然量子力学、固体物理等基础学科的成就对固体电子理论的指导与预见，为半导体材料及电子工业的发展作出了重大贡献，但由于材料结构的复杂性，尤其是对材料性能有重大影响的显微

结构，它并不服从像电子等微观粒子那种运动规律，仅有原子和分子水平的研究还不能包括材料科学的全部内容。因此，材料工作者除了要注重学习和关注如量子力学、固体物理等基础学科的知识和最新发展外，在目前情况下，更应该从实际结构出发来研究它的形成、变化、特征及对各种性能影响的经验性及半经验性规律的学习，这对研制开发新产品和产品的生产过程控制都有积极作用。

本书重点讲述材料的力学性能，主要内容有材料的弹性变形、塑性变形、高温蠕变、黏滞流动、材料的断裂以及材料的热震稳定性等，还介绍了材料的热学、电学和磁学性能。本书的前言、第一章、第二章、第三章内容由肖国庆编写，第四章、第六章、第七章由张军战编写，第五章由南峰编写，全书由刘振平研究员审定。由于编者的学识有限，定有许多不妥之处，敬请读者批评指正。

在此我们向本书参考文献的作者表示深深的谢意。

本书可作为材料科学与工程专业的本科生的教材，对从事材料开发研究、生产、管理的科技人员也有一定的参考价值。

编 者

2005.3

目 录

第 1 章 材料的弹性变形.....	1
1.1 应力和应变	2
1.2 弹性变形	3
1.2.1 狭义胡克定律（各向同性体）	3
1.2.2 广义胡克定律（各向异性体）	5
1.3 弹性模量及其影响因素	7
1.3.1 弹性模量的本质	7
1.3.2 弹性模量的测试.....	10
1.3.3 影响弹性模量的因素.....	12
1.4 滞弹性.....	15
第 2 章 位错理论概要	17
2.1 理想晶体的强度.....	17
2.2 晶格缺陷——位错.....	20
2.3 位错的基本概念.....	24
2.3.1 位错的类型.....	24
2.3.2 柏氏矢量与柏氏回路.....	26
2.3.3 位错的运动.....	28
2.3.4 位错密度.....	29
2.3.5 位错的观察.....	30
2.3.6 位错的增殖.....	31
第 3 章 塑性变形、黏性流动和蠕变	33
3.1 塑性变形及其检验方法.....	33
3.1.1 拉伸试验.....	34
3.1.2 陶瓷试验.....	36
3.1.3 聚合物试验.....	37
3.2 单晶体塑性变形的的基本方式.....	37
3.2.1 滑移观察.....	37
3.2.2 滑移机制.....	38
3.2.3 滑移系.....	39
3.2.4 滑移的临界分切应力.....	40
3.2.5 孪生.....	41
3.3 金属多晶体的塑体变形.....	42
3.3.1 多晶体塑性变形的特点.....	42

3.3.2	晶粒大小对变形的影响	43
3.3.3	合金的塑性变形	44
3.4	陶瓷的塑性变形	45
3.4.1	单晶陶瓷的塑性	46
3.4.2	多晶陶瓷的塑性	47
3.5	黏性流动	48
3.5.1	玻璃的黏性流动	48
3.5.2	聚合物的黏性流动	61
3.6	材料的高温蠕变	64
3.6.1	蠕变机理	65
3.6.2	蠕变速率控制机理的判别	72
3.6.3	陶瓷高温蠕变的影响因素	74
3.6.4	耐火材料的蠕变	79
第4章	材料的断裂	82
4.1	概述	82
4.2	材料的断裂形式	83
4.3	理论断裂强度	84
4.4	Griffith 断裂理论	85
4.5	裂纹扩展的能量判据	90
4.6	应力强度因子 K_I 和平应变断裂韧性 K_{IC}	91
4.7	裂纹尖端的塑性区及应力强度因子的修正	94
4.7.1	裂纹尖端附近塑性区的形状和尺寸	94
4.7.2	裂纹的有效尺寸	95
4.8	断裂韧性 K_{IC} 的测试	97
4.8.1	试样及制备	97
4.8.2	测试方法	98
4.8.3	试验结果的处理	99
4.9	材料的强化和增韧	100
4.9.1	金属材料的强化	101
4.9.2	陶瓷材料的增韧	106
第5章	材料的热学性能	111
5.1	晶体的点阵振动	111
5.1.1	一维单原子点阵的振动	111
5.1.2	一维双原子点阵的振动	112
5.2	材料的热容	113
5.2.1	晶态固体热容的经验定律和经典理论	114
5.2.2	晶态固体热容的量子理论	115
5.2.3	陶瓷材料的热容	117
5.3	材料的热膨胀	119

5.3.1	热膨胀系数	119
5.3.2	固体材料热膨胀机理	120
5.3.3	热膨胀和其他性能的关系	121
5.3.4	多晶体和复合材料的热膨胀	122
5.4	材料的热传导	124
5.4.1	固体材料热传导的宏观规律	124
5.4.2	固体材料热传导的微观机理	125
5.4.3	影响热导率的因素	127
5.4.4	一些材料的导热率	131
5.5	材料的抗热震性	133
5.5.1	抗热震性的表示方法	133
5.5.2	热应力	133
5.5.3	抗热震断裂性	134
5.5.4	抗热震损伤性	137
5.5.5	影响抗震性的因素	140
第6章	材料的电学性能.....	142
6.1	材料的电导	142
6.1.1	电导的基本概念	142
6.1.2	能带结构	142
6.1.3	导电的微观机理	143
6.2	超导电性	147
6.2.1	超导现象	147
6.2.2	迈斯纳 (Meissner) 效应	147
6.2.3	超导理论	148
6.3	介质的极化	148
6.3.1	极化的基本概念	148
6.3.2	极化的量度	149
6.3.3	极化的形式	149
6.3.4	克劳修斯—莫索蒂方程	151
6.3.5	介电常数的温度系数	153
6.4	介质损耗	153
6.4.1	介质损耗的基本概念	153
6.4.2	介质损耗的形式	154
6.5	介电强度	155
6.5.1	介质在电场中的破坏	155
6.5.2	介质击穿的形式	155
6.6	铁电性	156
6.6.1	自发极化与铁电效应	156
6.6.2	铁电畴	157

6.6.3 铁电体的本质特征	157
6.7 热释电性	158
6.8 压电性	159
6.8.1 压电效应	159
6.8.2 压电振子及其参数	160
6.8.3 典型压电材料及应用	161
6.8.4 压电体、热释电体、铁电体的关系	162
6.9 热电性	162
6.9.1 赛贝克效应	162
6.9.2 帕尔帖效应	163
6.9.3 汤姆逊效应	163
第7章 材料的磁学性能.....	164
7.1 材料的磁性	164
7.1.1 基本概念	164
7.1.2 磁性的微观机理	165
7.1.3 磁性的分类	165
7.2 抗磁性与顺磁性	166
7.2.1 抗磁性	166
7.2.2 顺磁性	167
7.3 铁磁性	168
7.3.1 磁畴	168
7.3.2 磁化曲线与磁滞回线	169
7.3.3 磁各向异性和各向异性性能	170
7.3.4 磁致伸缩与磁弹性能	171
7.3.5 形状各向异性及退磁能	172
7.3.6 技术磁化	173
7.3.7 磁化曲线和磁滞回线的测量	174
7.4 铁氧体磁性材料	175
7.4.1 尖晶石型铁氧体	175
7.4.2 石榴石型铁氧体	175
7.4.3 磁铅石型铁氧体	175
7.4.4 亚铁磁性	175
参考文献.....	177

第 1 章 材料的弹性变形

本章及此后的材料的塑性变形、材料的黏性流动及材料的断裂等章，所讲述的内容属于材料的力学性能。材料的力学性能，是材料最基本的性能，始终受到人们的重视。材料的力学性质是指材料在外力作用下发生形状改变及其断裂的性质，所谓结构材料是指在外力作用下材料不会发生显著变形或断裂的材料，研究这一类材料的力学性质具有重要的意义。一般来说，材料在受外力后将发生变形，并随外力的增加相继发生弹性变形、塑性变形，最后直至断裂。图 1.1 示出了金属材料、无机非金属材料、高分子材料在受外力后的不同变形行为。从图中看出，金属材料具有典型的弹性变形、塑性变形直至断裂的变形曲线，而非金属材料与金属不同，塑性变形范围很小或者没有，如图中 $\alpha\text{-Al}_2\text{O}_3$ ，还没有发生塑性变形就断裂了。具有卷曲长链的聚合物材料（如橡胶）弹性变形极大，常用“高弹性变形”来强调这类材料特性。

人类最早学会利用的材料性质便是力学性质，如石器时代利用天然岩石的强度和硬度；青铜器时代利用铜的高塑性、高强度及加工硬化性能；而在铁器时代更是利用 Fe-C 合金的高强度、硬度和塑性。尽管如此，人类真正认识和开始系统地理解材料的力学性质起始于 19 世纪中叶，人们利用金相显微镜对材料细微组织进行了研究。在我们身边注意到的经验是金属具有延展性，陶瓷硬而脆，橡胶具有很大的弹性形变，这些迥然不同的力学行为是由其基本结构决定的。金属与陶瓷材料的晶体结构（包括键合类型）、缺陷（主要是位错）是理解和描述其力学性质的核心概念，而在高分子材料中，却是分子链的构形、交联与缠结起了关键的作用。

材料在受到外力作用时产生的形状和体积的变化，称为变形。外力除去后，变形也消失的变形过程称为弹性变形；当外力除去后，不能恢复的变形称为塑性变形。本章主要讨论弹性变形及其本质。

弹性变形的重要特征是其可逆性，即受力作用后产生变形，卸除载荷后，变形消失。

弹性体的近代研究可以追溯到 17 世纪所建立的胡克定律。基于这一定律的弹性理论观点，在施加给材料的应力 F 和所引起的应变 D 之间存在着如下的线性关系：

$$F = M \cdot D \quad (1-1)$$

式 (1-1) 中比例常数 M 是一个与材料性质有关的物理常数，它不随施加应力的大小而变化，称为弹性模量或简称模量。但是，弹性模量 M 依应力状态的形式而异；对于各向

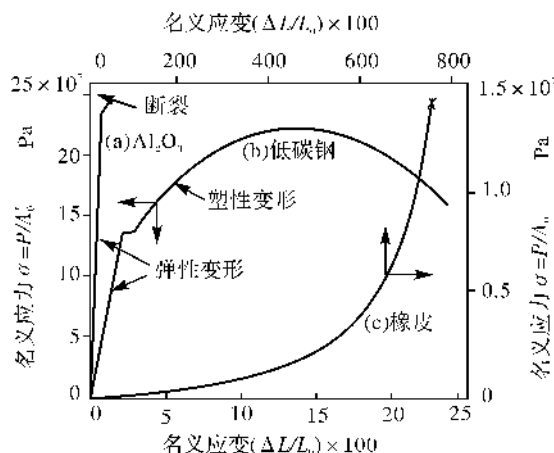


图 1.1 不同材料的拉伸应力-应变曲线

同性材料而言，单向拉伸或压缩时用正弹性模量 E （又称杨氏模量）来表征；当受到剪切变形时用剪切弹性模量 G （又称切变模量）来表征；它们分别定义为：

$$E = \frac{\sigma}{\epsilon}, G = \frac{\tau}{\gamma}, \tag{1-2}$$

式（1-2）中 σ 、 τ 分别为正应力、切应力；而 ϵ 、 γ 分别为线应变、切应变。显然，弹性模量 E 、 G 有着相同的物理意义。它们都代表了产生单位应变所需施加的应力，是材料弹性形变难易的衡量，也表征着材料恢复形变前形状和尺寸的能力。从微观上讲，弹性模量代表了材料中原子、离子或分子间的结合力。因此，它同样与代表这些结合力的其他物理参数，如熔点、沸点、德拜温度和应力波传播速度等存在函数关系。

弹性材料的应用十分广泛。从火车、汽车的强力弹簧到仪表的游丝、张丝和弹性合金等无不起着重要的作用。工程结构设计为了保证稳定性，在选择最佳结构形式的同时，必须尽量采用弹性模量高的材料。与此相反，在另外一些情况下，例如为了提高弹性形变功，人们往往采用弹性模量低的材料。因为在多次冲击加载的条件下，如果应力相等，形变功将与模量成反比。

1.1 应力和应变

在讨论材料应力应变特性之前，应该先对应力和应变这两个词加以定义。应力的定义为单位面积上所受的内力，即：

$$\sigma = \frac{F}{A} \tag{1-3}$$

式中 F ——外力；
 σ ——应力，应力的单位为 Pa；
 A ——面积。

对应力的规定，人们通常采用两种做法。第一种方法是在工程实际中广泛采用的，它是这样定义的：

$$\sigma_{\text{工程}} = \text{工程应力} = \frac{\text{载荷}}{\text{加载前的截面积}} = \frac{F}{A_0} \tag{1-4}$$

第二种是真实应力

$$\sigma_{\text{真}} = \text{真应力} = \frac{\text{载荷}}{\text{瞬时截面积}} = \frac{F}{A_i} \tag{1-5}$$

应力的规定如图 1.2 所示，围绕材料内部一点 P 取一体积单元，体积单元的六个面均垂直于坐标轴 x 、 y 、 z 。在这六个面上的作用力可分解为法向应力 σ_{xx} 、 σ_{yy} 、 σ_{zz} 和剪应力 τ_{xy} 、 τ_{xz} 、 τ_{yz} 等，每个面上有一个法向应力 σ 和两个剪应力 τ 。应力分量的 σ 、 τ 下标第一个字母表示应力作用面的法线方向，第二个字母表示应力作用的方向。法向应力若为拉应力则规定为正；若为压应力则规定为负。剪应力分量的正负规定如下：如果体积单元任一面上的法向应力与坐标轴的正方向相同，则该面上的剪应力指向坐标轴的正方向者为正；如果该

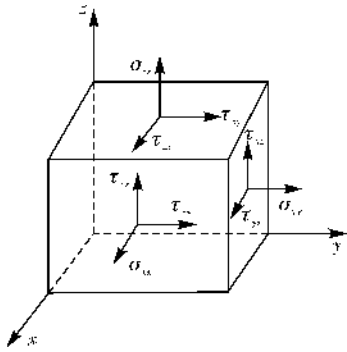


图 1.2 应力分量

面上的法向应力指向坐标轴的负方向，则剪应力指向坐标轴的负方向者为正。根据上述规定图 1.2 上所表示的所有应力分量都是正的。

根据平衡条件，体积单元上相对的两个平行面上的法向应力应该是大小相等、正负号一样的。作用在体积单元上任一平面上的两个剪应力应互相垂直。根据剪应力互等定理， $\tau_{xy} = \tau_{yx}$ ，其余类推，故一点的应力状态由六个应力分量决定，即 σ_{xx} 、 σ_{yy} 、 σ_{zz} 、 τ_{xy} 、 τ_{yz} 、 τ_{zx} 。

法向应力导致材料的伸长或缩短，剪应力引起材料的剪切畸变。

若拉力作用于细棒上，导致材料伸长，应变 ϵ (伸长) 定义如下：

$$\epsilon = \frac{L_1 - L_0}{L_0} = \frac{\Delta L}{L_0} \quad (1-6)$$

式 (1-6) 中， L_0 为原有的长度， L_1 为加上负荷后处于应变状态的长度。

ϵ 称为工程应变，若上式中分母不是原来的长度 L_0 ，而是随拉伸而变化的真实长度 L ，则真实应变定义为：

$$\epsilon_{\text{真实应变}} = \int_{L_0}^{L_1} \frac{dL}{L} = \ln \frac{L_1}{L_0} \quad (1-7)$$

通常为了方便起见，都用工程应力和应变。

在剪应力作用下发生剪切形变。剪应变的定义为物体内部一体积单元上的两个面元之间的夹角的变化，如图 1.3 所示。

边长为 h 、侧面面积为 A 的立方体承受剪应力 F 的作用，实体所示为立方体未受载作用时的状态，虚线所示为对立方体施加剪应力以后的形状。切应力 τ 和切变 γ 的定义由图中给出：

$$\tau = \frac{F}{A} \quad (1-8)$$

$$\gamma = \frac{w}{h} = \tan \theta = \theta (\text{当 } \theta \text{ 较小时}) \quad (1-9)$$

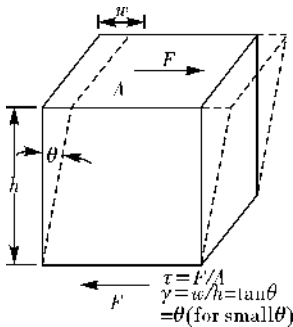


图 1.3 剪应力和剪应变

1.2 弹性变形

1.2.1 狭义胡克定律 (各向同性体)

材料在外力作用下产生变形，当外力撤除后材料又能恢复到原来的形状，这种具有可逆性的变形叫做弹性变形。陶瓷、金属、木材等许多重要材料，在正常温度下，当应力不大时，其形变是简单的弹性形变。对于弹性形变，应力与应变之间的关系是由实验建立的，就是熟知的胡克定律。

如图 1.4 所示，设想一长方体，各棱边平行于坐标轴，在垂直于 x 轴的两个面上受有均匀分布的正应力 σ_x ，实验证明，在各向同性体的情况下，这些正应力不会引起长方体的角度改变。

长方体的单位伸长可表示为：

$$\epsilon_x = \frac{\sigma_x}{E} \quad \epsilon_x = \frac{\Delta l}{l} \quad (1-10)$$



图 1.4 长方体受力形变示意

式中 E ——弹性模量，对各向同性体为一常数。

这就是胡克定律，它说明力与应变之间为线性关系。

如果材料受力前初始面积为 A_0 ，则 $\sigma_0 = \frac{F}{A_0}$ 称为名义应力，也称为工程应力，实用上一概都用名义应力。

如果 A 为受力后的真实面积，则 σ 叫真实应力，但对于形变总量很小的无机材料，两者数值相差不大，只有在高温蠕变的情况下，才有显著差别。对于应变也类似。

当长方体伸长时，侧向要发生横向收缩，如图 1.4 所示，由 σ_x 引起的，在 y 、 z 方向的收缩为：

$$\left. \begin{aligned} \epsilon_y &= \frac{c' - c}{c} = -\frac{\Delta c}{c} \\ \epsilon_z &= \frac{b' - b}{b} = -\frac{\Delta b}{b} \end{aligned} \right\} \quad (1-11)$$

定义横向收缩系数 ν 为：

$$\nu = \left| \frac{\epsilon_y}{\epsilon_x} \right| = \left| \frac{\epsilon_z}{\epsilon_x} \right| \quad (1-12)$$

式中， ν 叫泊松比，由 1-12 式可得：

$$\epsilon_y = -\nu \epsilon_x = -\nu \frac{\sigma_x}{E}, \epsilon_z = -\nu \frac{\sigma_x}{E} \quad (1-13)$$

如上述长方体各面分别受有均匀分布的正应力 $\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z$ ，则在各方向的总应变可以将三个应力分量中的每一个应力分量所引起的应变分量叠加而求得，此时，胡克定律表示为：

$$\left. \begin{aligned} \epsilon_x &= \frac{1}{E} [\sigma_x - \nu(\sigma_y + \sigma_z)] \\ \epsilon_y &= \frac{1}{E} [\sigma_y - \nu(\sigma_x + \sigma_z)] \\ \epsilon_z &= \frac{1}{E} [\sigma_z - \nu(\sigma_x + \sigma_y)] \end{aligned} \right\} \quad (1-14)$$

对于剪切应变则有：

$$\left. \begin{aligned} \gamma_{xy} &= \frac{\tau_{xy}}{G} \\ \gamma_{yz} &= \frac{\tau_{yz}}{G} \\ \gamma_{xz} &= \frac{\tau_{xz}}{G} \end{aligned} \right\} \quad (1-15)$$

E 、 ν 之间有下面关系：

$$G = \frac{E}{2(1+\nu)} \quad (1-16)$$

在各向同性压力 P 作用下， $\sigma_x = \sigma_y = \sigma_z = -P$ ，则由 (1-14) 式有：

$$\epsilon = \epsilon_x = \epsilon_y = \epsilon_z = \frac{1}{E} [-P - \nu(-2P)] = \frac{P}{E} (2\nu - 1) \quad (1-17)$$

相应的体积变化为：

$$\frac{\Delta V}{V} = (1 + \epsilon)(1 + \epsilon)(1 + \epsilon) - 1$$

将上式展开，略去 ϵ 的二次项以上的微量得：

$$\frac{\Delta V}{V} = 3\epsilon = \frac{3P}{E}(2\nu - 1) \quad (1-18)$$

我们定义各向同性的压力 P 除以体积变化率为材料的体积模量 K ：

$$K = \frac{-P}{\Delta V/V} = \frac{-E}{3(2\nu - 1)} = \frac{E}{3(1 - 2\nu)} \quad (1-19)$$

上述各种结果是假定材料为各向同性体而得出的。对大多数多晶材料来说，虽然微观上各晶粒具有方向性，但因晶粒数量巨大，且混乱排列，故宏观上可以当做各向同性体处理。单晶及其有织构的材料或复合材料（用纤维增强的）具有明显的方向性，此时，各种弹性常数将随方向而不同，胡克定律将有更一般的应力-应变关系。

对于弹性变形，一般材料的泊松比在 $0.2 \sim 0.3$ 之间，大多数材料为 $0.2 \sim 0.25$ 。陶瓷材料的弹性模量 E 随材料不同变化范围很大，约在 $10^9 \sim 10^{11} \text{ N/m}^2$ 之间。

1.2.2 广义胡克定律（各向异性体）

模型的建立：对于各向异性的陶瓷材料，要确定其受力后某一点的应力-应变关系，所采用的方法仍然同材料力学中常用的那样，确定任意一点的应力-应变情况，先围绕此点取立方基元体，研究该基元体表面上的接触力，利用叠加原理建立应力-应变关系。

大家知道，力是有方向性的，同样应力也有方向性，一般地说，应力和其作用面不一定垂直，可把它分解为三个分量，如图 1.5 所示，一个是垂直于作用面的正应力 σ ，另两个是平行于作用面的剪应力 τ_1 和 τ_2 ，这三个应力分量相互垂直。

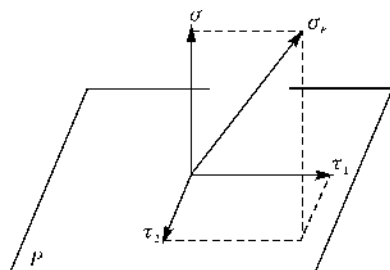


图 1.5 应力的分解

然后，在材料内部一点，取一体积单元，建立如图 1.2 的坐标系，标出正应力和剪应力，一点的应力状态由 σ_{xx} 、 σ_{yy} 、 σ_{zz} 、 τ_{xy} 、 τ_{yz} 和 τ_{zx} 六个分量决定。

广义胡克定律：

对于各向异性体， $E_x \neq E_y \neq E_z$ ， $\nu_{xy} \neq \nu_{yz} \neq \nu_{zx}$

在单向受应力 σ_x 时， y 、 z 两个方向的应变为：

$$\epsilon_{yx} = -\nu_{yx}\epsilon_{xx} = -\nu_{yx}\frac{\sigma_{xx}}{E_x} = S_{21}\sigma_{xx} \quad (1-20)$$

式中 $S_{21} = -\frac{\nu_{yx}}{E_x}$ ，称之为弹性柔顺系数。

$$\left. \begin{aligned} \text{同理：} \epsilon_{zx} &= -\nu_{zx}\frac{\sigma_{xx}}{E_x} = S_{31}\sigma_{xx} & S_{31} &= -\frac{\nu_{zx}}{E_x} \\ \epsilon_{xx} &= \frac{\sigma_{xx}}{E_x} = S_{11}\sigma_{xx} & S_{11} &= \frac{1}{E_x} \end{aligned} \right\} \quad (1-21)$$

柔顺系数 S 的下标，十位数为应变方向，个位数为所受应力的方向。

对于同时受到三向应力的各向异性材料，除正应力对应变有上述关系外，剪应力 τ_{xy} 也会对正应变 ϵ_x 有影响，而且正应力 σ_x 也会对剪应变 γ_{xy} 有影响，写成三向通式为：

$$\begin{aligned}
\epsilon_x &= S_{11}\sigma_{xx} + S_{12}\sigma_{yy} + S_{13}\sigma_{zz} + S_{14}\tau_{yz} + S_{15}\tau_{zx} + S_{16}\tau_{xy} \\
\epsilon_y &= S_{21}\sigma_{xx} + S_{22}\sigma_{yy} + S_{23}\sigma_{zz} + S_{24}\tau_{yz} + S_{25}\tau_{zx} + S_{26}\tau_{xy} \\
\epsilon_z &= S_{31}\sigma_{xx} + S_{32}\sigma_{yy} + S_{33}\sigma_{zz} + S_{34}\tau_{yz} + S_{35}\tau_{zx} + S_{36}\tau_{xy} \\
\gamma_{xy} &= S_{41}\sigma_{xx} + S_{42}\sigma_{yy} + S_{43}\sigma_{zz} + S_{44}\tau_{yz} + S_{45}\tau_{zx} + S_{46}\tau_{xy} \\
\gamma_{yz} &= S_{51}\sigma_{xx} + S_{52}\sigma_{yy} + S_{53}\sigma_{zz} + S_{54}\tau_{yz} + S_{55}\tau_{zx} + S_{56}\tau_{xy} \\
\gamma_{zx} &= S_{61}\sigma_{xx} + S_{62}\sigma_{yy} + S_{63}\sigma_{zz} + S_{64}\tau_{yz} + S_{65}\tau_{zx} + S_{66}\tau_{xy}
\end{aligned} \quad (1-22)$$

这就是广义胡克定律，式中的 S_{ij} 是应变分量与应力分量间的比例系数，称为弹性柔度。我们自然可以把关系式改为另一个样子：

$$\begin{aligned}
\sigma_{xx} &= C_{11}\epsilon_{xx} + C_{12}\epsilon_{yy} + C_{13}\epsilon_{zz} + C_{14}\gamma_{yz} + C_{15}\gamma_{zx} + C_{16}\gamma_{xy} \\
\sigma_{yy} &= C_{21}\epsilon_{xx} + C_{22}\epsilon_{yy} + C_{23}\epsilon_{zz} + C_{24}\gamma_{yz} + C_{25}\gamma_{zx} + C_{26}\gamma_{xy} \\
\sigma_{zz} &= C_{31}\epsilon_{xx} + C_{32}\epsilon_{yy} + C_{33}\epsilon_{zz} + C_{34}\gamma_{yz} + C_{35}\gamma_{zx} + C_{36}\gamma_{xy} \\
\tau_{xy} &= C_{41}\epsilon_{xx} + C_{42}\epsilon_{yy} + C_{43}\epsilon_{zz} + C_{44}\gamma_{yz} + C_{45}\gamma_{zx} + C_{46}\gamma_{xy} \\
\tau_{yz} &= C_{51}\epsilon_{xx} + C_{52}\epsilon_{yy} + C_{53}\epsilon_{zz} + C_{54}\gamma_{yz} + C_{55}\gamma_{zx} + C_{56}\gamma_{xy} \\
\tau_{zx} &= C_{61}\epsilon_{xx} + C_{62}\epsilon_{yy} + C_{63}\epsilon_{zz} + C_{64}\gamma_{yz} + C_{65}\gamma_{zx} + C_{66}\gamma_{xy}
\end{aligned} \quad (1-23)$$

式中 C_{ij} 为刚度系数。弹性柔度和弹性刚度系数各有 36 个。可以证明存在着 $S_{ij} = S_{ji}$ 、 $C_{ij} = C_{ji}$ ($i \neq j$ 时) 的关系。

$C_{ij} = C_{ji}$ ($i \neq j$) 证明如下：

从晶体弹性应变能的角度考虑，当晶体应变增加 $d\epsilon_j$ 时，作用在晶体内单位立方体上的力所做的功为 dW 。

$$dW = \sigma_i d\epsilon_j \quad (1-24)$$

假定 σ_1 使晶体发生应变，而其余的 ϵ_j 为零，则对每单位体积做的功为：

$$W_1 = \int_0^{\epsilon_1} \sigma_1 d\epsilon_1 = \int_0^{\epsilon_1} C_{11}\epsilon_1 d\epsilon_1 = \frac{1}{2}C_{11}\epsilon_1^2 \quad (1-25)$$

然后再假设 σ_2 使晶体发生 ϵ_2 的应变 ($\epsilon_3 = \epsilon_4 = \epsilon_5 = \epsilon_6 = 0$) 则做的功为：

$$W_2 = \int_0^{\epsilon_2} \sigma_2 d\epsilon_2 = \int_0^{\epsilon_2} C_{22}\epsilon_2 d\epsilon_2 + \int_0^{\epsilon_2} C_{21}\epsilon_1 d\epsilon_2 = \frac{1}{2}C_{22}\epsilon_2^2 + C_{21}\epsilon_1\epsilon_2 \quad (1-26)$$

单位体积晶体内贮藏的总应变能（弹性应变能）为：

$$W = W_1 + W_2 = \frac{1}{2}C_{11}\epsilon_1^2 + C_{21}\epsilon_1\epsilon_2 + \frac{1}{2}C_{22}\epsilon_2^2 \quad (1-27)$$

通过首先使晶体变形 ϵ_2 ，然后再变形 ϵ_1 可以得到同样的应变状态和弹性应变能：

$$W = \frac{1}{2}C_{22}\epsilon_2^2 + C_{12}\epsilon_2\epsilon_1 + \frac{1}{2}C_{11}\epsilon_1^2 \quad (1-28)$$

从上面两个方程可知：

$$C_{12} = C_{21}, \text{ 并且一般有 } C_{ij} = C_{ji} (i \neq j)$$

这样，独立的系数只有 21 个。晶体的弹性常数的个数与其体构的复杂性（尤其是对称性）有关，对称性最差的三斜晶系有 21 个弹性常数，单斜晶系有 13 个，斜方晶系有 9 个，四方晶系和三方晶系有 7 个或 6 个，六方晶系有 5 个，立方晶系则有 3 个弹性常数。例如，在立方晶系中，沿三根坐标轴向是等效的，因此有 $C_{11} = C_{22} = C_{33}$ ， $C_{12} = C_{23} = C_{31}$ ， $C_{44} = C_{55} = C_{66}$ 。

1.3 弹性模量及其影响因素

1.3.1 弹性模量的本质

弹性模量 E 是一种重要的材料常数，正如熔点、硬度是材料内部原子间结合强度的指标一样，弹性模量 E 也是原子间结合强度的一种指标。而晶体的其他物理性质也都与晶体的结构和维系这个结构的质点间相互作用力有关。因而研究弹性模量的本质及其影响因素，不仅能有效地运用和提高材料的弹性，而且对研究材料原子间键合性质，以及间接地探讨其他物理性质都有重要意义。

我们知道一个系统的平衡状态由其自由能， $F=U-TS$ 的极小值所决定。如果加上外力使一个固体拉伸，就会偏离其平衡状态，使之自由能增大。通常固体作弹性拉伸时，其原子间距增大，因而外力对抗了原子间作用力做了功，导致固体的内能 U 增加，从而使自由能增大。因此常规弹性来源于内能增加引起的自由能增加。

下面我们来分析原子间的相互作用力和弹性常数间的关系。如图 1.6 所示，在 $r=r_0$ 时，原子 1 和 2 处于平衡，其合力 $F=0$ 。当原子受到拉伸时，原子 2 向右位移，最初位移与力呈线性变化，以后逐渐偏离，当达到 r' 时合力最大，过后合力又减小。这个最大合力，就相当于材料断裂时的作用力。此时位移 $r' - r_0 = \delta$ 就相当于材料断裂时伸长量。如果我们仅考虑位移与力呈线性变化时的情况，可以近似地求出弹性常数：

$$K_S \approx \frac{F}{\delta} = \tan \alpha \quad (1-29)$$

从图中看出 K_S 是在 $r=r_0$ 时合力曲线的斜率。因此，弹性常数 K_S 的大小，反映了原子间作用力和距离曲线在 $r=r_0$ （即平衡位置）处斜率的大小。

我们再从双原子间势能的曲线来研究。势能大小是原子间距离 r 的函数 $U(r)$ 。而原子在平衡位置时的距离为 r_0 ，势能为 $U(r_0)$ ，当受力作用使原子间距离增大为 $r_0 + \delta$ 时，势能是 $U(r_0 + \delta)$ ，将它按泰勒级数展开，得

$$U(r) = U(r_0 + \delta) = U(r_0) + \left(\frac{\partial U}{\partial r} \right)_{r_0} \delta + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial^2 U}{\partial r^2} \right)_{r_0} \delta^2 + \text{高次项} \quad (1-30)$$

此处 $U(r_0)$ 是指 $r=r_0$ 时的势能，由于 $r=r_0$ 时势能曲线有一极小值，从数学上说， $\left(\frac{\partial U}{\partial r} \right)_{r_0} = 0$ 。此外，由于我们所讨论的变形是弹性变形范围， δ 值必然大大小于 r_0 ，因此可忽略高次项。于是：

$$U(r_0 + \delta) = U(r_0) + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial^2 U}{\partial r^2} \right)_{r_0} \delta^2 \quad (1-31)$$

由此得出：

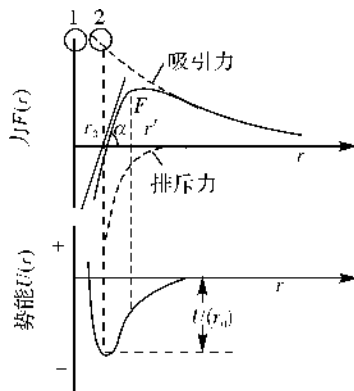


图 1.6 原子间作用力及其势能和距离的关系

F = dU(r)/dr = (∂²U/∂r²)_{r_0} δ (1 - 32)

式中，(∂²U/∂r²)_{r_0} 就是势能曲线在最小值 U(r_0) 处的曲率。从数学上看，显然它是与 δ 无关的，也就是说它是一个常数。因此，式 (1 - 32) 就和胡克定律相符，得出 K_s = (∂²U/∂r²)_{r_0}。由此知道，弹性常数 K_s 值的大小实质上反映了原子间势能曲线极小值尖峭度的大小。因而，势能最小值越低，则势阱越深，改变原子之间的相对距离所做的功越大，弹性模量越大。

共价键的势能 U(r) 曲线的谷比金属键和离子键的深，因此，它的弹性刚度系数比金属键和离子键的大。从表 1 - 1、1 - 2、1 - 3 列出的数值可知，以共价键占优势的 TiC 比纯离子键的卤化物刚度系数大，而键性介于两者之间的 MgO 刚度系数的数值也在两者之间。

表 1 - 1 立方 NaCl 结构的离子晶体和共价晶体刚性常数，
以及具有立方结构的金属晶体的刚性常数 (10⁴ MPa, 20℃)

晶 体	C ₁₁ (实验值)	C ₁₂ (实验值)	C ₄₄ (实验值)
LiF	11. 1	4. 20	6. 30
NaCl	4. 87	1. 23	1. 26
NaBr	3. 87	0. 97	0. 97
KCl	3. 98	0. 62	0. 62
KBr	3. 46	0. 58	0. 51
MgO	28. 92	8. 80	15. 46
TiC	50. 00	11. 30	17. 50
Fe	22. 8	13. 20	11. 65
Mo	46. 0	17. 6	11. 0
Ta	26. 7	16. 1	8. 25
V	22. 8	11. 9	4. 26
W	50. 1	19. 8	15. 14

表 1 - 2 一些六方结构晶体的刚性常数 (10⁴ MPa, 20℃)

晶 体	C ₁₁	C ₁₂	C ₄₄	C ₃₃	C ₁₃
C (石墨)	116	29	0. 23	4. 66	10. 9
ZnO	20. 97	12. 11	4. 25	21. 09	10. 51
Be	29. 23	2. 67	16. 25	33. 64	1. 4
Co	30. 70	16. 50	7. 83	35. 81	10. 3
Hf	18. 11	7. 72	5. 57	16. 69	6. 61
Ti	16. 24	9. 20	4. 67	18. 07	6. 90
Zr	14. 34	7. 28	3. 20	16. 48	6. 53

表 1 - 3 一些具有高杨氏模量的多晶无机材料

材 料	密度 d(g/cm³)	杨氏模量 E=1/S ₁₁ (9. 8×10³ MPa)	E/d(10⁸ cm)	熔点 (℃)
AlN	3. 3	3. 5	11	2450

续表

材 料	密度 $d(\text{g}/\text{cm}^3)$	杨氏模量 $E=\frac{1}{S_{11}}$ ($9.8 \times 10^3 \text{MPa}$)	$E/d(10^8 \text{cm})$	熔点 ($^{\circ}\text{C}$)
Al_2O_3	4.0	3.8	10	2025
B	2.3	4.2	18	2300
Be	1.8	3.1	17	1350
C	2.3	7.7	33	3500
MgO	3.6	2.9	8	2800
Si	2.4	0.9	4	1400
SiC	3.2	5.6	18	2600
Si_3N_4	3.2	3.8	12	1900
TiN	5.4	3.5	7	2950
BeO	3.0	3.8	13	2530

实验上观察到，多数多晶金属材料，其弹性限度仅为 0.2%，超过这个范围便发生塑性变形。其中的原因是金属中总有大量的位错存在，由于金属键使得位错滑移很容易发生，从而大大降低了其理论强度。

陶瓷材料的特征是硬而脆，也就是其弹性模量很高（通常是金属的 10 倍），但其变形量很小，以至于很难利用拉伸实验获得弹性模量的数据。这是因为陶瓷通常的键合是离子键或共价键，原子之间的相互作用力很强，相互之间键角十分固定，以至于很难变形，另一方面，材料内部的微观缺陷（如位错、空位、晶界和微裂纹）也显著地降低了理论强度，而且由于键合的特点，使得陶瓷的应力释放以裂纹的扩展为主，而不像金属那样依靠位错的滑移而进行。

对于高分子材料来说，又是另外一种情况。高弹性指物体可以伸长很多倍的性质，人们非常熟悉的橡皮筋就属于这类特别的弹性体。它们具有两点特征，一是宏观变形量特别大，很容易发生大的弹性变形，形变量甚至可以达到百分之几百，相对于金属和陶瓷而言，它可谓是巨弹性体，二是弹性模量很小。如果基于上面讨论的弹性模型，这一现象很难得到解释，不可能想像两个原子之间拉伸了几个原子间距还能不发生断裂分离，并且能够在应力释放之后回复到初始的位置。

一般的固体在张力作用下会产生弹性的伸长，当外力撤去后，又恢复原状。通常伸长到 1% 左右就到了弹性极限。而一块高弹性材料则可以弹性地拉伸到原来尺度的 10 倍，两者差异是如此之大，就应归源于机制不同。

根据自由能的表达式我们知道，系统自由能是由系统的内能和熵两部分组成的，因此增加内能或者减少熵都可以使系统的自由能增大。系统内能的增加带来自由能的增加导致了常规弹性的产生，而系统熵的减小所引起的自由能的增加则是高弹性产生的根本原因，如图 1.7 所示。

橡胶的拉伸使交联点间的分子线段变直，但基本上不影响分子中的原子间距。将弯曲的分子线团拉直，导致分子线段的位形熵减小，也就是说拉伸结果是使有序度增加，因而外力的做功会使熵减

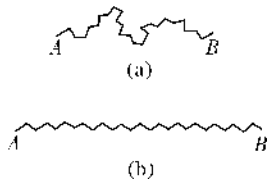


图 1.7 在交联点

A、B 之间的分子值

(a) 松塌状态；

(b) 完全张开状态