

材 料 力 学

傅衣铭 熊慧而 编著

湖南大学 出版社

2007 年 · 长沙

内 容 简 介

本书内容符合教育部最新颁布的材料力学教学大纲的基本要求。全书分为 12 章和 3 个附录。主要内容包括:基本假设与基本概念,材料的力学性能,构件在各种基本变形下的内力、应力与应变,复杂应力状态,强度理论,组合变形,压杆稳定,能量法,动荷载和疲劳等问题。各章均附有思考题与习题。

本书适于作工程力学、土木建筑、机械与汽车工程、材料科学与工程、环境科学与工程、航空航天等工科专业的教材,也可供其他专业师生及有关工程技术人员参考。

图书在版编目(CIP)数据

材料力学/傅衣铭,熊慧而编著.

—长沙:湖南大学出版社,2007.1

ISBN 978-7-81113-119-2

I. 材... II. ①傅... ②熊... III. 材料力学—高等学校—教材

IV. TB 301

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2007)第 004266 号

材料力学

Cailiao Lixue

作 者:傅衣铭 熊慧而 编著

责任编辑:厉 亚

封面设计:张 毅

出版发行:湖南大学出版社

社 址:湖南·长沙·岳麓山

邮 编:410082

电 话:0731-8821691(发行部),8821142(编辑室),8821006(出版部)

传 真:0731-8649312(发行部),8822264(总编室)

电子邮箱:pressliy@hnu.cn

网 址: <http://press.hnu.cn>

印 装:湖南省地质测绘印刷厂

开本:787×1092 16 开

印张:22.25

字数:514 千

版次:2007 年 1 月第 1 版

印次:2007 年 1 月第 1 次印刷

印数:1~5 000 册

书号:ISBN 978-7-81113-119-2/TB·6

定价:34.00 元

版权所有,盗版必究

湖南大学版图书凡有印装差错,请与发行部联系

前 言

本书在妥善处理传统内容与现代科技知识的关系,以及传授知识与培养能力的关系等方面进行了努力的探索,以达到既能保证基础,又能拓宽学生知识面、增强应用能力的目的。其主要特点在于:改变了现有教材中依据构件的四种基本变形而分别阐述由内力到应力、变形的格局,将构件的内力分析集中阐述;在此基础上,以讲解构件在不同载荷形式下的力学响应(应力、变形)为主线,以力学模型的建立和求解方法为核心,围绕构件的强度、刚度、稳定性问题及相应的破坏准则进行伸展,从而形成论述清晰、结构严谨、内容精练的新体系;且在保证基础的前提下,注重了知识的更新和应用能力的训练。

本书共分为 12 章,3 个附录。主要内容包括:基本假设与基本概念,材料的力学性能,构件在各种基本变形下的内力、应力与应变,复杂应力状态,强度理论,组合变形,压杆稳定,能量法,动荷载和疲劳等问题。各章均附有思考题与习题。本教材的 1,2,3,4,6,7,9,11,12 章及附录 A,B,C 由傅衣铭编著,5,8,10 章由熊慧而编著。

本书承湖南大学熊祝华教授、蒯行成教授和任毕乔副教授认真细致的审阅,他们提出了许多宝贵的意见,在此表示衷心的感谢。

由于编者水平有限,书中难免存在不足和疏漏之处,欢迎读者批评指正。

编 者

2006 年 10 月于湖南大学

目 次

第 1 章 绪论	1
1.1 材料力学的任务与研究对象	1
1.2 材料力学的基本假设与力学模型	3
1.3 内力、应力与应变的概念	5
1.4 杆件变形的基本形式	10
思考题	11
第 2 章 杆件的内力	12
2.1 拉压内力	12
2.2 剪切内力	14
2.3 扭转内力	16
2.4 弯曲内力	20
2.5 剪力、弯矩与荷载集度的微分关系	31
思考题	37
习题	37
第 3 章 杆轴向拉压的应力与变形	46
3.1 拉压杆的应力与圣维南原理	46
3.2 拉压杆的变形	49
3.3 拉压与剪切应变能	53
3.4 材料拉压的力学性能	56
3.5 许用应力与强度条件	63
3.6 联接部件的强度计算	66
3.7 简单拉压超静定问题	71
3.8 温度应力与装配应力	75
3.9 应力集中的概念	79
思考题	80
习题	81
第 4 章 轴扭转的应力与变形	88
4.1 圆轴扭转的应力与强度条件	88
4.2 圆轴扭转的变形与刚度条件	97

4.3 非圆截面轴扭转	103
4.4 圆柱形密圈螺旋弹簧的应力与变形	106
思考题	110
习题	110
第5章 梁弯曲的应力与变形	115
5.1 弯曲正应力	115
5.2 矩形截面梁与薄壁梁的弯曲切应力	120
5.3 梁的强度条件	126
5.4 梁的合理强度设计	129
5.5 开口薄壁截面梁的弯曲切应力和弯曲中心	131
5.6 复合梁与夹层梁的应力分析	137
5.7 梁的变形	142
5.8 计算梁位移的叠加法	149
5.9 简单超静定梁	152
5.10 梁的刚度校核与合理设计	155
思考题	157
习题	158
第6章 应力与应变状态分析	171
6.1 应力状态的描述	171
6.2 平面应力状态分析的解析法	172
6.3 平面应力状态分析的图解法	177
6.4 三向应力状态	182
6.5 平面应变状态分析	184
6.6 广义胡克定律	187
6.7 复杂应力状态下的应变能	191
思考题	192
习题	193
第7章 强度理论	198
7.1 强度理论概述	198
7.2 四种经典强度理论	198
7.3 莫尔强度理论	203
思考题	206
习题	207

第 8 章 杆件组合变形的强度计算	209
8.1 斜弯曲	209
8.2 弯拉(压)组合变形与截面核心	212
8.3 弯扭组合变形	219
思考题	222
习题	222
第 9 章 压杆稳定问题	228
9.1 压杆稳定的概述	228
9.2 细长压杆的临界荷载	229
9.3 欧拉公式的适用范围	234
9.4 压杆的稳定校核与合理设计	237
思考题	242
习题	243
第 10 章 能量方法	247
10.1 应变能的一般表达式	247
10.2 互等定理	252
10.3 余能与卡氏第二定理	254
10.4 虚功原理与单位荷载法	258
10.5 图乘法	263
10.6 能量法在复杂问题中的应用	267
思考题	274
习题	274
第 11 章 动荷载	281
11.1 概述	281
11.2 考虑惯性力构件的应力和变形计算	281
11.3 强迫振动的应力计算	286
11.4 杆件受冲击时的应力和变形计算	289
11.5 冲击韧度	295
思考题	297
习题	297
第 12 章 疲劳与断裂	300
12.1 交变应力与疲劳破坏概述	300
12.2 交变应力的类型	301
12.3 S-N 曲线和材料的疲劳极限	302

12.4 影响构件疲劳极限的主要因素.....	304
12.5 构件疲劳强度的计算.....	307
思考题.....	310
习题.....	310
 附录 A 平面图形的几何性质.....	 312
A.1 静矩与形心	312
A.2 惯性矩、极惯性矩与惯性积	315
A.3 平行移轴公式	318
A.4 转轴公式	320
思考题.....	324
习题.....	325
 附录 B 型钢表	 328
 附录 C 习题答案	 335
 参考文献.....	 346

第 1 章 绪 论

1.1 材料力学的任务与研究对象

1.1.1 材料力学的任务

在工程中,各类结构和机械是由若干部件组成的,这些部件分别称为结构构件和机械零件,通常统称为**构件**。例如图 1.1 所示的厂房柱、吊车梁、屋架中的各杆等均为构件。

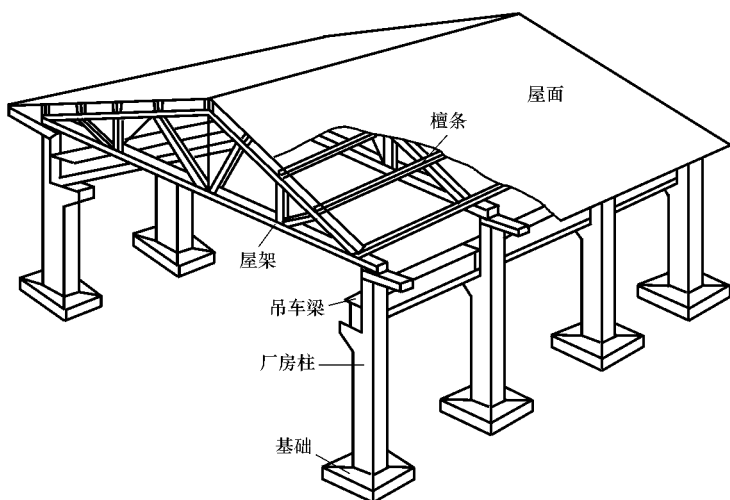


图 1.1

由于构件或结构的实际情况是多样而复杂的,不可能也不必要完全照原型来进行力学分析,因此应抓住其主要因素,忽略一些次要因素,对构件或结构本身、所受的荷载以及所受的约束情况进行简化,得到基本上能反映其实况,又便于分析的理想的结构计算模型,这种理想的计算模型又称为**计算简图**。例如对图 1.1 所示的厂房,在作结构力学分析时,可将厂房柱和屋架一起简化为如图 1.2a 所示的横向排架,屋架简化为如图 1.2b 所示的桁架;进一步地,在作构件力学分析时,可将屋架中的各杆简化为如图 1.2c 所示的轴向拉(压)杆,把吊车梁或檩条简化为如图 1.2d 所示的简支梁。

结构和机械在外力作用下不能正常工作和运转时称为**失效**,一般也称为“破坏”。为了保证结构和机械不失效,它们的构件必须不失效。这主要表现为如下的三个方面:

构件应具有足够的强度 所谓强度是指构件在外力作用下抵抗破坏的能力。在工程实际中,对于由脆性材料制成的构件,要求它们在外力作用下不发生断裂,否则视为失效;而对于由塑性材料制成的构件,往往要求它们不出现不可恢复的变形(称为塑性变形),否则也视为失效。因此,所谓构件应具有足够的强度是指按照设计要求,构件在外力作用下

不发生断裂或不出现不允许的塑性变形。

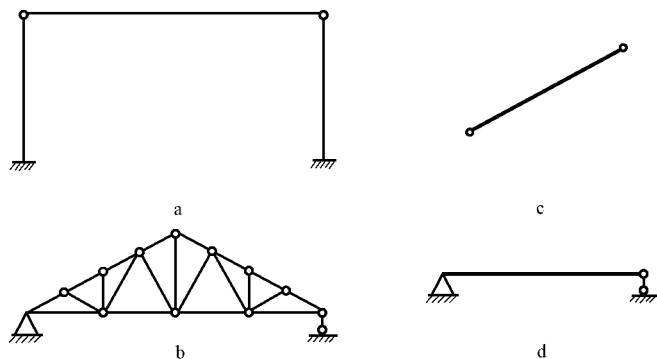


图 1.2

构件应具有足够的刚度 构件受到外力作用时,其尺寸与形状的变化称为**变形**。所谓**刚度**是指构件在外力作用下抵抗变形的能力。在工程实际中,对某些构件除了要求它们满足强度要求外,还往往要求它们的变形不超过正常工作允许的限度,否则视为失效。例如,机床的主轴变形过大,将影响加工精度;吊车梁的变形过大,将使吊车不能正常运动,甚至脱轨造成事故。因此,所谓构件应具有足够的刚度是指构件的变形不能超出工程许可的限度。

构件应具有足够的稳定性 构件保持原来平衡形式不变的能力称为**稳定性**。细长杆、薄壁圆筒、薄板等,在压力作用下有可能丧失平衡的稳定性,如受压直杆可能被压弯。为了保证构件的正常工作,要求构件保持其原来的平衡形式不变,否则视为失效。

所谓**构件的承载能力**是指构件在按设计要求不失效的前提下,能够承受的最大荷载值。

对构件在强度、刚度和稳定性三方面的要求,有时统称为“强度”要求,这是在更广泛意义下的强度,今后记为“强度”。构件满足“强度”要求是指构件设计的安全方面。此外构件设计还要考虑经济方面,如力求节省材料等。安全和经济两个方面的要求形成的矛盾在构件设计中应合理解决。

综上所述,材料力学作为固体力学的一个分支,其主要任务是研究构件在外力作用下的变形、受力与破坏规律,为合理设计构件提供有关强度、刚度与稳定性分析的基本理论和方法。

1.1.2 材料力学的研究对象

工程中不同类型的构件,可按照其几何特征,分为杆、板、壳和块体。

若构件一个方向的尺寸远大于其他两个方向的尺寸,则称为**杆件**(图 1.3)。杆件是工程中最常见、最基本的构件。杆件的形状与尺寸由其轴线与横截面确定。轴线通过杆件横截面的形心,横截面与轴线相互正交。根据轴线与横截面的特征,杆件

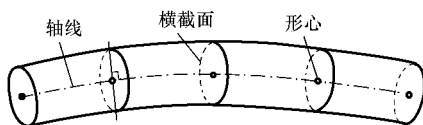


图 1.3

可分为直杆与曲杆,等截面杆与变截面杆等。

若构件一个方向的尺寸远小于其他两个方向的尺寸,则称为**板件**(图 1.4)。平分板件厚度的几何面,称为**中面**。中面为平面的板件称为**板**(图 1.4a);中面为曲面的板件称为**壳**(图 1.4b)。

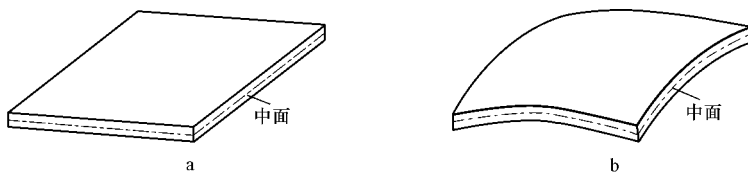


图 1.4

块体即为三个方向上的尺寸相差不大的物体。例如,建筑物的基础、坝体以及挡土墙等,均可归为块体。

材料力学的主要研究对象是杆,以及由若干杆组成的简单杆系。同时也研究一些形状与受力都比较简单的板与壳。至于一般较复杂的杆系、板壳与块体问题,则属于结构力学与弹性力学等分支学科的研究范畴。

1.2 材料力学的基本假设与力学模型

在固体力学的研究中,构件是用可变形的固体材料制造的,因此构件是可变形固体,或简称为**变形固体**。实际的研究对象是极其复杂的,为了使问题得到不同程度的简化,以便获得符合工程要求的解答,必须根据具体情况对客观对象加以简化,建立各种作为研究对象的力学模型,简称为**建模**。当然,模型不等同于原型,但必须近似于原型。其近似程度取决于人们认识客观对象的深度(即科学水平)及人们可用的研究手段(即技术水平,例如,实验技术、计算技术的水平)。因此,建立力学模型有两个要求,一要具有科学性——是原型的最好近似,二要具有实用性——便于分析计算。

在科学研究中,模型往往用**假设**或**假说**的形式提出。实际上,科学研究离不开建立模型,因此也离不开假设。

在固体力学中(包括材料力学),一般是在三个层次上建立模型,即物质(材料)的构成模型、物质的本构模型和结构(构件)的计算模型。

1.2.1 物质的构成模型——连续性和均匀性假设

物质的构成一般有两类模型,即连续介质模型和离散粒子模型,前者属于宏观唯象模型,后者属于基本粒子模型。在力学中目前广泛采用的是连续介质模型,即认为组成构件的物质是连续地、无空隙地充满物体的几何空间。此即**连续性假设**。这样,构件内的一些力学量(如各点的位移),即可用坐标的连续函数表示,并可采用无限小的数学分析方法。实际的物质是由离散的粒子构成的,不是连续介质,但当研究对象的宏观尺寸远比粒子的间隙大时,可以略去这些空隙而将物质视作连续介质。

应该指出,连续性不仅存在于构件变形前,而且存在于变形后,即构件内变形前相邻

近的质点在变形后仍保持邻近,既不产生新的空隙或孔洞,也不出现重叠现象。所以,上述假设也称为**变形连续性假设**。

另外,物质粒子(如金属晶粒)的力学性能彼此是有差异的,但当所研究物体中包含的粒子数极多,且粒子又是随机排列的,则其统计平均的力学性能可认为是各处相同的。于是可假设物质的宏观力学性能是均匀的,此即**均匀性假设**。按此假设,从构件内部任何部位所切取的微小单元体(简称为微体),都具有与构件完全相同的性能。这样,通过试样所测得的材料性能,也可用于构件内的任何部位。

材料力学是研究构件的宏观力学性能及其在外力作用下的响应(内力和变形)的,因此可以采用上述均匀性、连续性假设。但当研究发生在晶粒或分子上的现象时,就不能采用均匀、连续介质模型。

1.2.2 物质的本构模型

反映物质力学性能的是物质的本构模型,又称**本构关系**,如胡克定律。物质的本构关系是力学中最基本的关系,又是最复杂的关系。物质的力学性能不仅与物质自身的组成成分、组成结构有关,而且与其工作状态和工作环境密切相关。因此要建立统一的、适用于各种情况的物质本构关系是不现实的,也是不可能的。为此,人们只能建立在一定条件下能反映一类或一大类物质主要力学性能的关系,即建立有限的物质本构模型。这些模型所反映的物质常称为**理想物质**。理想物质不是真实物质,它是真实物质在一定条件下的近似模拟。在固体力学中,最基本和最简单的本构模型有弹性、塑性和粘性模型。引起变形的外因(如外力)除去后,变形随之消失的力学性能称为**弹性**;外因除去后,变形不能消失的力学性能称为**塑性**,不能恢复的变形称为**塑性变形**;当材料的力学性能具有时间效应,即材料的力学性能与荷载的持续时间及加载速率相关时,称为**粘性**。

此外,一般还假定固体材料在各个方向上的力学性能完全相同,称为**各向同性假设**。对于金属而言,晶粒在不同方向上的力学性能一般是不相同的,但是,由于金属构件所含的晶粒极多,又是随机排列的,在宏观上仍可近似地认为是各向同性材料。例如,铸钢、铸铜和玻璃等都可认为是各向同性材料。在不同方向上具有不同力学性能的材料称为**各向异性材料**。例如,由增强纤维(碳纤维、玻璃纤维等)与基体材料(环氧树脂、陶瓷等)制成的复合材料(图 1.5),则属于各向异性材料,对其进行力学分析时,应按各向异性问题处理。

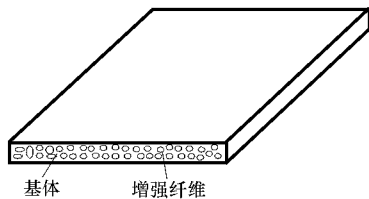


图 1.5

1.2.3 结构(构件)的计算模型

这是对结构或构件的几何形状、荷载分布、变形形式、构件的连接等方面的简化。例如,将结构简化为杆、板、壳,将荷载简化为集中荷载、线分布荷载、面分布荷载和体分布荷载,将杆件的变形简化为基本变形及其组合,以及将构件的连接简化为铰接、刚接等。

同时,材料力学中假设构件在外力作用下的变形比较小,即认为构件在外部因素作用下所产生的位移远远小于构件原来的尺寸,这称为**小变形假设**。应用这条假设,可使计算

模型大为简化。例如,在研究构件的平衡时,可不考虑由于变形所引起的构件尺寸和位置的变化;在建立几何方程和物理方程时,可以略去其中的二次及更高次的微分项,使得到的基本方程是线性微分方程。与之相对应的是大变形情况,这时必须考虑几何关系中的二阶或高阶非线性项(几何非线性),得到的基本方程是更难求解的非线性微分方程。

1.3 内力、应力与应变的概念

1.3.1 外力

材料力学的研究对象是构件,因此,对于所研究的对象来说,其他构件和物体作用于其上的力均为外力,包括荷载与约束力。

按照作用方式,外力可分为表面力与体积力。作用在构件表面的外力称为**表面力**,例如,作用在高层建筑物上的风力、压力容器内壁上的气体或液体压力都是表面力,两物体间的接触压力也是表面力。作用在构件各质点上的外力称为**体积力**,例如构件的重力与惯性力均为体积力。

按照表面力在构件表面的分布情况,又可分为分布力与集中力。连续分布在构件表面某一范围的力称为**分布力**。如果分布力的作用面积远小于构件的表面面积,或沿杆件轴线的分布范围远小于杆件长度,则可将分布力简化为作用于一点的力,称为**集中力**。

按照荷载随时间变化的情况,又可分为静荷载与动荷载。随时间变化极缓慢或不变化的荷载,称为**静荷载**,其特征是在加载过程中,构件的加速度很小,可以忽略不计。随时间显著变化或使构件各质点产生明显加速度的荷载,称为**动荷载**。例如,打桩时桩受到的冲击力或锻造时汽锤杆受到的冲击力均为动荷载。

构件在静荷载与动荷载作用下的力学特征不同,分析方法也不完全相同,但前者是后者的基础。

1.3.2 内力与截面法

当构件受到外力作用时,构件发生变形,同时,构件内各质点间的力将发生变化,产生所谓“附加内力”。这种由外力引起的附加内力称为**内力**。构件的强度、刚度及稳定性与内力的大小及其在构件内的分布情况密切相关,因此,内力分析是解决构件强度、刚度与稳定性问题的基础。

为了计算构件某截面上的内力,例如横截面 $m-m$ (图 1.6a) 上的内力,如同刚体静力学中分析两物体间的相互作用力一样,可用一平面沿横截面 $m-m$ 将构件切开,分为Ⅰ和Ⅱ两部分,然后取其中任一部分作为研究对象。由于构件整体在外力作用下处于平衡,所以部分Ⅰ和Ⅱ也应分别处于平衡。如在部分Ⅱ上作用有外力 F_3 和 F_4 ,要使Ⅱ保持平衡,部分Ⅰ必须有连续分布力通过截面 $m-m$ 作用于部分Ⅱ,其力的大小要足以与外力 F_3 和 F_4 保持平衡,如图 1.6b 所示。根据作用力与反作用力定律可知,部分Ⅱ必然也有大小相等、方向相反的力作用于部分Ⅰ。这种Ⅰ和Ⅱ之间通过截面 $m-m$ 相互作用的力就是构件在该截面上的内力。因此,内力是成对存在的,且可利用力的平衡条件求出截面 $m-m$

上的内力。上述假想地用平面将构件切开以显示内力,并由平衡条件建立内力与外力间的关系,或由外力确定内力的方法称为截面法。

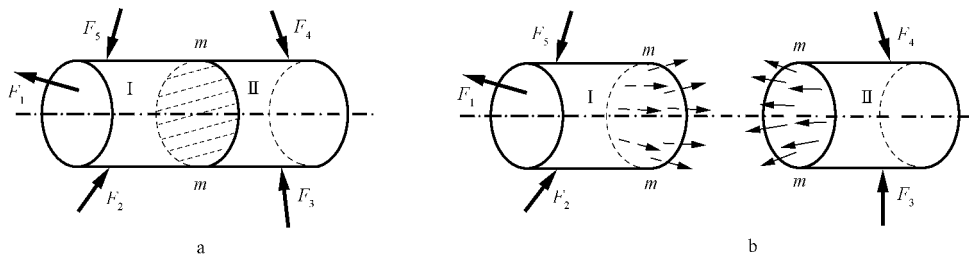


图 1.6

按照连续性假设,在 $m-m$ 截面上各处都有内力作用,所以内力是分布于截面上的一个分布力系。这里所谓构件的内力就是指截面上的连续分布内力的合力,即将该截面上的连续分布内力向截面的形心 C 简化,得到主矢 F_R 和主矩 M (图 1.7a)。为了分析内力,沿截面轴线建立 x 轴,在垂直于 x 轴的所切截面内建立 y 轴与 z 轴,将主矢 F_R 与主矩 M 沿上述三轴分解,得内力分量 F_N, F_{Sy} 和 F_{Sz} , 以及内力偶矩分量 T, M_y 和 M_z (图 1.7b)。

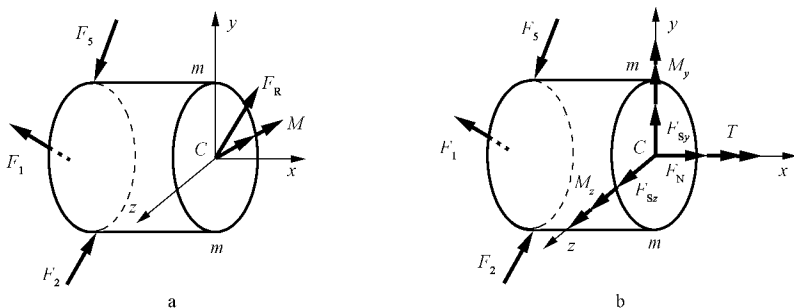


图 1.7

沿轴线的内力分量 F_N , 称为**轴力**。作用线位于所切截面上的内力分量 F_{Sy} 与 F_{Sz} , 称为**剪力**。矢量沿轴线的内力偶矩分量 T , 称为**扭矩**。矢量位于所切横截面上的内力偶矩分量 M_y 与 M_z , 称为**弯矩**。上述内力及内力偶矩分量与作用在构件左段或右段上的外力保持平衡, 因此, 由平衡方程即可建立内力与外力间的关系, 因而可由外力确定内力。

例 1.1 设行车起吊重量为 F , 小车位置如图 1.8a 所示。试计算行车桥架横截面 $m-m$ 上的内力。

解 首先分析作用于桥架上的外力。桥架的计算简图如图 1.8b 所示, 计有吊重 F 、支反力 R_{Ay} 和 R_{By} 。应用力的平衡条件, 可求出支反力 R_{Ay} 和 R_{By} (其方向见图 1.8b) 分别为

$$R_{Ay} = \frac{b}{l}F, \quad R_{By} = \frac{a}{l}F.$$

下面应用截面法, 按如下步骤求横截面 $m-m$ 上的内力。

1. 设想沿截面 $m-m$ 将梁切开, 分为左、右两段;
2. 抛弃右段, 留下左段, 画出作用于该段上的外力 R_{Ay} (图 1.8c);

3. 在左段上截面 $m-m$ 处画出平衡必需的内力, 计有一个向下的剪力 F_{Sy} , 一个逆时针方向的弯矩 M (图 1.8c);

4. 应用力的平衡条件计算内力, 由 $\sum F_y = 0$, 得

$$F_{Sy} = R_{Ay} = \frac{b}{l}F。$$

由 $\sum M_C = 0$, 得

$$M = R_{Ay}x = \frac{Fb}{l}x。$$

式中正号表示内力 F_{Sy} 和 M 的方向如图 1.8c 所示。

例 1.2 试用截面法求图 1.9a 所示桁架中 CD 杆和 BE 杆的内力。

解 只受到拉力或压力作用的杆件称为二力杆, 可知该桁架由二力杆组成。可按如下步骤求解此题。

1. 桁架承受外力 F 和支反力 R_A 和 R_H 的作用, 由桁架(整体)的力平衡条件, 可以求出支反力

$$R_A = R_H = 1.5F;$$

2. 为了求杆 CD 和杆 BE 中的内力, 设想用三个横截面分别切开 CD , BE 和 CE 三杆, 使桁架分为两部分, 抛弃右部桁架, 保留左部作为研究对象。由于桁架中所有杆件都是二力杆, 其内力可设为 F_{N1} , F_{N2} 和 F_{N3} , 方向如图 1.9b 所示;

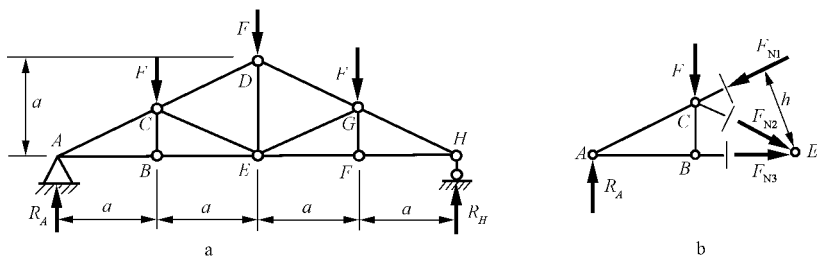


图 1.9

3. 列出左部桁架的平衡条件, 由 $\sum M_E = 0$, 得

$$F \cdot a + F_{N1} \cdot h - 1.5F \cdot 2a = 0。$$

式中: $h = 2a/\sqrt{5}$ 。又由 $\sum M_C = 0$, 得

$$1.5F \cdot a - F_{N3} \cdot \frac{a}{2} = 0。$$

联立求解以上两式, 得

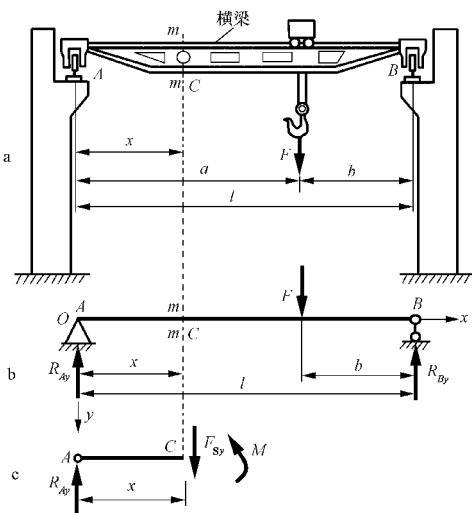


图 1.8

$$F_{N1} = \sqrt{5}F, \quad F_{N3} = 3F。$$

式中正号表示内力方向如图 1.9b 所示。

1.3.3 应力与应变

如上所述,用截面法求出的某截面上的内力,是该截面上分布内力的合力,它是根据结构留下部分的力平衡条件确定的,与截面的形状和尺寸无关。显然,这样的内力不能表明截面上各处受力的强弱。为此,我们引入内力集度,即内力分布程度的概念。如图 1.10a 所示,在受力杆件的截面 $m-m$ 上任一点 K 的周围取一微小面积 ΔA ,并设作用在该面积上的内力为 ΔF ,则 ΔF 与 ΔA 的比值,称为 ΔA 内的平均应力,并用 $\bar{p}$ 表示,即

$$\bar{p} = \frac{\Delta F}{\Delta A}。 \quad (1.1)$$

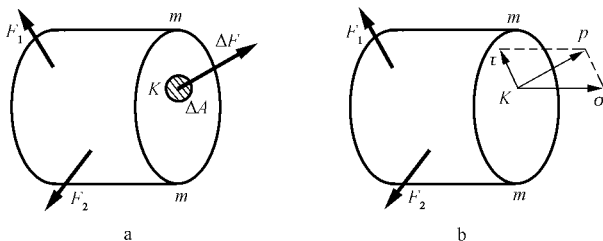


图 1.10

一般情况下,内力沿截面并非均匀分布,平均应力 $\bar{p}$ 之值及其方向将随所取面积 ΔA 的大小而异。为了更精确地描写内力的分布情况,应使 ΔA 趋于零,由此所得平均应力 $\bar{p}$ 的极限值,称为截面 $m-m$ 上点 K 处的应力,并用 p 表示,即

$$p = \lim_{\Delta A \rightarrow 0} \frac{\Delta F}{\Delta A}。 \quad (1.2)$$

显然,应力 p 是一个矢量,它的方向即 ΔF 的极限方向。一般地,它既不与截面正交,也不与截面相切。为了分析方便,通常将应力 p 沿截面的法向与切向分解为两个分量(图 1.10b)。沿截面法向的应力分量称为正应力,并用 σ 表示;沿截面切向的应力分量称为切应力,并用 τ 表示。显然,

$$p^2 = \sigma^2 + \tau^2。 \quad (1.3)$$

在我国法定计量单位中,力与面积的基本单位分别为牛(N)与平方米(m^2),应力的单位为 Pa(帕),其名称为“帕斯卡”(Pascal), $1 \text{ Pa} = 1 \text{ N}/m^2$ 。应力的常用单位为 MPa, $1 \text{ MPa} = 10^6 \text{ Pa}$ 。

在外力作用下,构件发生变形,表示构件变形程度的量称为应变。设在构件内某点 C 的附近,沿 x 坐标轴方向有一微小物质线段 CD ,原长为 Δx ;构件变形后,该线段的长度变为 $\Delta x + \Delta u$ (图 1.11a), Δu 是该线段端点 C 和 D 沿 x 轴方向的相对位移,称为线段 CD 的绝对变形。由于 Δu 的大小与原长 Δx 的长短有关,因此它不能完全表明线段 CD 的变形程度。若 CD 内各点处的变形程度相同,则比值 $\Delta u/\Delta x$ 表示在 Δx 范围内单位长度上的伸长量,称为线段 CD 的平均正应变;若 CD 内各点处的变形程度不同,则平均正应变

仍与所取 Δx 的长短有关。为了消除尺寸的影响,我们取如下极限

$$\epsilon = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta u}{\Delta x} \quad (1.4)$$

表示构件内点 C 处沿轴 x 方向变形的程度,称 ϵ 为点 C 处沿轴 x 方向的**正应变**,常记作 ϵ_x ,它是无量纲量。

设变形前构件内点 C 处沿轴 x 和轴 y 方向有两正交物质线段 CA 和 CB ,变形后其所夹直角的改变量为 γ (图 1.11b),称 γ 为点 C 处沿 x 和 y 方向的**切应变**,常记作 γ_{xy} ,其单位为弧度(rad),也是无量纲量。

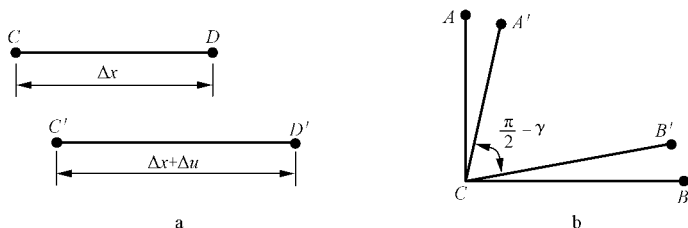


图 1.11

正应变 ϵ 和切应变 γ 是度量构件内一点处变形程度的两个基本量,它们分别与正应力 σ 和剪应力 τ 有联系。在应用中,常常是沿坐标轴方向截取棱边为无限小的六面体作为研究对象,这样的无限小六面体称为**微体**。对于每个微体来说,其局部变形可用正应变和切应变来度量,而构件的整体变形是各微体局部变形的组合结果。

1.3.4 胡克定律

由上一小节可知,应力有两种形式,即正应力与切应力;应变也有两种形式,即正应变与切应变。显然,对于一种具体材料,应力与应变之间一定相互关联。现在研究在单向受力与纯剪切时材料的应力、应变关系。

试件在单向受拉时的试验表明(图 1.12a):在正应力 σ 作用下,材料沿应力的作用方向发生正应变 ϵ ,而且当正应力不超过一定限度时,正应力与正应变成正比,即

$$\sigma \propto \epsilon。$$

引进比例常数 E ,得

$$\sigma = E\epsilon。 \quad (1.5)$$

上述关系称为**胡克定律**,比例常数 E 称为**弹性模量**。

试件的纯剪切试验表明(图 1.12b):在切应力 τ 作用下,材料发生切应变 γ ,而且当切应力不超过一定限度时,切应力与切应变成正比,即

$$\tau \propto \gamma。$$

引进比例常数 G ,得

$$\tau = G\gamma。 \quad (1.6)$$

上述关系称为**剪切胡克定律**,比例常数 G 称为**切变模量**。

试验表明,对于工程中的绝大多数材料,在一定应力范围内,均符合或近似符合胡克定律与剪切胡克定律,因此,胡克定律与剪切胡克定律是一个普遍适用的重要定律。

由式(1.5)与式(1.6)可知,弹性模量和切变模量的量纲均与应力的量纲相同。在我国法定计量单位中,弹性模量与切变模量的常用单位为 GPa,其值为 $1 \text{ GPa} = 10^9 \text{ Pa} = 10^3 \text{ MPa}$ 。

弹性模量与切变模量均属于材料的力学性能,其值因材料而异,并由试验测定。例如,钢与合金钢的弹性模量 $E = 200 \text{ GPa}$,切变模量 $G = 75 \sim 80 \text{ GPa}$;铝与铝合金的弹性模量 $E = 70 \sim 72 \text{ GPa}$,切变模量 $G = 26 \sim 30 \text{ GPa}$ 。

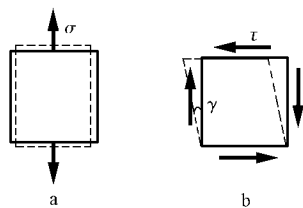
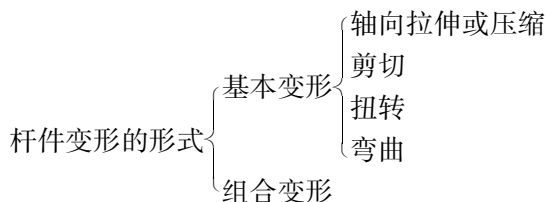


图 1.12

1.4 杆件变形的的基本形式

材料力学的主要研究对象是杆件,工程中杆件承受的外力是多种多样的,因而杆件变形的形式也是多种多样的。但通过合理建立杆件的计算模型,可以归纳出它们的变形形式不外乎四种基本变形或基本变形的组合,即



1.4.1 轴向拉伸或压缩

直杆受到与轴线重合的外力作用时所产生的变形称为**轴向拉伸或压缩**,这时杆件的变形仅是伸长或缩短。如图 1.13a 所示的简易吊车,在荷载 F 作用下,杆 AC 受到拉伸(图 1.13b),杆 BC 受到压缩(图 1.13c)。由于杆 AC 和杆 BC 仅端点受到一对大小相等、方向相反、作用线与杆的轴线重合的力的作用,所以,它们都可抽象为二力杆,且仅分别发生拉伸和压缩变形。在建筑工程中受压直杆常称为柱。显然,实际的杆件不可能绝对直,外力(合力)作用线也不可能严格地与杆的轴线重合,因此,轴向拉伸或压缩变形只是一种理想的计算模型。

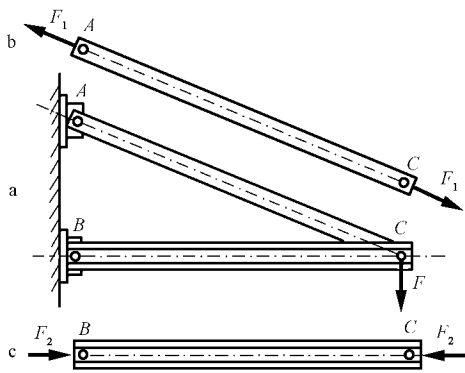


图 1.13

1.4.2 剪切

图 1.14a 所示为一铆钉联接,在力 F 作用下,铆钉的变形是由大小相等、方向相反、作用线垂直于杆轴且相距很近的一对力所引起的,称之为**剪切变形**,其变形的特点是受剪杆件的两部分沿外力作用方向发生相对错动(图 1.14b)。土木和机械工程中常用的联接件,如键、销钉、螺栓等都可能发生剪切变形。