高等医学院校教材

医学物理实验教程

主编　吴　杰　杨翰男

云南大学出版社
YUNNAN UNIVERSITY PRESS

高等医学院校教材

医学物理实验教程

主编　吴　杰　杨翰男

云南大学出版社
YUNNAN UNIVERSITY PRESS

图书在版编目（CIP）数据

医学物理实验教程 / 吴杰，杨翰男主编. -- 4版
. -- 昆明 : 云南大学出版社，2023
高等医学院校教材
ISBN 978-7-5482-4965-8

Ⅰ. ①医… Ⅱ. ①吴… ②杨… Ⅲ. ①医用物理学－实验－医学院校－教材 Ⅳ. ①R312-33

中国国家版本馆CIP数据核字(2023)第100766号

策划组稿：徐 曼
责任编辑：周 飞
封面设计：刘 雨

医学物理实验教程

YIXUE WULI SHIYAN JIAOCHENG

主编 吴 杰 杨翰男

出版发行：云南大学出版社
印 装：昆明淙纶印刷有限公司
开 本：787mm × 1092mm 1/16
印 张：8.5
字 数：200千字
版 次：2023年7月第4版
印 次：2023年7月第1次印刷
书 号：ISBN 978-7-5482-4965-8
定 价：36.00元

社 址：昆明市翠湖北路2号云南大学英华园内
邮 编：650091
电 话：（0871）65033244 65031071
网 址：http://www. ynup. com
E-mail：market@ynup. com

若发现本书有印装质量问题，请与印厂联系调换，联系电话：0871—65639661。

第四版前言

实验是物理学乃至所有科学的重要研究手段，它的研究方法包括观察、实验、假说和理论等基本环节，其理论体系的最终建立和不断修正、发展都是建立在不断深入的科学实验基础上的。通过物理实验，使医学生受到较为系统的科学实验基本方法和实验技能的训练，这是21世纪培养高素质医学人才，尤其是培养高素质研究型人才的基本要求。

物理实验教学与物理理论教学具有同等重要的地位。物理实验是对医学生进行科学实验基本训练的一门独立的必修通识基础实验课程，是学生进入大学后接受系统实验方法和实验技能训练的开端，是培养和提高医学生科学实验素质，重点突出实验设计思想和实验创新意识训练的重要手段。

近二三十年来，以计算机技术、超声诊断与治疗技术、X射线和CT成像技术、核磁共振技术、放射性核素成像技术、放射介入治疗技术、适形射线治疗技术、激光技术等一大批现代物理学原理和技术的新成果和新技术在临床医学中的广泛应用已使现代医学的诊断治疗手段产生了革命性变革。医学院校物理实验的内容也应该反映现代医学方法、技术手段突飞猛进的成果。因此，对医学院校物理实验的专业化和现代化改革势在必行。如何使物理实验既充分体现医学院校的特点和针对性，让学生尽可能接触到新的技术手段在医学中的应用，同时又确保学生受到较系统的科学基本方法和技能的训练，是本轮实验教材改革的基本考虑。根据卫生部颁发的《高等医学院校医用物理学教学大纲》和教育部高教司正在制定的“医学类专业大学物理实验课程教学改革基本要求”，结合昆明医科大学医学物理实验改革的实践和今后医学院校物理实验教学改革的方向，坚持结合医学教育特点，系统改革医学物理实验体系，以培养学生创新性和实践能力为重点。我们在第一版已完成的“人体若干参数的测量及回归分析”“测量人体阻抗的频率特性”“膜电位的测量”“人耳听阈曲线的测定”四个独立开发实验的基础上，在第二版中新增了“超声多普勒原理及超声多普勒诊断仪的使用”和“心电信号检测及处理系统设计”两个实验，使之密切结合医学的综合性、设计性实验数量达到了六个，完成了对原有的“液体粘度系数的测定”“电流场模拟静电场的研究”和“薄透镜焦距的测定”等保留实验内容与医学结合的改进，淘汰了“用分光镜测明线光谱波长”“A型超声仪的使用”等一批陈旧过时的实验新编入了“霍尔效应”“光电效应测定普朗克常数”“核磁共振”“超声多普勒诊断仪的使用”四个具有代表性的近、现代物理实验，其中不乏有重要医学应用的核磁共振实验和超声多普勒原理及超声多普勒诊断仪的使用等实验。此外，为便于影像、检验等相关专业医学电子学实验的选修，书中还编入了“晶体管单级放大电路”“与非门电路逻辑功能及测试”及“异步二进制加法计数器”等三个电子学实验。第三版是在前两

版的基础上改版、修订而成，对前两版中发现的差错进行了修正，并对半数以上的实验内容进行了进一步的修改完善。

本书第四版由吴杰、杨翰男主编，编委由王勇、邬志韧、杨皖君、高泽利、蒋薇、赵钦、张何丽组成，各部分撰写人员情况见正文相应内容最后。

由于时间仓促且编者水平有限，书中不妥之处难免，恳请读者批评指正。

编　者

2023 年 4 月

目　录

测量误差与实验数据处理基础

一、物理实验的意义和实验课的目的

(一) 意义

物理实验是物理学重要的组成部分。首先，物理实验能够帮助我们验证理论模型的正确性。物理理论通常是对自然现象观测结果的解释，因此，通过实验检验这些理论的预测结果可以帮助我们确认它们是否正确；实验还可以帮助我们识别可能存在的误差和不确定性，从而使我们更加深入地理解理论模型。其次，物理实验可以帮助我们发现新现象。通过探索物理系统的行为，我们可以发现新的现象和规律，这些发现可能会激发新的理论研究和创新应用。第三，物理实验还可以帮助我们开发新技术。物理学是现代技术应用的重要基础，而其实验研究在许多领域也具有重要的应用价值。本课程将要讲授的医学物理实验，就是将物理学原理运用到医学中最好的例子。

本部分将要讲授的误差的处理、精度的传递、有效数字的计算等将会是贯穿所有物理实验科学的基本方法，对未来开展的各类科学实验、数据处理、论文撰写都极为重要。总的来说，物理实验是学习物理学的重要途径，通过物理实验，学生可以加深对物理学的理解，掌握实验技能，训练科学思维，为未来的职业发展做好准备。

(二) 目的

通过物理实验课，主要达到以下三个目的：

1. 掌握实验的基本原理、方法和技能。

2. 通过严肃认真的实验操作，培养实事求是的科学作风和独立分析问题、解决问题的能力，初步练就从事科学研究的基本功。

3. 巩固和加深对物理现象和规律的了解。

4. 了解基本物理实验规律在医学中的应用。

要达到以上目的，必须做到以下几点：

1. 课前预习，认真阅读实验教程，明确所做实验的目的，领会实验原理和方法，了解实验步骤，做好实验预习。

2. 细心进行实验，先组装、安排，把仪器调节到正常使用状态才进行实验。实验时先草记实验数据，复核无误后，再用钢笔填入实验报告的表格中，字迹要清楚、整洁，不乱画，不涂改，更不允许编造数据，也不得抄袭别人的数据。

3. 要亲自动手做实验，要独立思考，既不盲从，也不骄矜。合理分工与合作，也就是每个同学都要有动手做实验的机会，充分得到操作练习。不能只是某个人做实验，其余的人在旁边只充当记录员或观察员，最后抄袭了事。应该提醒大家，大学的可贵之处，就在于提供了许多系列的、精密的、贵重的实验设备，同学们应该珍惜这个稍纵即逝的机会。

二、测量的意义和分类

要确定一个物理量的大小，必须用仪器来测量。所谓测量就是指为确定被测量对象的量值而进行的测量，并与规定作为标准单位的同类量相比较的实验过程。测量是人类认识和改造世界的重要手段之一，通过测量才能对客观事物获得数量的概念，再将结果进行归纳和分析，以总结出一般规律，建立起定理或定律。测量的好坏往往影响着对规律认识的正误。

测量分为直接测量和间接测量两类。直接测量就是指被测量量和仪器直接比较，无需通过函数计算即可得出被测量量值的测量。例如，要测量一物体的长度可以跟米尺相比较，天平称质量、秒表计时间等，这一类测量，都属于直接测量。实际上，能够进行直接测量的物理量并不多。

所谓间接测量，就是指由一个或几个直接测量量经已知函数关系计算出被测量量值的测量。例如，测球的体积可先直接测出球的直径 d，再由公式 $V=\pi d^3/6$ 求出体积 V 来；又如测导体的电阻 R，可通过直接测量加于导体两端的电压 U 和流过它的电流强度 I 后，由公式 $R=U/I$ 计算出来，等等。这一类测量都属于间接测量。当然，一个量进行直接测量还是间接测量，这取决于测量的方法和设备。如电阻也可通过万用表欧姆档实现直接测量。

下面就两类测量中如何读出数据和处理数据的最常用、最简单的方法进行论述，它将涉及每一个实验，是不可不知的。

三、误差及其分类

在确定的物理条件下，反映事物特征的物理量的量值是客观存在的，称其为真值 N_0。测量的目的总是力图得到真值，但是，由于实验方法或理论的不完善、实验仪器的灵敏度和分辨能力的限制以及环境的不稳定性等因素的影响，测量值 N 总是真值的近似值。换言之，真值虽为客观存在却不可确知，测量值与真值之间必然存在一定的差异，我们把测量值与真值之差称为测量值的误差。

误差：$\Delta N=N-N_0$

由于真值不可知，误差也就不可确知，只能对其进行合理的估算。但请注意，所有的误差都是不可避免的。而且，若考虑各种引起误差的因素互相加强的不利情况，通常应将误差估算得大一些。

按误差产生的原因、性质和特点，误差可分为三类：

（一）系统误差

系统误差是由某些特定的原因产生，对测量结果的影响也是确定的。但系统误差在足够多次的测量后误差的大小和符号（±）应保持恒定，或按照一定规律变化，它同样是不可避免但可以缩小的。这主要是由于实验仪器或装置的不完善、实验方法本身或理论的不完善等原因引起的。

（二）偶然误差（随机误差）

是由不确定的原因产生，对测量结果的影响也是随机的、不确定的。

在同一条件下多次测量同一物理量时，测量值总是有稍许差异而且变化不定，并在消除系统误差之后依然如此，这部分绝对值和符号（±）经常变化的误差，称为偶然误差，也称为随机误差。它是由许多不可预测的偶然因素所决定的，它出现的机会和大小分布服从统计规律。对测量次数足够多的重复测量，偶然误差的分布服从正态分布的统计规律，具有单峰性、对称性和有界性的分布特征。

（三）粗大误差（过失误差）

凡是用测量时的客观条件不能解释的那些突出的误差，可称为粗大误差，也称为过失误差。这是观测者在观测、记录和整理数据过程中，由于缺乏经验、粗心大意、疲劳等原因引起的。这类数据一旦发现应予舍去。

四、直接测量误差的表示方法

在下面的讨论中，我们约定系统误差和粗大误差已经修正或消除，只剩下偶然误差。

（一）多次测量的误差

由于偶然误差具有对称性的特征，为了减少偶然误差，在可能的情况下，总是采用多次测量的办法，然后将各测量值的算术平均值作为测量的结果。如果在相同条件下对某物理量 X 进行了 n 次重复测量（即等精度测量），其测量值分别为 N_1，N_2，…，N_n，用 $\overline{N}$ 表示算术平均值，则

$$\overline{N}=\frac{1}{n}(N_1+N_2+\cdots+N_n)=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}N_i \tag{1}$$

根据误差的统计理论，在一组 n 次测量的数据中，$\overline{N}$ 最接近于真值，称为测量的近真值。当测量次数无限增加时，算术平均值将无限接近于真值。

在 n 次重复测量后，测量值的误差可用平均绝对误差、标准误差（均方误差）等进行估算。

1. 平均绝对误差

我们把 n 次等精度测量所得的算术平均值作为最佳值，各次测量值与算术平均值之

差的绝对值称为该次测量的绝对误差，即

$$\Delta N_i = |N_i - \bar{N}| \quad (i=1,\ 2,\ \cdots,\ n)$$

$$\Delta N = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\Delta N_i = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}|N_i - \bar{N}| \tag{2}$$

测量结果表示为：

$$N = \bar{N} \pm \Delta N$$

它反映了测量值的真值应出现在[$\bar{N}-\Delta N$，$\bar{N}+\Delta N$]的范围内这一规律。

有一种特殊情况，即重复测量 n 次，测量值不变，这并不是说绝对误差为零，而是说明偶然误差较小，仪器的精度不足以反映其微小差异。这时一般可估计其误差为仪器最小分度值的一半。

2. 相对误差

为了评价一个测量结果的优劣，还需要看一个测量值本身的大小，为此引入相对误差的概念，相对误差的定义是：

$$E = \frac{\Delta N}{\bar{N}}$$

相对误差也常用百分数来表示：

$$E = \frac{\Delta N}{\bar{N}} \times 100\% \tag{3}$$

用百分数表示的相对误差，又称为百分误差。百分误差表明了绝对误差在测量值中的占比，一般取 1 ~2 位。

测量结果也可以表示为 $N=\bar{N}(1\pm E)$。

例：用一精度为 1 毫米的米尺，测量一玻璃管的长度三次，测得的值及计算出的绝对误差和百分误差列表于下：

	测量值(cm)	绝对误差(cm)	百分误差
1	5.02	0.01	
2	5.03	0.02	$E=\frac{0.02}{5.01}\times 100\%=0.4\%$
3	4.98	0.03	
平均	5.01	0.02	
测量结果表示为 $L=5.01\pm 0.02$(cm)$=5.01(1\pm 0.4\%)$(cm)			

3. 标准误差(均方误差)

测量值的标准误差定义为：各测量值误差的平方和的平均值的平方根，故又称为均方误差。可用标准偏差表示如下：

$$\sigma = \sqrt{\frac{(N_1-\bar{N})^2+(N_2-\bar{N})^2+\cdots+(N_n-\bar{N})^2}{n-1}}$$

$$= \sqrt{\frac{\sum (N_i-\bar{N})^2}{n-1}} \tag{4}$$

测量结果则表示为 $N=\bar{N}\pm\sigma$。

平均绝对值误差和标准误差都可以作为测量值误差的量度，它们都表示在一组测量数据中，各个数据的分散程度。一般来说，用标准误差更好，因为单次测量的误差经平方后，较大误差会更显著地反映出来。

严格来讲，误差是测量值与真值之差，而测量值与平均值之差称为偏差(或残差)，这两者是有区别的。当测量次数很多时，多次测量的平均值 $\bar{N}$ 最接近真值，因此各次测量值与 $\bar{N}$ 的偏差也就很接近于它们与真值的误差，所以我们可以把测量值与平均值之差作为误差，并用标准偏差来表示标准误差。

(二)单次测量的误差

对于单次测量的误差，一般是估计它的最大值，因为误差的来源很多，而各个实验又有各自的特点，所以难以确定统一的规则，通常估算为仪器的最小分度值的一半。

五、间接测量的误差计算

间接测量量是通过一定的公式计算出来的。既然公式中包含的每一个直接测量量都是有误差的，这些误差必将传递到间接测量的结果中去，这就叫误差的传递。

(一)加减法运算中的误差

若 $N=A\pm B$，其中 A、B 是直接测量量，可以证明，N 的绝对误差为：

$$\Delta N=\Delta A+\Delta B \tag{5}$$

即间接测量量由直接测量量相加减而得到时，间接测量量的平均绝对误差等于各直接测量量的平均绝对误差之和。N 的相对误差为：

$$E=\frac{\Delta N}{\bar{N}}=\frac{\Delta A+\Delta B}{\bar{A}\pm\bar{B}} \tag{6}$$

(二)乘除法运算中的误差

若 $N=A\times B$ 或 $N=A/B$，其中 A、B 是直接测量量，可以证明，它们的相对误差都可以表示为：

$$E=E_A+E_B=\frac{\Delta A}{\bar{A}}+\frac{\Delta B}{\bar{B}} \tag{7}$$

上式中 E_A 和 E_B 表示 A、B 的相对误差，ΔA、ΔB 表示它们的平均绝对误差。

由于 $E=\frac{\Delta N}{\bar{N}}$，所以我们有：

$$\Delta N=E\cdot\bar{N} \tag{8}$$

上式中，$\bar{N}$ 为 N 的平均值，其大小为 $\bar{N}=\bar{A}\cdot\bar{B}$ 或 $\bar{N}=\bar{A}/\bar{B}$。

总结上面的论述，我们得出：和差运算的平均绝对误差等于各直接测量量的平均绝对误差之和；乘除运算的相对误差等于各直接测量量的相对误差之和。所以，当间接测量量的计算公式为加减运算时，先计算平均绝对误差，后计算相对误差；当计算公式为乘除运算时，先计算相对误差，后计算平均绝对误差。

例如，用奥氏粘度计测定液体的粘度的公式为：

$$\eta_2=\frac{\rho_2 t_2 \eta_1}{\rho_1 t_1}$$

式中左边的 η_2 为待测量，右边的 ρ_1、ρ_2、t_1、t_2 及 η_1 都是已测量，η_2 因通过乘除法计算得到，因

此其相对误差 E_{η_2} 等于其他各量的相对误差 E_{ρ_1}、E_{ρ_2}、E_{t_1}、E_{t_2} 及 $E\eta_1$ 之和，即

$$E_{\eta_2}=E_{\rho_1}+E_{\rho_2}+E_{t_1}+E_{t_2}+E_{\eta_1}$$

或

$$E_{\eta_2}=\frac{\Delta\eta_2}{\bar{\eta}_2}=\frac{\Delta\rho_1}{\bar{\rho}_1}+\frac{\Delta\rho_2}{\bar{\rho}_2}+\frac{\Delta t_1}{\bar{t}_1}+\frac{\Delta t_2}{\bar{t}_2}+\frac{\Delta\eta_1}{\bar{\eta}_1}$$

实验计算中，若 E_{t_1}、E_{t_2} 及 E_{η_1} 为同级数，而 E_{ρ_1}、$E_{\rho_2}<0.1E_{t_1}$ 时，则 E_{ρ_1} 及 E_{ρ_2} 均可略去不计，则有：

$$E_{\eta_2}=\frac{\Delta\eta_2}{\bar{\eta}_2}=\frac{\Delta t_1}{\bar{t}_1}+\frac{\Delta t_2}{\bar{t}_2}+\frac{\Delta\eta_1}{\bar{\eta}_1}$$

求得 E_{η_2} 后，便可求得 $\Delta\eta_2=E_{\eta_2}\cdot\bar{\eta}_2$，故最后结果便可表示为：

$$\eta_2=\bar{\eta}_2\pm\Delta\eta_2=\bar{\eta}_2(1\pm E_{\eta_2})$$

在一般情况下，若直接测量量为 x_1，x_2，…，x_n，间接测量量又可表示为 $y=f(x_1,x_2,\cdots,x_n)$，则 y 的平均值为 $\bar{y}=f(\bar{x}_1,\bar{x}_2,\cdots,\bar{x}_n)$，$y$ 的平均绝对误差为 $\Delta y=\left|\frac{\partial f}{\partial x_1}\right|\Delta x_1+\left|\frac{\partial f}{\partial x_2}\right|\Delta x_2+\cdots+\left|\frac{\partial f}{\partial x_n}\right|\Delta x_n$，相对误差为 $\frac{\Delta y}{\bar{y}}=\left|\frac{\partial f}{\partial x_1}\right|\frac{\Delta x_1}{\bar{y}}+\left|\frac{\partial f}{\partial x_2}\right|\frac{\Delta x_2}{\bar{y}}+\cdots+\left|\frac{\partial f}{\partial x_n}\right|\frac{\Delta x_n}{\bar{y}}$。

为了方便起见，现将常用运算关系的误差计算公式列入下表，以供查找。

常用运算关系的误差计算公式

运算关系 $N=f(A,B,C\cdots)$	平均绝对误差 ΔN	相对误差 $E=\frac{\Delta N}{\bar{N}}$
$N=A+B+C+\cdots$	$\Delta A+\Delta B+\Delta C+\cdots$	$\frac{\Delta A+\Delta B+\Delta C+\cdots}{\bar{A}+\bar{B}+\bar{C}+\cdots}$
$N=A-B$	$\Delta A+\Delta B$	$\frac{\Delta A+\Delta B}{\bar{A}-\bar{B}}$
$N=A\cdot B$	$\bar{A}\cdot\Delta B+\bar{B}\cdot\Delta A$	$\frac{\Delta A}{\bar{A}}+\frac{\Delta B}{\bar{B}}$
$N=A\cdot B\cdot C$	$\bar{B}\cdot\bar{C}\cdot\Delta A+\bar{A}\cdot\bar{C}\cdot\Delta B+\bar{A}\cdot\bar{B}\cdot\Delta C$	$\frac{\Delta A}{\bar{A}}+\frac{\Delta B}{\bar{B}}+\frac{\Delta C}{\bar{C}}$
$N=A^n$	$n\cdot\bar{A}^{n-1}\cdot\Delta A$	$n\cdot\frac{\Delta A}{\bar{A}}$

续　表

运算关系 $N=f(A,\ B,\ C\cdots)$	平均绝对误差 ΔN	相对误差 $E=\frac{\Delta N}{\bar{N}}$
$n=\sqrt[n]{A}$	$\frac{1}{n}\cdot A^{\frac{1}{n}-1}\cdot\Delta A$	$\frac{1}{n}\cdot\frac{\Delta A}{\bar{A}}$
$N=\frac{A}{B}$	$\frac{\bar{B}\Delta A+\bar{A}\Delta B}{\bar{B}^2}$	$\frac{\Delta A}{\bar{A}}+\frac{\Delta B}{\bar{B}}$
$N=\sin A$	$\lvert\cos\bar{A}\rvert\cdot\Delta A$	$\lvert\mathrm{ctg}\bar{A}\rvert\cdot\Delta A$
$N=\cos A$	$\lvert\sin\bar{A}\rvert\cdot\Delta A$	$\lvert\mathrm{tg}\bar{A}\rvert\cdot\Delta A$
$N=\mathrm{tg}A$	$\frac{\Delta A}{\cos^2\bar{A}}$	$\frac{2\Delta A}{\lvert\sin 2\bar{A}\rvert}$
$N=\mathrm{ctg}A$	$\frac{\Delta A}{\sin^2\bar{A}}$	$\frac{2\Delta A}{\lvert\sin 2\bar{A}\rvert}$

六、有效数字及其运算

(一)有效数字的概念

任何一个物理量，其测量的结果既然都或多或少有误差，那么，一个物理量的数值就不应无止境地写下去。数据记录的一般性原则就是只记录到刚开始发生误差的那一位。我们把测量结果中可靠的几位数字加上可疑的一位数字统称为测量结果的有效数字。有效数字中的最后一位的值虽然是可疑的，是有误差的，但它一定程度上还是反映了客观实际，因此也是有效的。例如，1.35 的有效数字是三位，632991.399 的有效数字是九位。

有效数字反映了仪器的精度值，如 1.3500cm 一定不是用米尺测量的，可能是用螺旋测微计测量的，1.35cm 则可能是用米尺测量的。

(二)直接测量时有效数字的记法

测量仪器所能准确鉴别的最小量称仪器的最小分度值，也称精度或精确度。对十等分刻度的仪器，其最小分度值为 1 或 1×10^n，如精度为 1mm 的米尺，毫米是可以准确读到的最小量，我们就该估读到最小分度的下一位，因为这一位才是误差存在的可疑数字。即便正好对齐某条刻线，也应在后面加“0”以标明可疑数字位置。对五等分(最小分度值为 2 或 2×10^n)或二等分(最小分度值为 5 或 5×10^n)刻度的设备，在其最小分度这一位上已开始出现可疑数字，因此只能读到最小分度值这一位。当然，作为特例也应该提到，有的仪器虽为十等分但分度太窄，估读到十分之一有困难，这时可以估计到最小分度值的五分之一、二分之一甚至直接只读到最小分度的这一位，如精度为 0.1℃的体温表。

在实验时，所有测量值都要按有效数字记录，这样才能正确记录仪器的精度值，其位数不能少写，也不能多写。例如，用螺旋测微计测量物体的长度 L 时，观察时正好对齐刻度线“2”。正确的记录应为 $L=4.8720\text{cm}$，即得五位有效数字，若不写 0，则 $L=4.872\text{cm}$，成为四位有效数字，少了一位，这就和所用仪器精度不符，所以这时“0”不能少写，但也不能随便加“0”。

关于有效数字，以下几点必须注意：

1. 有效数字的位数与小数点的位置无关。例如，20.16 米、2016 厘米、0.02016 千米都是四位有效数字。

2. 0 在中间或最后都是有效的。例如，10.0 米为三位有效数字，10.02 米是四位有效数字，若为 10 米则只有两位有效数字，所以实验时，数据记录特别要注意是几位有效数字。0 不能随便增加，也不能任意舍去。

3. 当结果中数字很大时，可用 10 的指数形式来表示。例如测得某号钢的弹性模量 $E=2.01\times10^{11}$ N/m^2，是三位有效数字。若写成 $E=201000000000N/m^2$，则是十二位有效数字，显然不符合实验情况，所以必须写成标准形式，即任何数值写成某数乘以 10 的几次幂表示。该数表示出有效数字位数，一般小数点位置在第一位数字后面。

(三) 有效数字的运算规则

由于有效数字反映了仪器的精度值，因此它们的运算必须有一定的规则，即在计算中须正确传递精度值。

1. 加减计算结果的有效数字。

和或差运算结果的可疑数字与参与运算数据中最早出现的可疑数字对齐。

例 1　$176.5+0.294=176.8$

例 2　$43.306-36.2=7.1$

2. 乘除计算结果的有效数字。

积或商的有效数字的位数，与参与运算的各数据中有效数字位数最少的那个数的位数相同。

例 3　$4.325\times1.5=6.5$

例 4　$4.176\div10.1=0.413$

3. 乘方或开方计算的结果。

幂式和方根的有效数字的位数与其底数的有效数字的位数相同。

例 5　$\sqrt{39.2}=6.26$ 及 $(6.26)^2=39.2$

4. 对数和三角函数的取值。

对数的有效位数与其真数的位数相同，三角函数的有效位数与对应的角度的位数相同。其他函数亦如此。

5. 常数如 π、e、$\sqrt{2}$ 等有效位数，应根据需求取，但不影响有效数位的计算。特别值得一提的是，读取的测量值应按测量值的有效数字来对待。

6. 测量值有效数字的末位，要和绝对误差所在的那一位对齐。如 $L=1.00\pm0.02(cm)$ 是正确的，$I=360\pm0.5(\mu A)$ 或 $g=980.125\pm0.03(cm/s^2)$ 都是错误的。

7. 测量次数、物体个数等，以及系数如 2、1/2、1/3 等，不影响有效数位的计算，因为它们没有测量，不存在精度值的说法，所以不影响有效数位。

8. 凑偶法。通常所用的舍入法是四舍五入，对于大量分布概率相同的数据来说，这样舍入不是很合理，因为总是入的概率大于舍的概率。现在通用的是“小于五则舍，大于五则入，等于五则把可疑数凑成偶数”的法则。这种舍入法则的依据是，这样做以后，使入与舍的概率相等。“五”后面有不等于零的数，均属大于五。

(四) 误差中的有效数字

有一些误差也是测量值的一部分，例如平均绝对误差，也应该如实反映仪器的精度值，因此在计算过程中也应遵循有效数字的计算规则。

七、实验数据的表记和图示

(一) 列表记录

物理实验中常将测量数据列表记录，数据列表可以清楚表示出有关物理量之间的对应关系，便于检查测量结果是否合理，并有助于分析物理量之间存在的规律性关系。因此，表格设计要简明，易于看出有关量间的关系；表中各符号所代表的物理量的意义要清楚并写出单位；单位一般写在标题栏中，不要重复地记录在各数字上，表中数据要正确地选用测量结果的有效数字，以反映测量的精度，在表中不能说明的问题，可在表下加以说明。

(二) 描绘实验曲线

物理实验中，对几个物理量需要同时测量，而这些测量值之间往往又有一定的内在物理规律时，其规律可用实验图线来表示。

描绘实验图要注意以下几点：

1. 为使曲线描绘准确，测量的数据点应尽可能地多。

2. 作实验曲线要用坐标纸，坐标纸的大小要根据实验数据的有效数字而定，尽量使数据中的有效数字都能标出。

3. 确定坐标轴。以横轴代表自变量，以纵轴代表因变量，并在轴的末端近旁注明轴的名称和单位。图纸下部要标明图名。

4. 确定分度值(坐标轴每格代表的物理量数值)。原则上应使坐标轴上的每一小格代表的物理量数值与测量值的有效位数中最末一位可靠数字相对应。

为使读数方便，以不用计算就能直接读出曲线上每一点的坐标为宜。常使每一小格所代表的值为1、2、5，而不用3、4、9。

两轴比例选择要合适，使曲线倾斜度接近45°(或135°)，不要偏于一角或一边。横轴和纵轴可以选取不同的分度值，坐标原点一般不取为零值，除非数据从零开始。

5. 标点。每对数据要用符号在坐标纸上清晰而准确地标出。常用的符号有“×”“+”“·”“◬”“⊙”，符号中心与实验点对应。曲线作好以后，这些符号不允许擦去，它起着保存原始数据记录的作用，便于复核数据，不是同一图线，不要使用相同的符号。

各点标出后，可以看出各点大体分布在一图线的两侧，个别点偏离较远，其数据应予以复核。

6. 连线。应用曲线板(或尺)和削尖的铅笔作出尽可能通过或接近各实验点的光滑曲线，即数学上讲的曲线上处处连续可导。曲线不必通过所有的点，但要求在曲线两侧的点数近似相等，并且两侧各点与曲线的距离之和也应近似相等，如图1所示。

(三) 由实验曲线求未知量

1. 外推法。一般情况下，实验中只能测得某一区域范围内的数据，对于区域外的两个物理量间的对应值，可把实验曲线延长到区域外求得，这种方法叫做外推法。例如，一定质量的理想气体，体积不变时，在“压强—温度”的变化曲线上，用外推法求0℃时的压强。实验中温度一般是20℃开始，实验曲线是一直线，如图2所示，延长直线交纵坐标于一点，纵坐标的读数就是气体在0℃时的压强P_0。

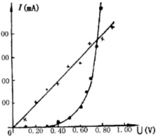

图 1　伏安特性曲线

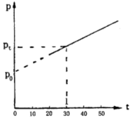

图 2　$P-t$ 变化关系曲线

2. 内插法。在实验中能获得有限的几个实验点，但根据实验点画出实验图线后，就是某一范围内两物理量之间的关系。我们可以利用实验图线找出这一范围内物理量之间的任意对应值，此方法叫做内插法。例如，图 2 中从 20℃ 到 40℃ 范围内任何一个温度值（t），都可以由直线找到压强值（P_t）。

习　题

1. 用直流电表测同一电路的电流四次，测量值分别为 3. 25mA、3. 24mA、3. 23mA、3. 21mA，试求其平均值、平均绝对误差和相对误差，并写出测量结果。

2. 指出下列记录中，按有效数字的要求哪些有错误。

（1）用米尺（最小分度为 1mm）测物体长度：

3. 2cm　50cm　78. 86cm　60. 0cm　16. 175cm

（2）用温度计（最小分度为 0. 5℃）测温度：

68. 50℃　31. 4℃　100℃　14. 73℃

（3）用安培计（最小分度为 0. 05A）测电流强度：

2. 0A　1. 450A　1. 01A　0. 605A　0. 982A

3. 有甲、乙、丙、丁四人，用精度为 0. 01mm 的螺旋测微计测量一铜球的直径，各人所得的结果是：甲 1. 2832 ± 0. 0002（cm）；乙 1. 283 ± 0. 0002（cm）；丙 1. 28 ± 0. 0002（cm）；丁 1. 3±0. 0002（cm）。问哪个人表示得正确？其他人的结果表达式错在哪里？

4. 按照误差理论和有效数字的运算规则，改正下列错误：

（1）$L = 10.8000 \pm 0.02$（cm）

（2）28（cm）= 280（mm）

（3）$0.0221 \times 0.0221 = 0.00048841$

（4）$\dfrac{400 \times 1\,500}{12.60 - 11.6} = 600000$

5. 利用有效数字运算规则计算下列各式的结果：

（1）$98.75 + 1.3 =$

（2）$107.5 - 2.51 =$

(3) 3.23+1.005 =
(4) 1.1×0.1501 =
(5) 2.375÷0.100 =
(6) 325×10 =

附录　相关和回归的概念

(一) 直线相关与相关系数

当两个变量之间出现如下情况——一个增大、另一个也增大(或减小)，我们称这种现象为共变，也就是这两个变量之间有“相关关系”。如果两种事物或现象(或两变量)在数量上的协同变化呈直线趋势，这种关系称为直线相关，又称为线性相关(关系)。

用来表示相关关系的统计学指标称为相关系数，亦称积差相关或总相关，它的符号是 r。相关系数有正有负，r 等于+1 或-1 的时候，称为完全相关；r 等于 0 的时候，称为零相关或无相关。相关系数总在-1 与+1 之间，不会超过这个范围。相关系数只是一个数值，并没有单位。

在生物现象中，很少有完全相关的，故 r 的数值一般也不会达到+1 或-1。相关系数绝对值的大小，反映了变量 x 与变量 y 之间关系的密切程度。在相关图上，各对(x, y)的坐标点称为观察点。观察点的分布越呈直线趋势，表示 x 与 y 之间关系越密切，r 的绝对值也越大。如果 r 接近于±1，就是很高的相关了；反之，r 的绝对值越小，相关程度就越低。如果 r 接近 0，就说明 x 与 y 之间看不出有什么相关关系了。例如，图 3 上各点的分布比较集中，其 $r=0.91$，而且是正相关；图 4 上各点的分布则相当分散，其 $r=0.40$，虽然仍属正相关，但 x 与 y 之间的关系显然较微弱，只是稍有上升的趋势罢了。

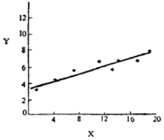

图 3　$r=0.91$

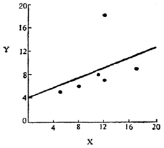

图 4　$r=0.40$

计算相关系数的公式：