

第一章 绪 论

信号的变换处理方法或在时域或在频域（或变换域）对信号进行分析，能够取得时域或频域的性能优化，它们的应用基于一个先验假设：被分析信号是平稳的，其频谱是非时变的。在一定的应用场合这种假设是成立的，相应的分析方法可以给出正确的结果。但是，绝大多数现实的和人为的信号却具有明显的时变非平稳特性，如语音信号，雷达信号，故障监测和诊断信号，生物医学信号，无线电通信中的 AM/FM 和跳频信号，地球物理勘探信号，以及经济统计数据等等，都是典型的非平稳（nonstationary）信号，其频谱随时间有较大变化，要求分析方法能够准确反映出信号的这种局部时变频谱特性。

对于这类信号用传统的仅在时域或频域分析的手段是不够的，因而需要发展一类适用于非平稳信号处理的，能使时域和频域性能同时得到优化的联合时频分析（JTFA）方法。目前，时频分析（TFA）已成为现代信号处理领域的一个非常活跃和重要的研究课题。由于平稳只是非平稳的特例，所以时频分析方法对于任何信号都是适用的。本章给出时频分析的一些基本概念、定义、定理和数学工具，以及时频分析理论与技术研究 and 应用发展概况，并引出本文所研究课题的目的、意义和内 。

1.1 非平稳信号与时频分析

在科学和工程问题中，信号的统计量起着重要的作用。最常用的统计量有一阶统计量，如均值；二阶统计量，如相关函数和功率谱密度。如果信号的一阶和二阶统计量与时间无关，则称其为平稳信号；若信号的某阶统计量与时间有关，则该信号就称为非平稳信号或时变信号。时间和频率是描述信号的两个主要物理量，对非平稳信号来讲，其频率随时间有较大变化，且表现出较强的时间局部特性。因此，非平稳信号的自相关函数和功率谱密度一般都是随时间变化的。

分析和处理平稳信号的最常用和最主要的方法是傅立叶分析。傅立叶变换和反变换建立了信号在时域 $s(t)$ 和频域 $S(\omega)$ 的一对一映射关系：

$$S(\omega) = \int s(t) e^{-j\omega t} dt \quad (1.1.1a)$$

$$s(t) = \frac{1}{2\pi} \int S(\omega) e^{j\omega t} d\omega \quad (1.1.1b)$$

在傅立叶分析中，根据 Wiener-Khinchin 定理，信号的功率谱 $P_s(\omega)$ 解释为信号自相关函数 $R_s(\tau)$ 的傅立叶变换：

$$P_s(\omega) = \int R_s(\tau) e^{-j\omega\tau} d\tau \quad (1.1.2)$$

由此可见，傅立叶变换是在整体上将信号分解为不同的频率分量，将时间和频率割裂开来分析。因而，它只能提供全局特性而缺乏局部信息，即它不能告诉我们某种频率分量发生在哪些时间内，而这对于非平稳信号是十分重要的

式 (1.1.1a) 又可以表示为信号和无穷区间的正弦波基函数的内积：

$$S(\omega) = \langle s(t), e^{j\omega t} \rangle$$

由于基于无穷区间的平稳的正弦波基函数具有最好的频率局部性，而不提供任何时间局部特性，因此使用傅立叶变换不可能表现出非平稳信号的局部特性。由此可知，对于非平稳信号必须使用同时具有较好时间局部性和频率局部性的基函数，在时频联合域同时分析信号的时间和频率特性。基于这个要求，就产生了时频分析的理论方法和相关技术。

时频分析的基本思想和主要目的是设计一个时频二维函数，使得它能够在时域和频域同时反映出信号频谱随时间的变化，这种时间和频率的联合函数称为时频表示 (TFR)。在很多实际应用场合，还要求时频表示能够描述信号在不同时间和频率的能量密度或强度，并且有较好的时间和频率分辨率，这种更严格意义下的时频表示称为时频分布 (TFD)。连续时间信号 $s(t)$ 的时频分布函数可以统一定义为^[1]。

$$\text{TFD}_s(t, \omega) = \iiint s(u + \frac{\tau}{2}) s^*(u - \frac{\tau}{2}) k(\tau, \nu) e^{-j(\nu t + \omega \tau - \nu u)} du d\nu d\tau \quad (1.1.4)$$

其中 $k(\tau, \nu)$ 是核函数，根据不同的应用设计核函数可以得到不同的时频分布。

1.2 基本概念和数学工具

时频分析本身的特点以及为了改善其性能所作的一系列工作，提出了许多独特的概念和方法，大大地丰富了信号理论，促进了信号分析和处理技术的发展。下面不加证明地简单介绍时频分析中与本文研究内容密切相关的一些基本概念、定义、

定理和重要数学工具

1.2.1 解析信号

实际应用中，直接观测或接收到的总是实值信号，而在进行时频分析时，为了消除负频率的影响，往往需要将它转变为复信号形式，即解析信号^[2]

定义（解析信号）与实信号 $z(t)$ 对应的解析信号为 $s(t) = z(t) + jH[z(t)]$ ，且 $H[z(t)]$ 是 $z(t)$ 的 Hilbert 变换。

由于实信号的频谱是共扼对称的，剔除负频率部分不会造成任何信息损失。所以，为了得到实信号 $z(t)$ 的解析信号，通常的作法是保留 $Z(\omega)$ 的正频部分，并将幅度加倍以使原信号的总能量不变，然后剔除负频率部分，再求 $Z(\omega)$ 的傅立叶反变换即可得到 $z(t)$ 的解析信号 $s(t)$ 。

对于在通信等领域常用的基带信号，可以认为是解析信号的复包络，因而是复信号，其频谱不具有共扼对称性，若对基带信号剔除负频率部分，就会造成信息损失。因此，在时频分析中可以直接使用基带信号。

1.2.2 不确定性原理与时频分辨率

令 $s(t)$ 是一个具有有限能量的信号，其有限时间宽度 $2\Delta t$ 和有限频带宽度 $2\Delta\omega$ 分别称为该信号的时宽和带宽，并定义为^[3]。

$$(\Delta t)^2 = \frac{\int t^2 |s(t)|^2 dt}{\int |s(t)|^2 dt} \quad \text{和} \quad (\Delta\omega)^2 = \frac{\int \omega^2 |S(\omega)|^2 d\omega}{\int |S(\omega)|^2 d\omega} \quad (1.2.1)$$

Δt 和 $\Delta\omega$ 分别表征着两个时间点和两个频率点之间信号的区分

能力，所以在时频分析中分别称它们为时间分辨率和频率分辨率。它们满足如下的不确定性原理，也称为测不准原理或 Heisenberg 不等式。

定理（不确定性原理）对于有限能量的任意信号 $s(t)$ ，若当 $|t| \rightarrow \infty$ 时，有 $\sqrt{t}s(t) \rightarrow 0$ 。则其时宽和带宽的乘积满足不等式：

$$\Delta t \Delta \omega \geq 1/2 \quad (1.2.2)$$

而只有当信号为高斯型信号 $s(t) = Ae^{-\alpha t^2}$ 时，等号成立。

在信号处理尤其是非平稳信号处理中，窗函数起着关键的作用。一般来说，信号在所加窗函数的局部范围内是平稳的。时频分析方法能否准确反映信号的时频特性，即是否能以高的时间分辨率和频率分辨率在时频域同时反映出信号的局部特征，除了与待分析信号的非平稳特性有关外，也与所选窗函数是否具有高的时间分辨率和频率分辨率有关。而不确定性原理说明了，既有任意小的时宽又有任意小的带宽的窗函数是不存在的。因此，在实际应用中必须根据被分析信号的局部平稳特性合理的选择窗函数及其参数。

利用时宽和带宽，可以对上述“有限能量信号”在时频域进行定义：能量近似分布在时频平面上时间范围为 $(-\Delta t, \Delta t)$ ，频率范围为 $(-\Delta \omega, \Delta \omega)$ 的区域内的信号称为有限能量信号，该区域称为信号的有限时频支撑区。另外，作为能量密度的表示，时频分布不仅应该是实函数，而且应当是非负的。但是大多数实际的时频分布却不能保证在整个时频平面上是正的，这使得我们不能把时频分布解释为信号在时间 t 和频率 ω 处的瞬时能量密度。为了给负值的时频分布函数 $\text{TFD}_s(t, \omega)$ 赋予物理解释，可以认为 $\text{TFD}_s(t, \omega)$ 是信号在时间间隔 $(t - \Delta t, t + \Delta t)$ 流过谱窗口 $(\omega - \Delta \omega, \omega + \Delta \omega)$ 的能量的测度^[2]。

1.2.3 瞬时频率

在非平稳信号分析中，瞬时物理量起着非常重要的作用。从物理意义来讲，信号可分为单分量信号和多分量信号两大类。从时频分析的角度来看，单分量信号是指时频平面内可以用一条连续单值可逆的瞬时频率曲线来描述其频率调制规律的信号，而不能用一条连续可逆曲线来描述的信号就是多分量信号^[4]。单分量信号在任意时刻都只有一个频率成份，该频率就称为信号的瞬时频率 (IF)。多分量信号则在某个时刻存在多个频率成份，信号在该时刻的瞬时频率则应该是这多个频率的平均，即平均瞬时频率。

定义 (瞬时频率) 将信号 $z(t) = a(t)\cos(\phi(t))$ 的瞬时频率定义为：

$$\omega_i(t) = \frac{d}{dt} \{\arg(s(t))\} \quad (1.2.3)$$

其中，下标 i 代表瞬时的含义， $s(t)$ 为 $z(t)$ 的解析信号，即瞬时频率定义为解析信号的相位的导数。

虽然瞬时频率的描述并不总是和时频分布或时变谱联系在一起，但是时频分析的理论和方法确实能够很好地解释和反映信号的瞬时频率，尤其是在多分量信号的情况下。即信号的时频分布在时频平面上应该表现为集中分布在瞬时频率曲线周围。

1.2.4 扩展和内积

将信号从一个域变换到另一个域的基本数学工具是扩展和内积^[3]。对于给定的函数 $s \in \Psi$ ，其中 Ψ 域可以是有限维也可以是无限维的，我们可以将 s 写成基函数集 $\{\psi_n\}_{n \in \mathbb{Z}} \in \Psi$ 中元素的线性组合：

$$s = \sum_{n \in \mathbb{Z}} a_n \psi_n \quad (1.2.4)$$

上式称为 s 在 Ψ 域的线性扩展或分解。如果 $\{\psi_n\}_{n \in \mathbb{Z}}$ 是 Ψ 域的完备集合，即所有 $s \in \Psi$ 都可以按 (1.2.4) 展开，则存在 $\{\psi_n\}_{n \in \mathbb{Z}}$ 的一个对偶集合 $\{\hat{\psi}_n\}_{n \in \mathbb{Z}}$ ，使得扩展系数 a_n 可以按如下计算，对于连续函数 $s(t)$ 有：

$$a_n = \langle s, \hat{\psi}_n \rangle = \int s(t) \hat{\psi}_n^*(t) dt \quad (1.2.5)$$

对于离散序列 $s[k]$ 则有：

$$a_n = \langle s, \hat{\psi}_n \rangle = \sum_k s[k] \hat{\psi}_n^*[k] \quad (1.2.6)$$

上两式中的运算在数学上称为内积，它反映了 s 和 $\hat{\psi}_n$ 之间的相似程度，即内积值 a_n 越大， $s(t)$ 和 $\hat{\psi}_n(t)$ 越相似。在信号处理术语中，内积就是变换， $\hat{\psi}_n(t)$ 称为分析函数；相应地，扩展就是反变换， $\psi_n(t)$ 称为综合函数。

如果集合 $\{\psi_n\}_{n \in \mathbb{Z}} \in \Psi$ 是完备的，但不是线性独立的，则其对偶集合 $\{\hat{\psi}_n\}_{n \in \mathbb{Z}}$ 就不是唯一的，从而扩展系数也不是唯一的，即存在冗余。

如果集合 $\{\psi_n\}_{n \in \mathbb{Z}} \in \Psi$ 是完备的和线性独立的，则 $\{\psi_n\}_{n \in \mathbb{Z}}$ 形成一个基底，此时有 $\langle \psi_n, \hat{\psi}_{n'} \rangle = \delta(n - n')$ ，称 $\{\psi_n\}$ 和 $\{\hat{\psi}_n\}$ 是双正交的。此时，对于 (1.2.4) 式的分解来讲，扩展系数反映了 s 和对偶基函数 $\hat{\psi}$ 之间的相似程度，而不是 s 和基函数 ψ 之间的相似程度。这样一来就必须先求得对偶函数，然后才能进行分解。

如果集合 $\{\psi_n\}_{n \in \mathbb{Z}} \in \Psi$ 是完备的和线性独立的，并且有 $\langle \psi_n, \psi_{n'} \rangle = \delta(n - n')$ ，则 $\{\psi_n\}_{n \in \mathbb{Z}}$ 形成一个标准正交基，此时有

$\psi_n = \hat{\psi}_n$ ，即它是自对偶的。则对于(1.2.4)式的分解来讲，扩展系数准确反映了 s 和 ψ 之间的相似程度。

1.3 时频分析的研究与应用发展综述

时频分析是当今信号处理领域的一个主要研究热点。特别是从 20 世纪 80 年代以来在这方面有了很大的发展，各种时频联合分析方法得到了广泛的研究和应用，逐渐形成了一套独特的理论体系。为了得到信号的时变频谱特性，许多学者提出了各种形式的时频分布函数，从短时傅立叶变换 (STFT) 到 Cohen 类，各类分布多达几十种。它们提供了从时域到时频域的变换，能够作出时频分布图形（二维或三维），从而能够在时频平面上表示出信号中各个分量的时间关联谱特性，在每一时间指示出信号在瞬时频率附近的能量聚集情况，等效的时域信号可以通过时频表示的求逆技术得到，并且能够进行时频滤波和时变信号综合。

1.3.1 国内外研究概况

对于非平稳信号的研究工作开始于 20 世纪 40 年代。非平稳信号的典型例子当数人的语音，Koenig^[5]等人提出了语谱图 (Spectrogram) 方法，定义为信号的短时傅立叶变换 STFT 的模平方，也称为 STFT 方法或 STFT 谱图。其基本思想是：假定非平稳信号在分析窗函数的一个很短的时间间隔内是平稳的，然后沿时间轴移动窗函数，计算出信号在各个窗所在的时间段内的傅立叶变换，从而得到信号在各个不同时刻的频谱，即 STFT。取其模平方，即得到信号的时变功率谱^[6]。STFT 方法虽然有分辨率不高等明显的缺陷，但是由于计算简单，所以在很长时间内成了非平稳信号分析的一种标准的和有力的方法，它已经在语音等信号的分析 and 处理中得到了广泛应用。

在信号分析和处理中最早提出使用时间和频率两个变量对信号进行描述的学者是 D.Gabor^[7]（1970 年因在全息摄影术方面的重大成就而获得诺贝尔物理学奖），他在 1946 年提出了用一个窗函数的时移和频移产生的一系列基函数对信号进行分解，从而得到了 Gabor 扩展。虽然 Gabor 本人在其有生之年对 Gabor 扩展理论的完善没有进一步的贡献，有关 Gabor 扩展的大量工作出现在 20 世纪 80 年代以后，但他的思想在很大程度上开创了时频分析的先河。近年来许多学者在 Gabor 扩展的离散化和有限化方面做了大量的研究工作，其中包括用解析方法研究临界采样 Gabor 扩展、用框架理论研究过采样 Gabor 扩展等等，成果颇为丰富^[8-12]。现在，Gabor 扩展已经在诸如暂态信号检测、图像分析与压缩、时变滤波等方面得到了成功的应用。

法国地球物理学家 Morlet 于 20 世纪 80 年代初在分析人工地震勘探信号时，发现这类信号有一个明显的特点，即在信号的低频端应该具有很高的频率分辨率，而在高频端频率分辨率可以较低。如果从不确定性原理的角度来看，则这类信号的高频分量应具有高的时间分辨率，而低频分量应具有低的时间分辨率。根据这一特点，由 Meyer、Daubechies 和 Grossman 等人共同发展了小波变换，该变换在时频平面的不同位置上具有不同的分辨率，是一种多分辨率分析方法。实际上许多自然信号如语音和图像等，也都具有类似的特征。因此，小波变换一经提出，很快就成了信号分析与处理的一大热点。经过了 20 多年的发展，小波变换得到了突破性的进展，形成了多分辨率、框架和滤波器组三大完整的和丰富的小波理论体系^[13-17]，出现了以 Mallat 的二进正交小波分解和重构快速算法为代表的离散小波分析和综合的系统的方法^[14]，使得小波变换得以应用到各

种工程实践中去

事实上，在信号处理中一些独立发展的技术，如计算机视觉中的多分辨处理，语音和图像压缩中的子带编码等都可以纳入到统一的小波理论中去。现在小波变换已经被广泛地应用在信号的奇异性检测、计算机视觉、图像处理、语音分析与合成等等诸多领域，在分形和混沌理论中也有了很广泛的应用^[1, 18]。小波分析与时频分析的不同之处在于时频分析是在时频二维平面分析信号，而小波分析则在时间-尺度二维平面分析信号。因此，一般将小波分析作为一种独立的非平稳信号处理工具来研究。

1932 年物理学家 E.P.Wigner^[19]（1963 年因在对称性方面的重大成就而获得诺贝尔物理学奖）在量子力学中提出了著名的 Wigner 分布，1947 年 Ville^[20]将其引入到信号处理领域中，从而发展成为后来最具有代表性的一种时频表示技术，称为 Wigner-Ville 分布（WVD）。WVD 是一种二次型时频表示（也称为双线性时频表示）方法，它是式（1.1.4）中的核函数取常数为 1 的时频分布。在所有具有能量化解释的二次型时频表示中，WVD 满足大部分所希望的数学性质，如实值性、能量守恒、时-频边缘特性、时-频移位特性等等。因此，WVD 确实反映了信号的时变频谱特性，而且对它也可以作相关化解释，从而成为描述信号时频分布的一个有力工具。虽然 WVD 的时频聚集度最高，能满足的数学性质最多，但是对于多分量信号会产生无法解释的所谓“交叉项干扰（Cross-term Interference）”，从而限制了它的应用^[2]。此后，许多学者对二次型时频表示及其应用进行了大量的研究，有关时频分析的论文不计其数，提出了许多可能作为时频联合分析工具的时频分布。

1966 年 L.Cohen^[21]利用特征函数和算子理论将各种形式的

时频表示方法之间的关系做了研究,指出包括 STFT 谱图在内,所有的二次型时频分布都可以通过对 WVD 的时频二维卷积得出,因此将它们统称为 Cohen 类时频分布. Cohen 类时频表示的一个最大特点是时移不变与频移不变特性自动满足,所以又称为移不变类二次时频表示.除了 WVD 和 STFT 谱图以外, Cohen 类中还有取指数型核函数的 Choi-Williams 分布(CWD)^[22], Rihaczek 分布^[2], 广义指数分布^[23], 取复合核的锥形核时频分布(CKD)^[24], Bessel 核时频分布^[25], 减少交叉项分布^[26]等,都是围绕着设计不同的核函数以减少或消除交叉干扰项,并满足若干数学性质而提出的二次时频表示方法.另外,为了减少 WVD 的交叉项干扰,还有从 WVD 的表达式出发,对双线性乘积施加时间加窗的伪 Wigner 分布(PWVD)以及加时间和频率二维窗的平滑的伪 Wigner (SPWVD)^[27, 28]. 它们均可以有效压缩交叉项,但分辨率也有所降低.

在 Cohen 类时频表示中,有一类时频表示还满足时频尺度不变特性,称为移不变尺度不变类^[29],这类时频表示可以由一维核来描述,当且仅当 Cohen 类时频表示的核是乘积核时,它属于移不变尺度不变类时频表示.还有一类时间-尺度能量表示(也称仿射类时频表示),其典型是小波变换的平方尺度图^[30],它自动满足时移不变特性和时频尺度不变特性,但不一定满足频移不变特性.另外, Hlawatsch^[32 ~ 37]等人还对线性和二次型时频分析和综合,时变滤波,以及线性信号空间的时频分布作了大量系统的理论研究为了减少和消除双线性时频表示中的交叉项干扰,还有学者提出了采用时频分布的重排技术来消除交叉项干扰的方法,如 Qian^[31]等提出的时频分布级数(TFDS)等.

虽然可以作为时频分布的二次型时频表示方法有很多种,

但 Cohen 指出^[2]，它们都是通过对 WVD 进行平滑（加入核函数）以减少或消除交叉项干扰，但都以失去某些数学性质为代价的。因此，如何设计核函数一直是二次型时频表示研究的重点之一。

由于 WVD 可以表示为时变自相关函数的傅立叶变换，因此信号的时变功率谱也称为演变谱，就是 WVD 的数学期望。对此，许多学者研究了 WVD 谱以及高阶 WVD 谱^[39~43]，提出了将 WVD 作为非平稳随机信号演变谱分析的系统的办法，使得时频分布得以广泛应用于各种领域。另外，由于自然界和工程领域的许多幅度/频率/相位调制信号可以用多项式相位信号模型来描述，因此 Boashash^[44]提出了多项式 Wigner 分布，它具有多项式核函数的形式，能够较好地展示信号的调制规律。还有其他一些非平稳信号分析与处理方法，如分数阶傅立叶变换^[45,46]、Randon-Wigner 变换^[47]、线调频小波变换^[49~51]等等的研究，虽然起初并不是为了进行时频分析，但它们与时频分析有密切关系，最近几年来引起了人们的关注。

Cohen 类时频分布限定核函数必须与信号无关。显然，没有一种固定的核函数形式能对所有信号产生好的分析结果，合适的核函数实际上应该依赖于被分析信号。近年来出现的自适应时频分析是一类基于信号的方法，目前已经提出的方法大致分为两类。一类是基于信号的最优窗函数或最优核函数设计的方法，如一些广义的时频分布如 Cohen-Posch 类正值时频分布^[52]，通过最小交叉熵优化等方法建立了满足时频边缘特性的正的时频分布，以及 Jones^[53~56]等提出的数据自适应最优核时频分布等。这类方法实际上是从提高分辨率和抑制交叉干扰项的目的出发，在二次型时频表示中引入了自适应手段，以优化核

函数的设计。

另一类自适应时频分析方法是基于信号分解的方法，它采用的是信号线性空间扩展的手段，从完备基函数集合中寻求最佳的信号表示。如 S.G.Mallat^[57] 等的匹配搜索原子分解 (MP)，Shie Qian^[3,58,59] 等的自适应高斯基表示 (AGR) 等，以及文献[60~67]中发展的各种相关方法等。这类方法实际上是参数化和模型化的方法，它结合了线性和二次型时频表示的优点，虽然计算较为复杂，但是当参数模型确实匹配被分析信号时，可以取得比非参数型方法更好的效果。由于自适应方法潜在的优异性能，引起了人们的广泛关注，形成了时频分析研究的一个新热点。

1.3.2 时频分析的应用研究概述

时变非平稳特性是现实信号的普遍规律，联合时频分析技术正是应现实的科学和工程应用需求而产生和发展起来的。由于其独特的性能，时频分析方法对于信号和系统的建模非常有用，许多仅用传统的时域分析或频域分析不能有效描述的信号或系统特性，采用时频或时间尺度分析手段却可以有效地描述。这是因为大量工程实践中都需要通过时间分析和频谱分析的手段来发现对象信号或系统的特性，而时频分析作为一种能够将频谱随时间的演变关系明确表现出来的新手段，自然更符合实际应用的需要。

在时频分析的研究和应用得到较快发展的短短 20 多年时间里，它已经在经济、国防、科技和生活的许多领域得到了广泛应用。对此，国内外都有大量的报道。从最早的短时语谱图的应用，到目前的自适应时频分析技术在逆合成孔径雷达成像 ISAR 中的应用^[3, 第十一章]，时频表示和时频分布技术已经在诸如语音处

理和自动识别^[68]，声纳和雷达回声处理^[69]，各种瞬态信号的检测和识别^[70-73]，医学图像处理^[3, 第十一章]，机械故障的早期诊断^[74,75]，生物医学信号处理^[76]，超声无损检测^[77]，经济统计数据分析^[3, 第十二章]，音乐乐曲分析与处理^[78]，CDMA 等扩谱通信系统中的宽带干扰（如线性调频干扰）的抑制^[79]等诸多方面的应用研究都在不断展开。

可以说，凡是信号分析和处理中的典型应用问题，诸如信号的有效表示、信号检测与分类，瞬时频率估计，群延迟估计，时变滤波与干扰分离，正交展开与时频综合，系统辨识和谱估计，模式识别和图像分析等等，都可以借助时频分析的手段来解决。其应用方法大都是通过对应用对象建立有效的时频表示，利用时频谱分布的分析参数构造相关的数学模型，利用瞬时频率估计和时频域滤波手段检测和处理有关信号，利用时频谱图和参考谱图的相关分析进行系统的辨识和模式识别，等等。

美国 National Instrument 公司于 1992 年成功地推出了第一个商品化的基于 PC 的 JTFA 分析仪，其中包含了 STFT、WVD、CWD、CKD 以及 TFDS 等算法，可以用来对信号作简单的实时分析。美国 Bell 实验室，Stanford 大学，法国 NASA-Ames 研究中心，澳大利亚 Queensland 大学等，都有许多的学者和研究人员致力于非平稳信号时频分析的理论和应用的研究，并将他们的研究成果和商品化软件及时地在国际互联网上公布。国内对于时频表示和时频分布的理论和应用的研究从 20 世纪 90 年代开始陆续开展了算法和应用的研究，而大量的研究集中在小波分析及其应用方面，并不断有新的研究成果推出。

1.3.3 存在的主要问题和对策

线性时频分析技术如 STFT 和 Gabor 扩展的主要缺陷在于

所谓的“窗效应”，它们使用固定的分析和综合窗函数，其时间和频率分辨率受到窗长的约束，不能得到同时优化：短的时间持续窗函数能使时间分辨率得到提高，但却导致了频率分辨率的降低；相反，长的时间持续窗函数能使频率分辨率得到提高，而时间分辨率却降低了。这是由于不确定性原理排除了在时域和频域同时具有最高分辨率的可能性。因而在需要同时具有高的时间和频率分辨率的情况下，使用 STFT 和 Gabor 扩展很难得到令人满意的结果。

小波变换是一种时间-尺度分析手段，它采用具有恒 Q 特性的分析和综合窗函数，可取得时频分辨率的折衷：低频带宽小，时宽大；高频带宽大，时宽小。但是当要求高频时有高的频率分辨率或低频时有低的频率分辨率的场合下，小波变换却不适合。

WVD 有非常高的时-频分辨率，它以其优良的性能在各类信号处理中得到了广泛的应用但它本质上是一种双线性变换，对于多分量信号将出现交叉项干扰。虽然交叉项是振荡的，对于信号的能量并无贡献，信号的能量完全包含在自项中，但却在时频谱中引入了模糊。特别是当信号中有两个以上的分量时，每一对分量之间都有交叉项干扰，这是 WVD 的一个重大缺陷。一般情况下，总是希望交叉项能够被消除。虽然采用平滑技术，如时域加窗和频域加窗等，可以减小交叉项的影响，但是平滑处理会丧失 WVD 的许多有用的特性，而且不能完全消除交叉项。另外，WVD 虽然满足能量守恒，也一直将其作为能量化时频分布，但它并不保证处处为正，因而违背了作为真正的能量分布的正值性条件，这有时会导致无法解释的结果。

虽然时频分析方法有很多，但是大部分方法在满足某些数学性质时，却失去了时频分布的许多物理可解释性和计算方便性。到目前为止还没有哪一种分布能在各方面都满足人们的要求，还有大量的理论和实践问题需要去探索研究和解决。比如，时频滤波和信号综合问题，因为不是任意的一个二维函数都可以通过 WVD 的反演得到一个实际存在的一维函数^[32-37]。另外，由于是在时频域同时分析，时频分析方法的好的性能往往是以计算复杂性为代价的，设计快速算法是必须要解决的问题。这些不足限制了时频分析技术的进一步广泛应用，而这也正是时频分析引起人们广泛研究兴趣的原因。

好的信号建模方法应该能够根据被分析信号的局部时频特性灵活地选择分析函数，而傅立叶变换、STFT 以及小波变换都缺乏这种灵活性因此，寻求比 STFT 和小波变换更为灵活的信号表示方法，避免窗效应，提高时频分辨率是线性时频表示技术研究的一个主要课题。二次型时频表示的目的是分析和处理非平稳信号的时间关联谱，而 WVD 以及其他许多二次型时频分布中的交叉干扰项的困扰，以及不能生成正的能量分布的缺陷，妨碍了对信号的分析 and 处理。因此，构造正的、无交叉项干扰的时频能量分布是二次型时频表示技术研究的主要课题。

本文提出的参数自适应时频表示技术可望对这些问题提供一种解决途径，它包括可以根据被分析信号的局部时频特性，灵活选择时频分析基函数的参数自适应信号分解，以及由这种分解过程得到的参数来构造正的，无交叉项干扰的参数自适应时频分布。参数可以用于进一步的信号处理，如时频滤波、信号综合、参数估计等等，而时频分布描述了信号的时

变频谱特性。

1.4 本文研究内容和特殊意义

1.4.1 本文立题和目的意义

信号分析与处理的理论和技术是机械、电子、信息和计算机、材料和工程力学、生物医学等科学与技术发展中带有共性的核心理论和技术。它从 19 世纪末开始出现发展到现在，已经形成了一个涉及数理学科和工程学科的综合性的科学技术体系。它已经在国民经济、军事国防、科学技术以及人们的日常生活中得到了广泛的应用。

特别是进入 21 世纪，信息革命的浪潮席卷全球。为了适应新世纪科技和经济发展的需要，适应我国加入全球化科技、经济竞争所面临的机遇和挑战，我国政府已经制定了优先发展信息科学技术和信息产业的重大发展战略，而信号分析和处理技术的不断创新和发展，必将对我国实施经济和社会的信息化战略起到关键作用。

为此，深入研究信号分析与处理理论方法和应用技术，发展新的信号分析方法，寻求更精确的信号表示模型，推动各类高效的线性信号变换技术和非线性信号处理技术的研究，以及相应的自适应处理技术及其实时实现的研究，在新的基点上建立它们的统一理论，是非常有现实意义的^[9]。

无论是从信号分析与处理的现实应用对象考虑，如语音、雷达、通信、故障监测和诊断、生物医学、地球物理以及经济统计等等中的信号分析和处理问题，还是从学科发展的理论高度来讲，对于现实中频谱随时间有较大变化的非平稳信号的分析与处理更具有普遍意义。对于这类信号用传统的仅在时域或