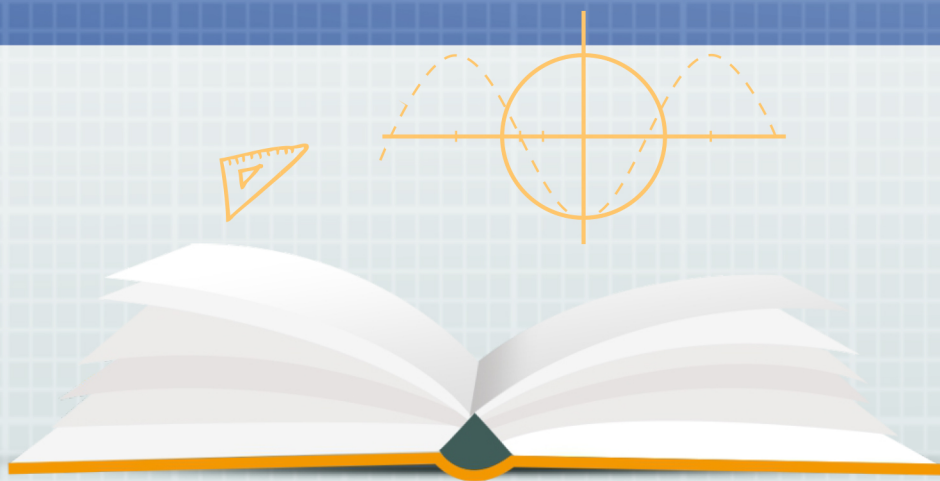


# 高等数学思维模式 培养与教学实践

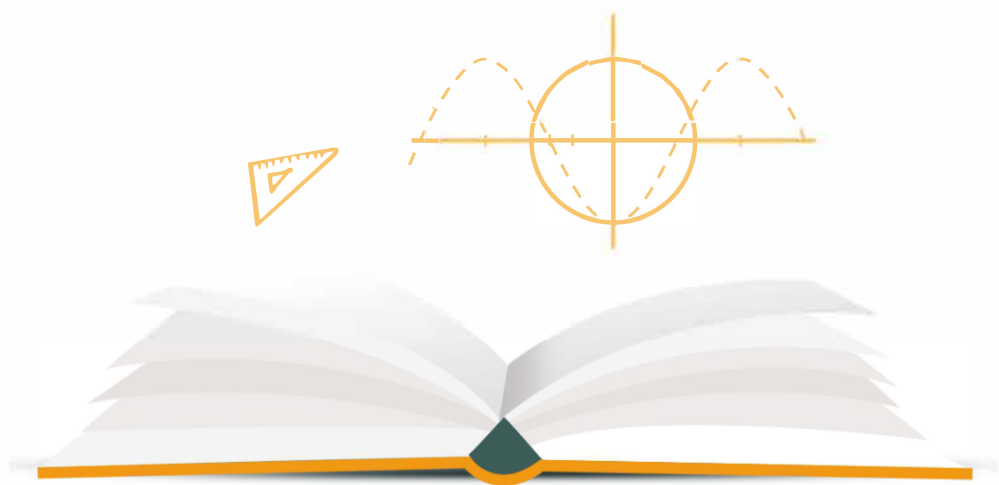
徐 峰 李晓耘 赵青波 © 著



吉林人民出版社

# 高等数学思维模式 培养与教学实践

徐 峰 李晓耘 赵青波 © 著



吉林人民出版社

图书在版编目 (CIP) 数据

高等数学思维模式培养与教学实践 / 徐峰, 李晓耘, 赵青波  
著. -- 长春: 吉林人民出版社, 2023.10

ISBN 978-7-206-20463-0

I. ①高… II. ①徐… ②李… ③赵… III. ①高等数学-教  
学研究 IV. ①O13

中国国家版本馆CIP数据核字(2023)第195885号

责任编辑: 韩春娇

封面设计: 周 连

## 高等数学思维模式培养与教学实践

GAODENG SHUXUE SIWEI MOSHI PEIYANG YU JIAOXUE SHIJIAN

著 者: 徐 峰 李晓耘 赵青波

出版发行: 吉林人民出版社 (长春市人民大街 7548 号 邮政编码: 130022)

咨询电话: 0431-85378033

印 刷: 长春市华远印务有限公司

开 本: 787mm × 1092mm 1/16

印 张: 10 字 数: 210千字

标准书号: ISBN 978-7-206-20463-0

版 次: 2023年10月第1版 印 次: 2023年10月第1次印刷

定 价: 45.00 元

如发现印装质量问题,影响阅读,请与出版社联系调换。

# 前 言

高等数学是普通高等院校一门重要的公共基础必修课，这门课程对培养学生分析问题、解决问题的能力 and 逻辑思维能力有着重要的作用；同时，随着数学学科自身的发展以及与其他各学科专业的交叉融合，高等数学知识在文、史、理、工、农、医等各领域各专业方向中均有所涉及并且不断地渗透和发展，故而高等数学作为非数学专业的基础课程，其重要性是不言而喻的。作为大学的一门重要公共基础必修课，高等数学的教学，不仅需要教师具有出色的教学水平，严格清晰地推理论证，还需要学生对高等数学课的学习具有饱满的热情、高度集中的精神，在环环相扣的演算与推理中加深对高等数学知识的理解。

本书首先介绍了数学思想方法素质培养的相关内容，其次对数学思维能力培养、数学教育中创造性思维的培养进行了分析研究，最后对数学教育教学建设、数学教育教学实践做了研究。本书重视知识结构的系统性和先进性，具有较强的科学性、系统性和指导性，对高等数学教育教学实践应用有一定的借鉴意义。

在本书的策划和撰写过程中，我们曾参阅了国内外有关的大量文献和资料，从中得到启示；同时也得到了有关领导、同事、朋友及学生的大力支持与帮助。在此致以衷心的感谢！本书的选材和撰写还有一些不尽如人意的地方，加上我们学识水平和时间所限，书中难免存在缺点和谬误，敬请同行专家及读者指正，以便进一步完善提高。

本书由徐峰、李晓耘、赵青波、杨丽华、刘辉负责审稿工作。

# 目 录

<b>第一章</b>	<b>数学思想方法素质培养</b> .....	<b>1</b>
第一节	数学思想方法概述 .....	1
第二节	培养学生数学思想方法素质的意义 .....	4
第三节	数学思想方法的形成过程及教学原则 .....	11
第四节	高等数学中常见的数学思想方法 .....	18
第五节	培养学生数学思想方法素质的教学策略 .....	27
<b>第二章</b>	<b>数学思维能力培养</b> .....	<b>32</b>
第一节	数学思维概述 .....	32
第二节	高等数学教学中应该培养的数学思维能力及教学原则 .....	38
第三节	努力培养学生良好的思维品质 .....	44
第四节	培养学生数学思维能力的教学策略 .....	53
<b>第三章</b>	<b>数学教育中创造性思维的培养</b> .....	<b>65</b>
第一节	创造性思维的形式 .....	65
第二节	创造性思维品质与创造性人才的自我设计 .....	68
第三节	创造性思维能力的培养 .....	73
第四节	解决数学问题与培养创造能力 .....	84
<b>第四章</b>	<b>数学教育教学建设</b> .....	<b>90</b>
第一节	高等数学课程建设 .....	90
第二节	高等数学教学中情景创设 .....	100
第三节	在高校中实施高等数学课程教学创新 .....	106
第四节	建构主义理论下高等数学课的教学 .....	109
<b>第五章</b>	<b>数学教育教学实践</b> .....	<b>115</b>
第一节	数学教学在社会学上的应用 .....	115

第二节	数学教学的语言应用 .....	122
第三节	大学数学中的人文教育 .....	127
第四节	现代教育技术与数学教育 .....	142
参考文献	.....	150

# 第一章

## 数学思想方法素质培养

### 第一节 数学思想方法概述

#### 一、概念界定

“数学思想方法”一词无论是在数学、数学教育范围内，还是在其他科学中，均已被广泛应用。“数学思想方法”究竟是什么？其不像数学中的概念可以明确地给出定义。为了更好地理解数学思想方法的本质内涵，我们有必要先对数学思想和数学方法以及二者的关系加以界定。

##### （一）数学思想的含义

对于数学思想的含义，不同的研究者有不同的观点和解释。下面列举几种常见的观点。

1. 数学思想是对数学的本质和基本特性的认识。这种观点认为数学思想包括对数学对象、概念、命题、结论以及数学方法的本质性认识，涵盖了数学的基本原理和规律。

2. 数学思想是对数学关系中最一般规律的认识。这种观点强调数学思想是一种对数学关系的认识方式，它体现了人们用数学思考方式去处理问题的自觉意识或思维习惯，包括对数学关系中最普遍规律的理解。

3. 数学思想是数学观念的总和。这种观点认为数学思想是人们对数学研究对象的统一和本质认识，包括对数学的基本概念、理论、模型和方法的认识。无论采取哪种观点，数学思想都具有深刻的抽象性、逻辑性和普遍性。它是数学研究和应用的核心，

推动了数学的发展和 innovation，也对其他学科领域产生了广泛的影响。数学思想的发展和探索不仅是一种认识活动，更是一种对世界本质的追求和探索。

所谓数学思想是对数学知识的本质认识，是从某些具体的数学内容和对数学的认识过程中提炼上升的数学观点，它在认识活动中被反复运用，带有普遍的指导意义，是建立数学和用数学解决问题的指导思想。例如，模型思想、极限思想、统计思想、最优化思想、化归思想、分类思想等。

比较以上几种观点，它们的共性是：数学思想首先是一种理性认识，是一种“隐性”的知识，它蕴含在数学概念、原理、数学方法等理性认识中，是对数学知识进一步提炼、概括而形成的。因此，数学思想是对数学概念、数学方法、数学原理等“显性”知识的本质认识。基于以上认识，数学思想的含义可做进一步简明的概括：数学思想是人们在数学活动中，用于解决问题的基本观点和根本想法，是数学活动的指导思想，是对数学概念、命题、法则以及数学方法的本质性认识，是一种理性的、内隐的、动态的知识。

## （二）数学方法的含义

方法，是一种元概念，没法精确定义，《辞海》中未收录“方法”词条。它和“物质”“运动”“集合”等概念一样，不能逻辑地定义，只能概略地描述。例如，可把“方法”说成人们在认识世界和改造世界的活动中所采取的方式、手段、途径等的统称。这里的“方式”“手段”“途径”等，和“方法”大体上是“同义词”，并非“属”和“种属”式的严格定义。方法是相对于某一目的而言的。另外，方法是人的一种活动，人在活动中，为达到某一目的，可以主观能动地选择、组合和创造各种手段和方式并加以实行，这便是方法的真实含义了。数学方法是用数学语言表述事物的状态、关系和过程，并加以推导、演算和分析，以形成对问题的解释、判断和预言的方法。

## （三）数学思想与数学方法的关系

数学思想与数学方法既有区别也有联系，其区别表现在数学思想是分析、处理和解决数学问题的根本想法，是对数学规律的理性认识，是数学方法的理论基础和内在精神实质，具有概括性和普遍性；而数学方法是以数学事实与理论为工具进行探究的手段，这些手段与人们的数学知识、经验以及数学思想掌握情况密切相关，是数学思想的外在表现形式，具有可操作性和具体性。

数学思想与数学方法是密切相关的，它们相互依存、相互促进。下面是它们之间的关系。

1. 数学思想指导数学方法。数学思想是对数学对象、关系和规律的认识，它提供了指导和启发数学研究的思维方式和观点。数学思想的发展推动了数学方法的创新和

应用。数学思想的丰富性和深刻性决定了数学方法的多样性和灵活性。

2. 数学方法实现数学思想。数学方法是数学研究和解决问题的具体手段和工具。它是根据数学思想的指导，通过逻辑推理、数学推导、证明、计算等过程来实现数学思想的具体操作和表达。数学方法提供了一种系统性和规范性的方式，使数学思想能够得到具体地呈现和应用。

3. 相互影响与互相促进。数学思想和数学方法是相互影响、互相促进的。数学思想为数学方法提供了理论基础和指导，指导数学家在解决问题和发展新理论时采取何种方法。而数学方法的应用和实践也可以反过来促进数学思想的发展，推动数学的理论探索和创新。

数学思想和数学方法相辅相成、相互依赖，共同推动了数学的发展和應用。数学思想为数学方法提供了指导和启发，而数学方法实现了数学思想的具体操作和应用。它们的共同作用促使数学不断发展，并在科学研究、工程技术等领域发挥着重要的作用。

## 二、数学思想方法的划分

有人把数学思想方法划分为三个层次：一为核心数学思想方法（序化思想），二为一般数学思想方法（公理思想、转化思想、符号思想），三为具体数学思想方法。

侯敏义在《数学思维与数学方法论》中从广义和狭义来理解数学思想方法。狭义的理解认为，数学思想方法主要指数学本身的论证、运算以及应用的思想方法和手段；广义的理解认为，数学思想方法除上述作为研究对象外，还应包括数学（其中包括概念、理论、方法以及形态等）的对象、性质、特征、作用及其产生、发展规律的认知。

欧阳维诚等编著的《初等数学思想方法选讲》中，把数学思想方法分为三类或三个层次：一是对数学本质的认识方面的思想方法，回答“数学是什么”的问题；二是数学的地位、作用、研究和发展方面的思想方法，回答“数学向何处去”的问题；三是解决具体数学问题的思想方法，也就是数学解题思想方法，回答“数学怎样论证”的问题。按照徐利治的“宏观数学方法论”与“微观数学方法论”的划分，第一、二类数学思想方法属于宏观数学方法论，宏观数学方法论是关于数学发展规律的研究；第三类数学思想方法属于微观数学方法论，微观数学方法论是关于数学中的发现、发明与创新等法则的研究。优化思想、随机思想、划分思想、集合思想、映射思想、函数思想、方程思想、逼近思想、递归思想等都属于微观数学思想方法。

张奠宙在《数学方法论稿》中将数学思想方法分为四个层次：第一，基本的和重大的数学思想方法；第二，与一般科学方法相应的数学思想方法；第三，数学中特有的思想方法；第四，数学中的解题技巧。

曹才翰、章建跃在《数学教育心理学》中将数学思想方法分为四个层次：第一层次是与某些特殊问题联系在一起的方法，我们可以将它称为“解题术”。第二层次是

解决一类问题时可以采用的共同方法，我们将其称为“解题通法”。第三层次是数学思想，这是人类对数学及其对象，对数学的概念、命题、法则、原理以及数学方法的本质性认识。第四层次是数学观念，这是数学思想方法的最高境界，是一种认识客观世界的哲学思想。关于数学思想方法的划分，不同的研究者有不同的看法。还有人从数学知识分类、数学认知结构、知识迁移的角度来理解数学思想方法。这些对于我们更加全面、深刻地认识和理解数学思想方法都是大有帮助的。

## 第二节 培养学生数学思想方法素质的意义

### 一、心理学意义

数学就是应用抽象的量化方法去研究关系结构模式的一门科学，数学思想方法是数学学科一般原理的重要组成部分。美国心理学家杰罗姆·布鲁纳认为：不论我们选教什么学科，务必使学生理解该学科的基本结构。所谓基本结构就是指“基本的、统一的观点，或者是一般的、基本的原理”。学习结构就是学习事物是怎样相互关联的。这种“关联”就是在数学领域里所体现出来的数学思想方法。下面主要从心理学角度来阐述培养学生数学思想方法素质的重要意义。

#### （一）有利于新知识的接受

数学思想方法对于学生接受新知识和理解数学概念是非常有利的，它们可以帮助学生以更有效的方式学习和掌握数学知识。

1. 宏观思想方法。抽象概括和化归方法可以帮助学生将抽象的数学概念与具体的实际问题联系起来，从而更好地理解数学的实际应用。数学模型的应用可以将复杂的问题转化为数学符号和表达形式，使学生能够通过数学方法进行分析和解决。归纳猜想则可以激发学生对问题的探索和发现，培养学生的数学思维和创造力。

2. 逻辑型思想方法。逻辑思维和推理是数学思考和证明的基础。通过分类法、完全归纳法、反证法和演绎法等方法，学生可以学习和应用逻辑规则，进行严密的推理和论证。这样可以培养学生的逻辑思维能力，提高他们在数学推导和证明中的准确性和严密性。

3. 技巧型思想方法。技巧型思想方法可以帮助学生在解决具体的数学问题时掌握一些实用的技巧和方法。例如，换元、配方、待定系数等方法可以在解方程、求极限、积分等数学运算中起到简化计算和加快解题速度的作用。这些方法能够帮助学生更轻

松地理解和应用数学概念，提高他们解决数学问题的效率和准确性。

这些数学思想方法有助于学生接受新知识，理解数学概念，并应用它们解决实际问题。通过灵活运用这些方法，学生可以培养数学思维能力，提高数学学习的效果和成果。

## （二）有利于长时间记忆

数学思想方法作为数学学科的基本原理，在数学教育中不仅具有重要性和持久性，而且具有较高的普适性和延续性。

1. 教育中的剩余价值。麦克斯·冯·劳厄指出，教育中的核心是那些在学习过程中所保留下来的、终身受用的东西。在数学教育中，这指的就是数学思想方法。即使学生忘记了具体的知识点、公式和定理，但通过掌握数学思想方法，他们可以具备独立思考、解决问题和数学推理的能力，这些能力将对他们的终身学习和工作产生深远的影响。

2. 构建模型的重要性。布鲁纳强调了将事物放入构建良好模型的重要性。在数学学习中，通过将现实问题抽象化为数学模型，学生可以更好地理解和应用数学思想方法。模型提供了一种框架，可以帮助学生厘清问题的结构和关系，深入探究数学概念和原理，从而在数学学习中对知识保持持久的记忆和理解。

综上所述，数学思想方法作为数学学科的基本原理，具有跨学科、持久性和终身受用的特点。它们不仅能够帮助学生在数学学习中取得成功，而且能够培养学生的逻辑思维能力、问题解决能力和创新能力，为他们的终身学习和发展奠定基础。

## （三）有利于“原理和态度的迁移”

数学思想方法有利于原理和态度的迁移。以下是对“原理和态度的迁移”的解释以及与数学思想方法的关系。

1. 原理的迁移。数学思想方法强调对数学的基本原理和概念的理解和运用。这种原理性的学习和思考能力可以在学生的其他学科中得到应用。例如，学生通过学习数学中的抽象概念、逻辑推理和模型构建等方法，能够形成分析问题、推理论证和归纳总结的思维方式，从而更好地理解和应用其他学科中的原理和概念。

2. 态度的迁移。数学思想方法还涉及解决问题的态度和方法。数学学习过程中，学生需要培养持续探索、勇于尝试、坚持解决问题的态度。这种问题解决的态度可以迁移到其他学科的学习和实际生活中。学生在数学学习中培养的逻辑思维能力、问题解决能力和创新能力，将对他们在其他领域的学习和工作中产生积极的影响。

因此，数学思想方法的学习有助于培养学生的原理理解和问题解决能力，并帮助他们将这些能力迁移到其他学科的学习和现实生活中。这种迁移促进了学生的综合素

养和终身学习能力的发展。

#### (四) 有利于初等数学与高等数学知识的衔接

数学思想方法对于初等数学与高等数学知识的衔接具有重要作用。

1. 抽象与推理。数学思想方法强调抽象概念和推理能力的培养。在初等数学中，学生通过学习基本的数学概念和运算规则，逐渐建立起数学思维的基础。这些抽象和推理的能力为学生在高等数学中理解和应用更为抽象的概念和推理方法打下了基础。

2. 模型与问题解决。数学思想方法鼓励学生运用数学模型解决实际问题。在初等数学中，学生通过解决简单的实际问题，建立起对数学模型的认识和应用能力。这为学生在高等数学中应用更复杂的数学模型解决实际问题提供了框架和思路。

3. 形象与抽象转化。初等数学中的概念和问题通常以具体的实例和图形形式呈现，学生通过观察和实践逐渐理解和掌握。数学思想方法鼓励学生将这些形象化的概念和问题逐渐转化为抽象的数学表达和符号运算，在高等数学中更深入地理解和应用。

通过数学思想方法的学习，学生能够建立起初等数学与高等数学知识的衔接桥梁，更好地理解和应用高等数学中更为复杂的概念和方法。这种衔接有助于促进学生数学学习连贯性和深入性地发展。

## 二、教育学意义

数学教师在教学中不能只传授形式的知识，还应培养学生在学习活动中运用知识进行思考的数学精神以及数学思想方法。从认知角度来看，数学教学的中心任务是促进学生良好的数学认知结构的形成，使之具有不断吸收新数学知识的能力和知识自我更新的能力。已感知的知识需要加以组织整理，存贮在记忆中，才能有效地加以利用。因此，数学教师的首要任务是帮助学生构建一个良好的数学认知结构。一般而言，理解数学的概念、公式、定理能促进学生良好数学认知结构的形成。根据学习认知理论，概念学习是新概念与学生原有认知结构相互作用并形成新的认知结构的过程。学习数学概念时，学生往往从其原有的数学认知结构（知识与经验）出发，去认知和理解。由于数学概念的复杂性、抽象性，构建时可将其分解为多个层次，先一层一层地认识，理解每层表达的意思，然后再分析综合各层次之间的内在联系，使之成为完整的易于掌握的知识。

#### (一) 从教师的角度来看

教师在教学过程中通过对思维过程的剖析和数学思想方法的介绍，可以帮助学生更好地理解数学的本质和思维方式，从而消除数学的神秘感，促使学生从简单的“机械学习”转向深入的“意义学习”。

通过引导学生思考数学问题、分析解题思路和探索数学概念的内在联系，教师能够激发学生的数学思维和解决问题的能力。教师的解析和解释能够让学生意识到数学的逻辑性、推理性和抽象性，帮助他们建立起更为深入和全面的数学认知结构。

同时，教师在进行数学思想方法教学研究的过程中，也能够提高自身的数学素质和专业水平。通过深入研究数学思想方法的原理和应用，教师能够更好地理解数学的本质和规律，掌握数学的思维过程和思考方法。这不仅有助于提高教师的数学教学能力和业务素质，还能够改善教师的知识结构和教材驾驭能力，使其更好地引导学生学习数学，并激发学生对数学的兴趣和学习动力。

因此，教师在教学过程中重视数学思想方法的介绍和教学研究，不仅对学生的数学学习有积极影响，还能够提升教师自身的专业素养和教学能力，促进数学教学的质量和效果的提高。

## （二）从学生的角度来看

数学教育的根本目的是培养学生具备解决实际问题 and 进行创新的数学能力，这不仅需要学生掌握数学知识，还需要学生具备良好的数学思想方法素质。

数学思想方法的培养能够优化学生的数学认知结构，提高学生的思维能力。通过学习和运用数学思想方法，学生能够更好地理解数学的本质、抽象概念和数学规律，发展数学思维，形成灵活的解决问题的策略和方法。这种思维能力在解决实际问题和进行创新时至关重要，能够帮助学生将所学数学知识迁移到新的情境中，发现问题的本质、提出新的解决方案，并进行创造性的数学思考。

此外，具备严谨的数学逻辑思维能力和推理能力的学生，在其他专业基础课程的学习中也具有显著优势。数学的逻辑性和推理性培养了学生的分析、归纳和推理能力，使其更加敏锐地理解和应用其他学科的概念和原理。这种数学思维能力的跨学科运用，为学生的认知能力发展提供了有力支持。

因此，数学思想方法的培养对于学生的创新能力、问题解决能力和跨学科认知能力的提升具有重要的促进作用。在数学教育中，除了注重数学知识的传授，还应注重培养学生的数学思维能力，使他们能够灵活运用数学知识解决实际问题，形成独立思考和创新的能力，以应对未来的挑战。

1. 有助于严谨的逻辑思维能力的形成。数学的推导与计算，“差之毫厘，谬以千里”。一个小数点的位置，一个正负符号，一点都不能含糊。这种严密性有利于培养学生认真细致、一丝不苟的工作作风与习惯。严密的数学逻辑推理能力训练，能够培养学生处理头绪繁多的问题时思路清晰、条理分明、有条不紊的能力。

2. 有助于数学应用意识的加强。数学思想方法可以促进正确方法由盲目的、不自觉的应用向有意识的、自觉的应用转化。数学应用意识的失落是我国应试教育中数学

教育的一个严重问题。目前,我国基础教育正从“应试教育”向“素质教育”转轨。通过抽象概括、数学模型等思想方法教学,让学生体会到数学教育与现实世界的联系,加强数学的应用意识。因此,在素质教育中,学生不仅要掌握数学思想方法,而且要达到掌握、领悟数学思想方法的程度。只有当学生在数学思想方法的高度上掌握了数学概念、数学知识时,才能较好地形成数学素质,从而使其受益终身。

3. 有助于良好思维品质的形成。数学思想方法和思维品质之间有着密切的联系,但数学思想方法对培养思维品质的作用并不是绝对的一对一的关系。数学思想方法系统有助于形成良好的思维品质,如思维的灵活性、深刻性、广阔性、批判性、独创性等。同时,良好的思维品质形成又可促进数学思想方法系统的确定。

4. 有助于探索精神和创造精神的培养。高等数学课程改革的核心目标之一是培养学生的数学创新意识,并强调创新意识和实践意识的重要性。这意味着在教学中,不仅要让学生学习和掌握数学的基础知识和技能,还要培养他们掌握高等数学的思想方法。

数学思想方法的核心是创新意识和实践意识。创新意识指的是培养学生主动思考、质疑和探索的意识,激发他们独立思考和创造性解决数学问题的能力。实践意识则强调将数学知识应用于实际问题解决的能力,培养学生将抽象的数学概念和方法与实际情境相结合的能力。

通过加强数学思想方法教学,我们可以培养学生的数学创新意识。这包括激发学生的兴趣和好奇心,引导他们提出问题、寻求解决方案,并鼓励他们思考数学背后的原理和思维方式。通过创新的教学方法和学习任务,可以激发学生的创造力,帮助他们发展自己的数学思维和解决问题的能力。

数学思想方法的培养还有助于学生培养其他重要的素质,例如诚实正直、严谨认真、踏实细致、机智顽强等。这些素质是适应时代发展和未来工作环境所必需的,在数学思想方法的培养过程中,学生所进行的严密的逻辑思考、精确的推理和创造性地解决问题,有助于形成这些素质。

最重要的是,数学思想方法的培养可以培养学生的创造力和科学素质。数学思想方法培养学生的创造性思维能力和问题解决能力,这些能力对学生未来的学习、工作和生活都具有重要意义。

因此,数学思想方法的培养对学生的发展具有重要的意义,不仅可以帮助他们在数学领域取得更好的成就,还可以培养他们的创新能力、科学素质和综合素养,为他们未来的发展打下坚实的基础。

### 三、现实意义

培养学生数学思想方法素质除心理学意义、教育学意义外,还有其重要的现实意义。

现实意义主要有以下三个方面。

### （一）数学发展的需要

数学作为一门古老而又年轻的学科，正是因为数学思想方法的不断突破和创新，其才能不断发展和演进。

数学思想方法的重要性在于它能引领数学的发展，推动人们对数学的深入探索。新的数学方法和观念常常超越具体的数学问题本身，具有普遍的作用和意义。这些方法和观念不仅能解决当前的数学问题，更能为数学的未来发展开辟新的方向和可能性。

通过进行数学思想方法的教学研究，我们可以深入理解数学思想方法的本质和特点，探索数学思想方法的应用和发展。这有助于我们更好地推动数学研究，为数学的进一步发展做出贡献。通过研究数学思想方法，我们可以发现其中的规律和共性，探索数学思维的本质和机制，从而提高我们对数学问题的理解和解决能力。

数学思想方法的教学研究还有助于培养学生的数学思维 and 创新能力。通过教授和引导学生运用数学思想方法进行问题求解和探究，可以培养学生的逻辑思维、创造性思维和批判性思维，提高他们解决问题的能力 and 创新的潜力。这对学生的数学学习和未来的发展都具有重要意义。

因此，数学思想方法的研究和教学对于推动数学的发展、培养学生的数学思维能力以及促进数学教育的改革都具有重要的意义。我们应当重视数学思想方法的教学研究，不断探索和创新，以推动数学学科的进步和发展。

### （二）数学教学改革的需要

过于强调对定义、定理、法则和公式的灌输与记忆，以及填鸭式的教学方法，可能导致学生丧失对数学的学习兴趣和动力，无法理解数学的实际应用和意义。

数学教学需要更加注重培养学生的数学思维 and 解决问题的能力，这可以通过强调数学知识的发生和发展过程来实现。教师可以通过揭示数学知识的起源、演变和应用，让学生了解数学知识是如何从实际问题中提炼出来的，以及如何与其他数学概念和方法相互联系。这种教学方法可以帮助学生构建更为深入和综合的数学认知结构，增强他们对数学的理解和掌握能力。

在数学教学中，应用问题应该与数学知识的学习相结合，而不是仅作为一个附加的部分。教师可以设计与实际问题相关的数学问题，让学生在解决问题的过程中运用数学知识和思想方法，培养他们的应用能力和创新意识。这样的应用问题有助于引发学生的思考和探究，激发他们对数学的兴趣和学习的热情。

数学思想方法的教学研究可以促进数学教育的改革和提高教师的教学水平。教师通过深入研究数学思想方法的本质和特点，可以更好地理解数学的发展和演进，以及

数学知识的本质和意义。这有助于教师更好地指导学生，启发他们的数学思维和创新能力，使数学教育更加符合学生的认知特点和学习需求。

因此，进行数学思想方法的教学研究，并将其融入数学教学实践中，对于改善传统数学教学的局限性，培养学生的数学思维能力，增强他们对数学的兴趣和学习动力具有重要的意义。这种教学方法将使数学教育更加富有意义和引人入胜，为学生提供更好的数学学习体验。

### （三）社会进步的需要

数学思想方法不仅在数学领域中发挥着关键作用，而且在自然科学、社会科学、工程技术以及经济和技术科学等各个领域都得到了广泛的应用。数学思想方法的应用已经成为现代社会中人们解决问题、分析情况、做出决策的基础之一。

在自然科学中，数学思想方法被广泛应用于物理学、化学、生物学等领域，用于建立模型、分析数据、预测趋势和解决复杂问题。在社会科学中，数学思想方法被应用于经济学、社会学、心理学等领域，用于分析统计数据、建立模型、探索社会现象和推断人类行为。在工程技术领域，数学思想方法被用于设计、优化、控制和模拟各种工程系统。而在各行各业和社会生活的各个方面，数学思想方法被用于数据分析、决策支持、风险评估、市场预测、算法设计等。

未来的社会中，数学思想方法的重要性将更加突出。随着科技的发展和社会的复杂性增加，人们面临的问题将变得更加多样化和复杂化。解决这些问题需要运用数学思维，从数据中提取规律，建立数学模型，进行定量分析，做出科学的决策。无论从事何种工作，掌握数学思想方法将成为必备的能力之一。

因此，数学思想方法的培养在教育中具有重要意义。通过数学教育，我们可以帮助学生培养数学思维，提高他们的问题解决能力和创新能力，使他们具备面对未来社会挑战的能力。数学思想方法的教学研究和应用将有助于培养学生的数学思维能力，使他们能够运用数学的原理和方法来分析和解决各种实际问题，为未来的发展做出贡献。

## 第三节 数学思想方法的形成过程及教学原则

### 一、数学思想方法形成过程的三个阶段

根据认知学习理论，数学学习的过程就是新的学习内容与学生原有的数学认知结构相互作用，形成新的数学认知结构的过程。首先，教师应创设问题情境，给学生提供新的学习内容，让学生原有的数学认知结构与新知识之间产生联系，使学生在心理上产生学习新知识的需要。其次，新的学习内容输入后，原有的数学认知结构与新知识相互作用，会有同化和顺应两种形式。同化就是把新学习的内容纳入原数学认知结构中去，从而扩大原有认知结构的过程。顺应就是当原数学认知结构不能接纳新的学习内容时，必须改造原有的认知结构，以适应新的学习内容，从而产生新的认知结构的雏形。再次，在产生新的认知结构雏形后，通过练习等活动，使新学习的知识得以巩固，从而得到新的认知结构。最后，通过解决数学问题，使初步形成的新的数学认知结构臻于完善，最终形成新的良好的数学认知结构，学生的能力得到发展。由此可见，数学学习的过程是一个学习者主动建构的过程。而数学思想方法则是隐藏在知识背后的精髓，必须通过学习者自身的创造性劳动、建构才能实现。由于人们认识客观事物遵循由浅入深、由表及里、由具体到抽象、由量变到质变、由感性到理性的逐步深化、不断推进、螺旋上升的认识规律，因此数学思想方法的学习领悟绝不是一朝一夕的事，数学思想方法的学习应贯穿数学学习的始终。学生领会和掌握某一种数学思想方法，要经过较长的时间并且通过对不同知识的学习才能真正地体会、领悟。据此，我们将学生数学思想方法的形成过程划分为以下三个阶段。

#### （一）潜意识阶段

数学教学内容始终反映着两条线，即数学基础知识和数学思想方法。数学教材的每一章节乃至每一道题，都体现着这两条线的有机结合，这是因为既没有脱离数学知识的数学思想方法，也没有不包含数学思想方法的数学知识。在数学课上学生往往只注重数学知识的学习，注重知识的增长，而忽略连接这些知识的观点以及由此产生的解决问题的方法与策略。即使有所察觉，也只是处于一种“朦朦胧胧”“似有所悟”的状态。例如，有些学生在解高次方程时知道可用换元法化为低次方程去求解，解立体几何题时可将空间问题转化为平面问题去求解，解某些代数问题可借助几何图形通