

广义正交模糊集群决策 方法及其应用

GUANGYI ZHENGJIAO MOHU JIQUN JUECE
FANGFA JIQI YINGYONG

万本庭 著

图书在版编目 (CIP) 数据

广义正交模糊集群决策方法及其应用 / 万本庭著
— 南昌 : 江西科学技术出版社, 2021.8
ISBN 978-7-5390-7787-1

I. ①广… II. ①万… III. ①模糊集-群体决策-研究 IV. ①C934

中国版本图书馆CIP数据核字 (2021) 第110764号

国际互联网 (Internet) 地址:

<http://www.jxkjcs.com>

选题序号: ZK2021134

图书代码: B21120-101

广义正交模糊集群决策方法及其应用

万本庭 著

出版	江西科学技术出版社
发行	
社址	南昌市蓼洲街2号附1号
	邮编: 330009 电话: (0791) 86623491 86639342 (传真)
印刷	江西新华印刷发展集团有限公司
经销	各地新华书店
尺寸	787毫米×1092毫米 1/16
字数	245千字
印张	17
版次	2021年8月第1版
印次	2021年8月第1次印刷
书号	ISBN 978-7-5390-7787-1
定价	68.00元

赣版权登字-03-2021-224

版权所有, 侵权必究

(赣科版图书凡属印装错误, 可向承印厂调换)

内容简介

本书是以作者近几年的论文为基础撰写而成的一部学术专著，着重于研究广义正交模糊集的基本理论、方法及其应用。下面是各章阐述的主要内容：

第 1 章主要阐述了广义正交模糊集的概念与运算，广义正交模糊集的距离与贴近度、包含、熵，区间值广义正交模糊集的基本概念，广义正交模糊矩阵等内容。第 2 章主要阐述了广义正交模糊集的截集、表示定理、扩展原理以及广义正交三角模糊数、梯形模糊数的原理及示例。第 3 章基于区间值广义正交模糊环境和 Frank 算子阐述了区间值广义正交模糊 Frank 算子的运算法则，提出了区间值广义正交模糊 Frank 加权平均算子和加权几何算子，并研究了它们的幂等性、有界性和单调性。而后提出了基于 Frank 加权平均算子的多属性群决策方法。第 4 章定义了基于 t -模和 t -余模的区间值广义正交模糊 Einstein 运算法则，在此运算法则的基础上提出了区间值广义正交模糊 Einstein 加权平均算子、区间值广义正交模糊 Einstein 有序加权平均算子、区间值广义正交模糊 Einstein 混合加权平均算子，并研究了它们的基本性质，提出了基于加权平均算子的群决策方法。第 5 章首先阐述了基于区间值广义正交模糊 Choquet 积分平均算子、几何算子、加权平均算子和加权几何算子，并证明了它们的基本性质，然后阐述了基于广义正交模糊平均算子的群决策方法及其应用。第 6 章阐述了区间值广义正交幂平均算子、区间值广义正交幂加权平均算子和区间值广义正交幂有序加权平均算子，并研究了它们的幂等性、单调性、有界性和置换不变性，随后阐述了基于区间值广义正交幂加权平均算子的群决策方法。第 7 章阐述了基于广义正交三角模糊数的 WA-LINMAP 群决策方法。该方法首先使用广义正交加权平均算子将多个决策者评价矩阵进行集结，然后根据已知偏好信息构建广义正交三角模糊 LINMAP 模型，用于求解各属性的权重并根据本文定义的距离公式求解各个方案之间的排序，从而得到优选结果。第 8 章阐述了一种广义正交三角模糊数的 WSM-TOPSIS 的多

属性群决策方法。考虑到决策者和属性的权重，该方法使用 WSM 对决策者提出的决策矩阵进行第一次集结，根据 TOPSIS 计算各方案的相对贴近度得到方案的优劣排序。最后通过实例和对比分析，验证了方法的有效性和实用性。第 9 章阐述了广义正交梯形模糊数的定义及运算法则，并拓展了 SAW 和 TODIM 决策方法，进而阐述了基于广义正交梯形模糊数的 SAW-TODIM 群决策方法。此方法结合实际案例计算，结果与其他方法进行比较，证实了所提出的群决策方法有效可行。同时，通过改变 q 和衰退系数进一步验证了 SAW-TODIM 群决策方法有效。

写作本书的目的是进一步拓展广义正交模糊集的理论和方法，同时为广义正交模糊集的研究者提供新的思路和方法。读者对象为从事模糊理论、应用数学、决策论、管理科学、计算机应用技术、工程与工业系统优化设计、社会经济等方面的理论与应用研究人员；同时，高等院校决策科学、运筹学、模糊数学、应用数学、计算机科学、人工智能、大数据、系统工程、管理科学、系统工程与控制论等学科或专业的研究人员、教师、博士生、硕士生和本科生也适合阅读。

目 录

第 1 章 广义正交模糊集概念	1
1.1 引言	1
1.2 广义正交模糊集概念及表示	4
1.2.1 广义正交模糊集概念	4
1.2.2 广义正交模糊集表示	8
1.3 广义正交模糊集的基本运算法则	12
1.3.1 广义正交模糊集的运算规则	13
1.3.2 q -ROFN 的运算法则及性质	17
1.3.3 q -ROFNs 的大小比较方法	20
1.4 区间值广义正交模糊集的定义及运算法则	21
1.4.1 区间值广义正交模糊集的定义	22
1.4.2 区间值广义正交模糊集的运算	23
1.5 广义正交模糊集的度量方法	28
1.5.1 广义正交模糊集距离度量	29
1.5.2 广义正交模糊集贴近度	34
1.5.3 熵	38
1.5.4 包含	46
1.6 广义正交模糊矩阵概念	50
1.6.1 模糊矩阵	50
1.6.2 广义正交模糊矩阵	52
1.7 小结	54
参考文献	55
第 2 章 广义正交模糊数	58
2.1 引言	58
2.2 截集	58

2.3 表示定理	62
2.4 扩展原理	69
2.5 广义正交模糊数.....	75
2.5.1 广义正交三角直觉模糊数	76
2.5.2 广义正交梯形模糊数	79
2.6 小结	83
参考文献	84
第 3 章 区间值广义正交 Frank 算子及群决策方法	85
3.1 引言	85
3.2 模糊算子	86
3.2.1 t -模与 t -余模	87
3.2.2 常见模糊算子	88
3.3 区间值广义正交模糊 Frank 算子	93
3.3.1 区间值广义正交模糊 Frank 算子运算规则	93
3.3.2 区间值广义正交模糊 Frank 加权平均算子	97
3.3.3 区间值广义正交模糊 Frank 加权几何算子	106
3.4 群决策方法	108
3.5 应用举例	113
3.5.1 案例	113
3.5.2 比较分析	115
3.6 小结	119
参考文献	121
第 4 章 区间值广义正交 Einstein 算子及群决策方法.....	122
4.1 引言	122
4.2 区间值广义正交模糊 Einstein 运算法则定义.....	123
4.3 区间值广义正交模糊 Einstein 算子.....	125

4.3.1 区间值广义正交模糊 Einstein 加权平均算子.....	125
4.3.2 区间值广义正交模糊 Einstein 有序加权平均算子.....	132
4.3.3 区间值广义正交模糊 Einstein 混合加权平均算子.....	134
4.4 群决策方法	136
4.5 应用举例	138
4.5.1 案例	138
4.5.2 比较分析	140
4.6 小结	142
参考文献	143
第 5 章 区间值广义正交 Choquet 算子及群决策方法	144
5.1 引言	144
5.2 Choquet 积分基础.....	145
5.3 基于广义正交模糊 Choquet 积分算子	146
5.3.1 广义正交模糊 Choquet 积分平均算子	146
5.3.2 广义正交模糊 Choquet 积分几何算子	151
5.3.3 广义正交模糊 Choquet 积分加权平均算子	153
5.3.4 广义正交模糊 Choquet 积分加权几何算子	155
5.4 群决策方法	157
5.5 应用举例	158
5.5.1 举例.....	158
5.5.2 分析及比较	161
5.6 小结	163
参考文献	164
第 6 章 区间值广义正交模糊幂算子及群决策方法.....	166
6.1 引言	166
6.2 预备知识	167

6.3 区间值广义正交幂平均算子及群决策方法.....	169
6.3.1 幂平均算子	169
6.3.2 幂加权平均算子	175
6.3.3 幂有序加权平均算子	177
6.4 群决策方法	180
6.5 应用举例	188
6.5.1 案例	188
6.5.2 比较分析	192
6.6 小结	194
参考文献	195
第 7 章 三角模糊数的 WA-LINMAP 群决策方法.....	197
7.1 引言	197
7.2 模糊决策方法.....	198
7.3 广义正交三角模糊数相关定义.....	201
7.3.1 广义正交三角模糊数及其运算.....	201
7.3.2 广义正交三角模糊加权平均算子.....	203
7.3.3 基于广义正交三角模糊数的 LINMAP 方法	205
7.4 WA-LINMAP 的三角模糊数的群决策方法.....	207
7.5 应用举例及比较分析.....	208
7.5.1 案例	208
7.5.2 比较分析	213
7.6 小结	214
参考文献	215
第 8 章 三角模糊数的 WSM-TOPSIS 群决策方法	217
8.1 引言	217
8.2 广义正交三角模糊数的 WSM-TOPSIS 群决策方法.....	219

8.2.1 三角直觉模糊数	219
8.2.2 广义正交三角模糊数	220
8.2.3 广义正交三角模糊数的 WSM 决策方法	224
8.2.4 广义正交三角模糊数的 TOPSIS 方法	226
8.3 WSM-TOPSIS 群决策方法.....	227
8.4 应用举例	228
8.4.1 案例分析	228
8.4.2 比较分析	232
8.5 小结	233
参考文献	234
第 9 章 梯形模糊数的 SAW-TODIM 群决策方法.....	236
9.1 引言	236
9.2 SAW 和 TODIM 方法.....	237
9.2.1 简单加权平均 (SAW) 方法.....	237
9.2.2 经典 TODIM 方法	238
9.3 广义正交梯形模糊数的 SAW-TODIM 群决策方法.....	239
9.3.1 广义正交梯形模糊数	239
9.3.2 SAW 决策方法.....	244
9.3.3 TODIM 决策方法	246
9.4 SAW-TODIM 群决策方法.....	247
9.5 实例分析	249
9.5.1 实施步骤	249
9.5.2 对比分析	252
9.6 小结	254
参考文献.....	255
致谢.....	257

第1章 广义正交模糊集概念

本章详细阐述了广义正交模糊集的概念、运算法则及相关性质、区间值广义正交模糊集的定义及运算法则,基于运算法则阐述了广义正交模糊集的度量方法:距离、贴近度、熵、包含的4种度量方法。为了更好地将广义正交集模糊集应用于实例,最后给出了广义正交模糊矩阵的概念。

1.1 引言

人们在认识世界和改造世界的过程中,常遇到无法准确把握的观点和事物,通常用一些“模糊”和不确定性的词语来表达个人的观点,比如:今天天气非常不错、今天是个好日子。人们可以从这些表述中了解事务的基本情况,但没有对表述进行量化,并且不同事务的表述方法会因个体的不同而出现差异性。为了更好地为人们提供科学、准确的表述模糊或不确定性的事务,美国著名计算机与控制专家扎德教授于1965年提出了模糊的概念^[1],模糊集的诞生为人们描述客观事务提供了一种新的手段和方法,用于表示客观事物的中间过渡状态,即“亦此亦彼”的思想,拓展了康托尔集的非彼即此的思想^[2]。尽管模糊数学被人们误认为是模糊的数学,但它并非“模糊”的数学,而是研究模糊现象和利用模糊信息的精确理论。经过研究人员多年不懈的努力,模糊集理论和方法已得到了快速发展,并且广泛应用于生产和生活中^[3-4],比如自动控制、预测预报、人工智能、系统分析、信息处理、模式识别、管理决策、仿真技术等^[5-9]。近年来,学者们研究模糊集理论和方法主要集中在模糊数学、模糊系统、模糊决策、模糊控制、模糊逻辑、模糊预测等的研究上,其中模糊数学中的各种模糊集合的研究也得到快速发展,如直觉模糊集、模糊软集、type-2模糊集、语言模糊集、粗糙模糊集、犹豫模糊集等^[10-11]。

由于客观事物的复杂性和不确定性,为了能更好地描述决策者支持、反对、中立的情况,保加利亚学者Atanassov教授于1986年提出了一种处理模糊信息的新

模糊理论——直觉模糊集 (Intuitionistic Fuzzy Set, IFS) [12]。根据直觉模糊集的概念, 决策者根据客观事物的特征及自己的判断, 将支持、反对、中立情况分别表示为: 隶属度(u)、非隶属度(v)、犹豫度($\pi = 1 - u - v$), 其中隶属度(u)和非隶属度(v)之和小于或等于1 (即: $u + v \leq 1$); 同时隶属度、非隶属度、犹豫度之和等于1, 即: $\pi + u + v = 1$ 。直觉模糊集在Zadeh模糊集的基础上, 提出了犹豫的概念, 其对Zadeh模糊集进行了拓展, 直觉模糊集可以更好、更准确地表达决策者的信息, 当犹豫度为0时, 直觉模糊集退化为Zadeh模糊集。因而直觉模糊集在处理不确定信息时具有更强的表现能力, 能够更加细腻地刻画客观世界的模糊性本质, 能够对客观世界的描述更加真实、实用、准确。目前, 直觉模糊理论和方法得到了快速发展, 广泛应用于生产生活中, 如决策制定、近似推理、逻辑规划、医学诊断以及模式识别等[13-17]。

然而, 研究人员发现, 直觉模糊集要求隶属度和非隶属度之和不大于1。在实际应用过程中, 特别是在决策过程中, 专家没有充分的自由, 此时限制了直觉模糊集的应用范围。比如: 在决策过程中, 专家给出的隶属度和非隶属度大于1时, 需要专家进行调整和修改, 无形中增加了决策时间和成本。同时, 研究人员发现, 尽管隶属度和非隶属度之和大于1, 但它们的平方和仍小于等于1。比如: 专家给出的评价信息中隶属度是0.85, 非隶属度是0.3, 此时隶属度与非隶属度的满足关系: $0.85 + 0.3 = 1.15 > 1$, $0.85^2 + 0.3^2 = 0.8125 \leq 1$ 。为了进一步拓展应用场景, Yager在直觉模糊集的基础上提出了毕达哥拉斯模糊集 (Pythagorean fuzzy set, PFS), 使得隶属度与非隶属度的平方和小于等于1, 即: $\mu^2 + \nu^2 \leq 1$, 且犹豫度 $\pi = \sqrt{1 - \mu^2 - \nu^2}$ [18-19]。与直觉模糊集相比, 毕达哥拉斯模糊集的表达范围更广、更灵活, 拓展了实际应用的空间, 吸引了不少学者的关注和研究, 也取得了一系列的重要研究成果。比如: Yager提出了毕达哥拉斯集成算子, 包括毕达哥拉斯模糊信息集成的加权平均算子和有序加权几何算子及其性质[19], Zhang等定义了毕达哥拉斯模糊数的运算及距离, 并提出了基于毕达哥拉斯模糊集的TOPSIS法及其决策应用[20]。毕达哥拉斯模糊集也在生产生活中得到了较好的应用, 比如在决策、

供应商选择等方面取得了重要的成果^[21-23]。

尽管直觉模糊集和毕达哥拉斯模糊集理论和方法已取得了许多重要成果，在生产生活中也得到了很好的应用，但随着系统复杂性的增长，人们对复杂系统和事务处理需求的增加，人们发现直觉模糊集和毕达哥拉斯模糊集无法满足新的需求，即不能更好地描述人们赞成、中立、反对意愿的需求。比如，对于中美贸易摩擦形势下的高价股票，由于形势的不可预测性以及决策者内心的矛盾犹豫性，专家很可能对其评价是高接受、高拒绝的，即可能给出隶属度为0.8、非隶属度也为0.8的评价值。此时，直觉模糊数和毕达哥拉斯模糊数均不能进行有效表示，即 $0.8+0.8=1.6>1$ ， $0.8^2+0.8^2=1.28>1$ 。为此，Yager于2017年提出了广义正交模糊集（q-Rung orthopair fuzzy set, q-ROFS）的概念^[24]，隶属度和非隶属度的q次方之和小于或等于1，即： $u^q + v^q \leq 1$ ，且 $q \geq 1$ 。从广义正交模糊集的概念可以看出，广义正交模糊集不但融合了直觉模糊集（ $q=1$ ）和毕达哥拉斯模糊集（ $q=2$ ）的概念，而且拓展了模糊信息表示的空间（ $q>2$ ），使得决策者具有更大的自由度，表达模糊信息的能力更强，可以更加灵活地应用在生产生活中。比如在现实决策应用上，运用广义正交模糊集表示模糊信息时，决策者不用将重心放在考虑模糊信息是否满足直觉和毕达哥拉斯的条件上，即不用考虑决策信息的表示范围，而将重心放在现实决策问题的模糊本质上，这不但符合现实中人们的决策认知，而且能够提高决策的效率，降低决策成本，也更贴近于现实的决策应用情境。尽管广义正交模糊集在2017年就已经提出，但直到近两年才开始受到研究人员的高度重视，从算子、决策方法、偏好关系、积分等方面都进行了积极的探索和研究，在决策、供应商选择等生产生活中已得到应用^[25-26]。随着社会的发展和科学技术的进步，面对研究对象与环境的复杂性，广义正交模糊集也将得到更为广泛的实际应用^[27-28]。

1.2 广义正交模糊集概念及表示

1.2.1 广义正交模糊集概念

广义正交模糊集是在直觉模糊集和毕达哥拉斯模糊集的基础上发展起来的概念，为了更加直观地理解广义正交模糊集的定义，本节首先给出直觉模糊集和毕达哥拉斯模糊集的定义，然后给出广义正交模糊集的定义。

保加利亚教授阿塔诺索吾（Atanassov）于1986年提出了直觉模糊集的定义，直觉模糊集在Zadeh模糊集的基础上，很好地表示了支持、反对、犹豫的思想，见定义1.1。

定义1.1^[12]: 设 X 为论域，若 X 上存在两个映射， $\mu_A: X \rightarrow [0,1]$ 和 $\nu_A: X \rightarrow [0,1]$ ，它们满足：

$$x \in X \rightarrow \mu_A(x) \in [0,1]$$

和

$$x \in X \rightarrow \nu_A(x) \in [0,1]$$

并满足条件：

$$0 \leq \mu_A(x) + \nu_A(x) \leq 1$$

则称 μ_A 和 ν_A 确定了论域 X 上的直觉模糊集 A ，如公式（1-1）所示。

$$A = \{ \langle x, \mu_A(x), \nu_A(x) \rangle \mid x \in X \} \quad (1-1)$$

在公式（1-1）中， μ_A 和 ν_A 分别称为 A 的隶属函数和非隶属函数， $\mu_A(x)$ 和 $\nu_A(x)$ 为元素 x 属于 A 的隶属度和非隶属度，论域 X 上所有直觉模糊集组成的集合记为 $IF(X)$ ，即：集合 $IF(X)$ 与集合 A 相等，集合 A 称为直觉模糊集，直觉模糊集的缩写为：IFS(Intuitionistic Fuzzy Set)。从公式（1-1）中无法直接体现出犹豫度(hesitancy)，集合 A 中的元素 x 的犹豫度为： $\pi_A(x) = 1 - \mu_A(x) - \nu_A(x)$ ，它表示元素 x 的犹豫程度，这样论域中任何元素 x 的支持、反对、犹豫程度都可以得到很好的表示。

当犹豫度的值始终为0时，即决策者只有支持和反对意见，即当论域中的所有元素 x 的犹豫度为0时，则直觉模糊集退化为Zadeh模糊集。为了更为直观地表示直

觉模糊集、Zadeh模糊集的关系,可以用三维空间来表示它们之间的关系,如图1-1所示。在图1-1中,三角形ABC内的每一点都可一一对应于一个确定的直觉模糊集。当犹豫度为0时,任意直觉模糊集都退化为Zadeh模糊集,且一一对应于线段AB上的某一点。

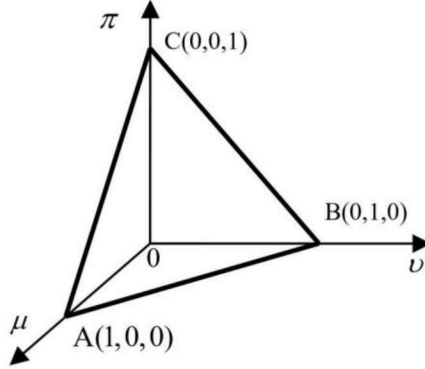


图 1-1 直觉模糊集的三维空间示意图

直觉模糊集合可用加号、除号、积分号等符号表示,直觉模糊集的交、并、补等集合运算可以参考李登峰教授的专著^[30],本章不详细阐述。

从直觉模糊集的定义可知,隶属度和非隶属度满足: $0 \leq \mu_A(x) + v_A(x) \leq 1$, 当 $\mu_A(x) + v_A(x) \geq 1$ 时,无法满足实际需求。为此, Yager and Attnassov 于 2013 年提出了毕达哥拉斯模糊集的概念,见定义 1.2。

定义 1.2^[19]: 设 X 为论域, 则称三元组 $A = \{ \langle x, \mu_A(x), v_A(x) | x \in X \rangle \}$ 为毕达哥拉斯模糊集, 其中 $\mu_A(x)$ 、 $v_A(x)$ 分别表示元素 x 属于 A 的隶属度和非隶属度, 且对 $\forall x \in X, \mu_A(x), v_A(x) \in [0,1], \mu_A^2(x) + v_A^2(x) \leq 1$ 。其中 $\pi_A(x) = \sqrt{1 - \mu_A^2(x) - v_A^2(x)}$ 为 x 属于 A 的犹豫度。

毕达哥拉斯模糊集简称为 PFS (Pythagorean Fuzzy Set), 从定义 1.2 可以看出, 毕达哥拉斯模糊集的隶属度和非隶属度都大于等于 0 且小于等于 1, 且它们的平方和小于等于 1, 即: $0 \leq \mu_A(x) \leq 1$ 和 $0 \leq v_A(x) \leq 1, \mu_A^2(x) + v_A^2(x) \leq 1$ 。

毕达哥拉斯模糊集表示方法与直觉模糊集一样, 采用加、除、积分符号联结集合中的各个元素, 集合的交、并与直觉模糊集的运算法则一样, 分别是隶属

度和非隶属度取最小、最大值和最大、最小值，毕达哥拉斯的补也与直觉模糊集的运算法则一样，这里不给出具体的计算例子，基本原理见文献[20]。

图1-2清晰地表示了直觉模糊集与毕达哥拉斯模糊集的区别，从图1-2可以看出，隶属度和非隶属都是大于等于0，直觉模糊集的隶属度与非隶属度函数的关系是直线，而毕达哥拉斯的隶属度和非隶属度的关系是曲线关系。同时，还可以看出毕达哥拉斯模糊集的代表范围更广，拓展了直觉模糊集的自由度。

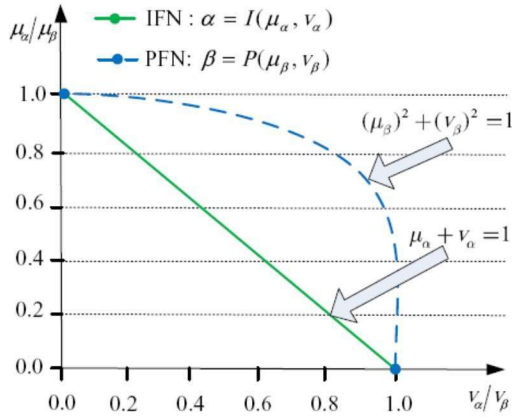


图 1-2 直觉模糊集与毕达哥拉斯模糊集的关系

在研究过程中发现，当隶属度和非隶属度的平方和大于1时，毕达哥拉斯模糊集满足不了人们工作的需求，比如：当隶属度为0.8，非隶属度为0.7时， $0.8 + 0.7 = 1.5 > 1$ ； $0.8^2 + 0.7^2 = 1.13 > 1$ 。为此，Yager于2017年提出了广义正交模糊集的概念，进一步拓展了直觉模糊集的代表空间，具体定义见1.3所示。

定义1.3^[24]：设 X 为一个非空一般集合，则定义在 X 上的广义正交模糊集 A 的表达式如公式（1-2）所示。

$$A = \{ \langle x, \mu_A(x), v_A(x) \rangle \mid x \in X \} \quad (1-2)$$

在公式（1-2）中， $\mu_A(x)$ 和 $v_A(x)$ 分别表述元素 x 属于集合 X 的隶属度和非隶属度，并且满足条件： $0 \leq \mu_A(x) \leq 1, 0 \leq v_A(x) \leq 1$ 以及 $0 \leq \mu_A(x)^q + v_A(x)^q \leq 1$ （ $q \geq 1$ ），广义正交模糊集简称为：q-ROFS（q-Rung Orthopair Fuzzy Set），并且集合 A 中的元素 x 的犹豫度等于： $\pi_A(x) = (1 - \mu_A^q(x) - v_A^q(x))^{1/q}$ 。为方便起见，

若广义正交模糊集 $A = \{ \langle x, \mu_A(x), v_A(x) \rangle | x \in X \}$ 只有1个元素, 即 $|A| = 1$ 时, 常将 A 简写为 $A = \langle x, \mu_A(x), v_A(x) \rangle$ 或 $A = \langle \mu_A(x), v_A(x) \rangle$, 这个元素成为广义正交模糊数 q -ROFN(q -Rung Orthopair Fuzzy Number)。

从定义1.3可以看出, 直觉模糊集是 $q = 1$ 时的广义正交模糊集特例, 毕达哥拉斯模糊集是 $q = 2$ 时的广义正交模糊集特例, 费尔马模糊集是 $q = 3$ 时的广义正交模糊集的特例, 所以广义正交模糊集融合了直觉模糊集和毕达哥拉斯模糊集, 也是很快地拓展了直觉模糊集和毕达哥拉斯模糊集。特别是当 $q = 1$ 时, 并且犹豫度始终为0时, 广义正交模糊集退化为Zadeh模糊集。同时, 从定义1.3中可以看出, 广义正交模糊集中的隶属度与非隶属度几乎是相互独立的关系, 唯一的要求就是两者 q 次方之和不大大于1。

为了方便, 记 $\alpha = (\mu, v)$ 为一个广义正交模糊数(q -ROFN)^[25], 当 q 取大于等于2的整数时, 广义正交模糊数的表示空间比毕达哥拉斯模糊数和直觉模糊数的隶属度都大, 如图1-3所示。

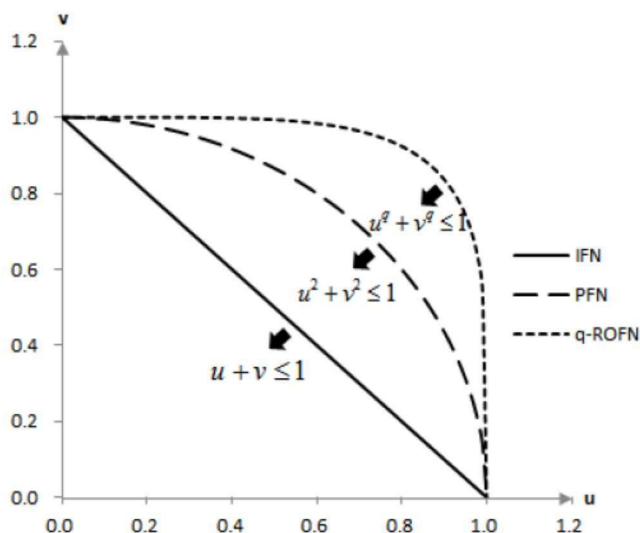


图 1-3 直觉模糊数、毕达哥拉斯模糊数和广义正交模糊数比较

从图1-3可以看出, 关于直觉模糊数、毕达哥拉斯模糊数和广义正交模糊数三者之间表示的空间范围的不同, 如果 $\mu + v \leq 1$ 时, 可以直接用直觉模糊集的运算