

论初中数学

概念性知识的教与学

马 燕 王敏敏◎著

吉林人民出版社

论初中数学概念性知识的教与学

马 燕 王敏敏◎著

吉林人民出版社

图书在版编目 (C I P) 数据

论初中数学概念性知识的教与学 / 马燕, 王敏敏著
-- 长春: 吉林人民出版社, 2021.5
ISBN 978-7-206-18074-3

I . ①论… II . ①马… ②王… III . ①中学数学课 -
教学研究 - 初中 IV . ① G633.602

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2021) 第 073850 号

责任编辑: 韩春娇

装帧设计: 优 视

论初中数学概念性知识的教与学

LUN CHUZHONG SHUXUE GAINIANXING ZHISHI DE JIAO YU XUE

著 者: 马 燕 王敏敏

出版发行: 吉林人民出版社 (长春市人民大街 7548 号 邮政编码: 130022)

咨询电话: 0431-85378026

印 刷: 吉林省优视印务有限公司

开 本: 787mm × 1092mm 1/16

印 张: 7.75 字 数: 150 千字

标准书号: ISBN 978-7-206-18074-3

版 次: 2021 年 5 月第 1 版 印 次: 2021 年 5 月第 1 次印刷

定 价: 45.00 元

如发现印装质量问题, 影响阅读, 请与出版社联系调换。

自序

在几十年从事初中数学教学过程中，深知一个人有了思想，才会有创新，才会有动力，把工作做得越来越好，这是做好优秀教师的必备前提。教师在自己的教学工作中要不断思考。数学是训练思维的学科，在数学教学中教师应该有自己的坚守，有自己独特的思考。不仅要激发学生学好数学，更要引领学生赏析数学的如画风景。这就要求教师只有不断思考，才能守正创新。就数学概念性知识教学而言，我深深体会到概念性知识教学总是两难。即教师难教，学生难学。但它又是数学知识体系中重要的一环，所以一直想把自己多年工作中的一些体会整理出来，呈给读者。有些看法可能较浅，甚至存在不妥，请老师们多多指教。

概念性知识是客观事物本质属性在人们头脑中的反映。数学概念反映现实世界的空间形式和数量关系的本质属性的思维形式。在中学数学教学中，正确理解数学概念是掌握数学基础知识的前提，是学好定理、公式、法则和数学思想的基础，搞清概念是提高解题能力的关键。只要对概念理解得深透，才能在解题中做出正确的判断。因此，在数学教学过程中，数学概念的教学显得尤为重要。学生数学能力的发展取决于他对数学概念的牢固掌握与深刻理解与否。而在现实中，许多学生对数学的学习，只注重盲目做习题，不注重对数学概念的掌握，对基本概念含糊不清。做习题不懂得从基本概念入手，思考解题依据，探索解题方法，而是跟着感觉走。这样的学习，必然越学越糊涂，因而数学概念的教学在整个数学教学中有其不容忽视的地位与作用。

具体地说，概念性知识是数学知识系统中的基本元素。数学概念的建立是解决数学问题的前提。学生运用数学概念进行推理、判断过程中要得出正确的结论，首先要正确地掌握概念。这是决定教学效果的首要因素、基础因素和贯穿始终的因素。所以，概念教学在数学教学中有不容忽视的地位。

概念是最基本的思维形式，数学中的命题都是由概念构成的；数学中的推理和证明又是由命题构成的。因此，数学概念的教学是整个数学教学的一个重要环节。正确地理解数学概念是掌握数学知识的前提。

本书从对概念性知识的认识起篇，结合自己多年的教学体会，从概念性知识可以丰富学习经验；概念性知识可以理解数学本质；概念性知识可以体会数学魅力；概念性知识可以激发学习兴趣；概念性知识可以增加阅读能力等方面介绍了实施概

念性知识教学的意义。概念是客观事物本质属性在人们头脑中的反映。数学概念是反映现实世界的空间形式和数量关系的本质属性的思维形式。在初中数学教学中，加强概念课的教学是引导学生学好数学的基础。例如在引入概念学习时，教师要很好地体现主导作用，要注意引好路，注意培养学生的观察事物及数学归纳推理的严密性。在概念的形成过程中，应当向学生揭示概念间的相互联系及其本质属性，重视引导学生观察、发现、探索并概括出概念的形成过程。另外，教学中主要是通过练习达到运用概念的目的。鉴于初中生的年龄特点，认识事物往往不能一次完成，需要一个逐步深化和提高的过程。因此练习时要按照由简到繁、由易到难、由浅入深的原则，逐步加深练习的难度。因此在数学教学中，数学概念的教学尤为重要。

从“适当展示数学知识形成过程；适当展示数学家思维过程；适当展示教师思维过程；适当展示学生思维过程”等方面阐述了实施概念性知识教学的策略。例如文中提到：要成功地上好一堂新概念课，教师的注意力应集中到创设情景、设计问题上，让学生在教师创设的问题情景中，学会观察、分析、揭示和概括，教师要为学生思考、探索、发现和创新提供尽可能大的自由空间，帮助学生去体会概念的形成、发展和概括的过程。此外，概念的引入也是非常重要的内容。从平常的教学实际来看，对概念课的教学产生干扰的一个不可忽视的因素是心理抑制。教师方面，会因为概念单调枯燥而教得死板乏味；而学生方面，又因为不了解概念产生的背景及作用，缺乏接受新概念的心理准备而产生对新概念的心理抑制。要解决师生对概念课的心理抑制问题，可加强概念的引入，帮助学生弄清概念产生的背景及解决的方法。由于形成准确概念的先决条件是使学生获得十分丰富和符合实际的感性材料，通过对感性材料的抽象、概括，来揭示概念所反映的本质属性。因此在教学中，教师要让学生密切联系数学概念在现实世界中的实际模型，通过对实物、模型、图形的观察，对图形的大小关系、位置关系、数量关系的比较分析，在具有充分感性认识的基础上引入概念性知识。

从“在概念生成过程中教学；概念抽象过程中展开教学；在公式推导过程中展开教学；在概念应用过程中展开教学”等方面，介绍了实施概念性知识教学的途径。在引导学生概念性知识学习中，重点放在培养学生的概括能力。概括是形成和掌握概念的直接前提。学生学习和应用知识的过程就是一个概括过程，迁移的实质就是概括。概括又是一切思维品质的基础，因为如果没有概括，学生就不可能掌握概念，从而由概念所引申的定义、定理、法则、公式等就无法被学生掌握；没有概括，就无法进行逻辑推理，思维的深刻性和批评性也就无从谈起；没有概括，就不可能产

生灵活的迁移，思维的灵活性与创造性也就无从谈起；没有概括，就不能实现思维的“缩减”或“浓缩”，思维的敏捷性也就无从体现。学生掌握概念，只接受他们的概括水平的制约，要实现概括，学生必须能对相应的一类具体事例的各种属性进行分化，再经过分析、综合、比较而抽象出共同的、本质的属性或特征，然后再概括起来。在此基础上，再进行类化，即把概括而得到的本质属性推广到同类事物中去，这既是一个概念的运用过程，又是一个在更高层次上的抽象概括过程。然后，还要把新获得的概念纳入概念系统中去，即要建立起新概念与已掌握的相关概念之间的联系，这是概括的高级阶段。综上所述可知，对概念的具体例证进行分化是概括的前提，而把概念类化，使新概念纳入概念系统中去，又成为概念学习深化的重要步骤，因此，教师应该把教会学生对具体例证进行分化和类化当成概念教学的重要环节，使学生掌握分化和类化的技能技巧，从而逐渐学会自己分析材料、比较属性，并概括出本质属性，以逐步培养起概括能力。另外，数学概括能力中，很重要的是发现关系的能力，即发现概念的具体事例中各种属性之间的关系，发现新概念与已有认知结构中相关概念之间关系的能力。

从“体验性原则；实践性原则；针对性原则；适度性原则”等方面介绍了实施概念性知识教学的基本原则。在教学实践中，有些教师善于结合概念性知识进行变式教学。但变式一定要注意以上几个原则。变式是变更对象的非本质属性的表现形式，变更观察事物的角度或方法，以突出对象的本质属性，突出那些隐蔽的本质要素，一句话，变式是指事物的肯定例证在无关特征方面的变化，让学生在变式中思维，可以使学生更好地掌握事物的本质和规律。变式是概念由具体向抽象过渡的过程中，为排除一些由具体对象本身的非本质属性带来的干扰而提出来的。一旦变更具体对象，那么与具体对象紧密相连的那些非本质属性就消失了，而本质属性就显露出来。数学概念就是通过对变式进行比较，舍弃非本质属性并抽象出本质属性而建立起来的。值得注意的是，变式不仅可以在概念形成过程中使用，也可以在概念的应用中使用。因此，我们既可以变更概念的非本质属性，也可以变换问题的条件和结论；既可以转换问题的形式或内容，也可以配置实际应用的各种环境。总之，就是要在变化中求不变，万变不离其宗。这里，变的是事物的物理性质、空间表现形式，不变的是事物在数或形方面的本质属性。变化的目的是使学生有机会亲自经历概念的概括过程，使学生所掌握的概念更加精确、稳定和易于迁移，避免把非本质属性当成本质属性。变式的运用要注意为教学目的服务。数学知识之间的联系性是变式的依据，即利用知识的相互联系，可以有系统地获得概念的各种变式。另外，变式的

运用要掌握好时机，只有在学生对概念有了初步理解，而这种理解又需要进一步深化的时候运用变式，才能收到好的效果；否则，如果在学生没有对概念建立初步理解时就运用变式，将会使学生不能理解变式的目的，变式的复杂性会干扰学生的概念理解思路，先入为主而导致理解上的混乱。最后通过自己的教学实际案例展示，说明通过精心设计课堂练习，再次给学生提供探究的机会。引起学生明白，对新概念性知识的掌握不是一次能完成的，需要由“具体→抽象→具体→抽象”的多次实践。因此，在教学中，教师要针对概念的学习，设计有助于学生更好地理解、运用概念的题目，让学生在多次的课堂、课外实践的基础上理解和掌握有关概念。数学课堂教学中为实现教学目标意图所解决的概念性知识问题，是为了使得教学发挥更高的效率。数学概念实际上反映了数学的思想，数学最深刻的东西实际上是概念的体现，把握了相关概念，就拥有了整个课堂。但是从学生的表现来看，考试也好、作业也好都是以习题的形式来做的，结果就造成对概念不重视，靠大量做题来弥补，其实这反而是一个得不偿失的事情；相反如果概念很清楚的话这个题目就能认识比较清楚，所以我们要重视数学的概念性知识教学。

概念性知识的学习是学好数学的基础，应该加强对思维过程的教学，使创新能力的培养落到实处。在日常教学中，我们必须深入钻研教材，进行科学的引导，艺术地描述概念性知识是如何产生的？如何发展？又如何从实际问题抽象成数学问题，并赋予抽象的数学符号和表达式？如何反映生动活泼的客观事物？如果我们教师都能在日常教学的实际过程中，充分挖掘概念的本质，揭示概念的形成和发展过程，便能启迪学生的智慧，教会学生思维的方法，进而增强他们学好数学的信心，提高教学质量，实现核心素养的提升。

马 燕

2021年3月

目 录

第一章	概念性知识的认识	1
第二章	实施初中数学概念性知识教学的意义	13
第三章	实施初中数学概念性知识教学的策略	31
第四章	实施初中数学概念性知识教学的途径	52
第五章	实施初中数学概念性知识教学的原则	65
第六章	实施初中数学概念性知识教学的案例	75
参考文献	112

第一章 概念性知识的认识

一、知识是什么

知识是什么，一般认为知识是客观事物的特征与联系在人脑中的能动的反应，是客观事物的主观表征。知识的学习即知识的掌握，是通过一系列的心智活动来接受和占有知识，同时在头脑中建立起相应的自我认知结构。通俗地说，知识就是人们在实践中获得的认识和经验。也即人类按照文明方向对物质世界以及精神世界探索的结果总和。知识的价值判断标准在于实用性，以能否让人类创造新物质，得到力量和权力等为考量。有一个经典的定义来自柏拉图：一条陈述能称得上是知识必须满足三个条件，它一定是被验证过的，正确的，而且是被人们相信的，这也是科学与非科学的区分标准。由此看来，知识属于文化，而文化是感性知识与知识上的升华，这就是知识与文化之间的关系。

二、知识的分类

从知识的分类历史来看，亚里士多德从知识的内容角度分类：纯粹理性、实践理性和技艺。1966年美国俄亥俄州立大学教授陶尔士、陆克斯和雷等人，受Maccia系统化知识思辨理论的影响，将人类知识分类成：描述性的知识、规范性的知识、实践性的知识、形式性的知识四大领域。他们认为描述性的知识就是描述现象或事件的知识，此种知识用以追求及建立现象或事件的事实，物理、化学、生物和社会等科学知识即属之；规范性的知识就是判断现象或事件适切性、好坏、美丑的知识，此种知识用以追求现象或事件的价值与信念，哲学、文学、美术、音乐等知识即属之；实践性的知识就是对现象或事件采取合宜行动、实践的知识，此种知识用以追求有效的应用行动，医疗、新闻、工程、设计和教育等知识即属之，技师教育所探讨传授的知识即属于实践性的知识；形式性的知识就是统整所有知识的知识，数学、语言及逻辑等知识即属之。罗素从知识的来源角度分类：直接经验、间接经验、内省经验。赖尔和波兰尼从知识所具有的性质角度分类，赖尔分为知道是何、知道如何。波兰尼分为显性知识、隐性知识。经济合作与发展组织，将知识分为四种类型：知道是什么的知识，指关于客观事实的知识；知道为什么的知识，指自然规律和原理方面的知识；知道怎么做的知识，指技术诀窍、技能和能力方面的知识；知道是谁的知识，指知道何人具有何种知识和能力的知识，涉及社会关系等方面。

按现代认知心理学的理解,知识有广义与狭义之分。广义的知识可以分为两类,即陈述性知识、程序性知识。陈述性知识是描述客观事物的特点及关系的知识,也称为描述性知识。陈述性知识主要包括三种不同水平:符号表征、概念、命题。符号表征是最简单的陈述性知识。所谓符号表征是指代表一定事物的符号。例如,学生所学习的数学中的数字及图形、物理公式中的符号、化学元素的符号等都是符号表征。概念是对一类事物本质特征的反映,是较为复杂的陈述性知识。命题是对事物之间关系的陈述,是最复杂的陈述性知识。命题可以分为两类:一类是非概括性命题,只表示两个以上的特殊事物之间的关系。另一类表示若干事物或性质之间的关系,这类命题叫概括,如“圆的直径是它的半径的两倍”,这里的倍数关系是普遍的关系。程序性知识是一套关于办事的操作步骤和过程的知识,也称操作性知识。这类知识主要用来解决“做什么”和“如何做”的问题,可用来进行操作和实践。策略性知识是一种较为特殊的程序性知识。它是关于认识活动的方法和技巧的知识。例如,“如何有效记忆?”“如何明确解决问题的思维方向?”等。

与哲学不同,认知心理学是从知识的来源、个体知识的产生过程及表征形式等角度对知识进行研究的。例如,皮亚杰认为,经验(即知识)来源于个体与环境的交互作用,这种经验可分为两类:一类是物理经验,它来自外部世界,是个体作用于客体而获得的关于客观事物及其联系认识;另一类是逻辑——数学经验,它来自主体的动作,是个体理解动作与动作之间相互协调的结果。如儿童通过摆弄物体,获得关于数量守恒的经验,学生通过数学推理获得关于数学原理的认识。皮亚杰对知识的定义是从个体知识的产生过程来表述的。布卢姆在《教育目标分类学》中认为知识是“对具体事物和普遍原理的回忆,对方法和过程的回忆,或者对一种模式、结构或框架的回忆”,这是从知识所包含的内容的角度说的,属于一种现象描述。因此一般认为,在理解知识的含义时,有必要把作为人类社会共同财富的知识与作为个体头脑中的知识区分开来。人类社会的知识是客观存在的,但个体头脑中的知识并不是客观现实本身,而是个体的一种主观表征,即人脑中的知识结构,它既包括感觉、知觉、表象等,又包括概念、命题、图式,它们分别标志着个体对客观事物反应的不同广度和深度,这是通过个体的认知活动而形成的。一般来说,个体的知识以从具体到抽象的层次网络结构(认知结构)的形式存储于大脑之中。哲学主要对人类社会共同知识的性质进行研究,心理学则主要对个体知识的性质进行研究。在学习过程中,必须对知识进行管理。知识管理寻求理解组织内知识被使用和交换的方式,并且将知识理解为自我引用与递归的。这里递归的意思是指知识的定义处

在一种不断变动的状态之中。知识管理认为知识是一种浸润着经验的信息，而信息与特定的观察相关，它是导致观察者发现变化的数据。数据可以被观察，但并不需要如此。

三、概念性知识、事实性知识与程序性知识的含义及区别

概念性知识、事实性知识与程序性知识和三者含义、作用以及教学策略设计上有着根本的区别。

概念性知识是一种较为抽象概括的、有组织的知识性类型。各门学科中的概念、原理、理论都属于这类知识。概念性知识的特点是抽象概括性和组织性。如学生第一次见到三角形，他知道有三条边、三个角，甚至知道是个封闭图形。这些特征对所有的三角形来说是共同具有的，学生此时的认识就超越了单个三角形的特征而有了一定的概括性，也可以说，学生形成了有关三角形的概念性知识。

事实性知识又叫事实，是一种重要的知识类型，一般是指学习者通晓一门学科或解决其中的问题所必须知道的基本要素。也有人认为事实性知识是一种单独出现的、存在于过去和当前多的、不具有预测价值并且只能通过观察过程而获得的内容类型。从这两个定义中，我们可以发现，事实性知识有以下这些特点：一是事实性知识的点滴性或孤立性。二是这种知识的抽象概括水平较低。如学生能陈述“1824年鸦片战争爆发”，即证明他掌握了一条历史方面的事实性知识。三是事实性知识的基础性。如儿童习得了自家养的宠物狗及邻居家养的宠物狗的一些事实，才有可能形成“狗”的概念。

程序性知识是关于如何做事的一套程序或步骤。程序性知识与概念性知识有联系也有区别。运用程序性知识可以获得概念性知识，而对概念性知识的理解则是程序性知识运用的前提条件，但程序性知识要回答如何做的问题，而概念性知识则要回答为什么要这么做的问题。

概念性知识与事实性知识的区别在地理和历史学科中体现得最为明显。如地理老师将地理学科知识分为“地”和“理”两方面。这里的“地”主要指具体的地理知识，而“理”则有一定的抽象概念性。

程序性知识不同于概念性知识。程序性知识是一套做事的步骤，强调的重点是如何做；而概念性知识则强调概念之间的关系，重点是在一定的关系中理解某一概念或原理。在下面的例子中体现得较为突出。一位教师执教求平均数应用题：“初一年级一班分成三组投篮球。优秀组6人，共投中42个；练习组21人，共投中63个；提高组3人，共投中3个。全班平均每人投中多少个？”学生利用“总数量/总分

数 = 平均数”这一求平均数的基本数量关系式很快列出算式平均为 3.6 个。对其他条件有所变换的题目，学生运用这一关系式能得心应手地做。但在如下问题上，全班的正常率只有 28%：“某公司要招聘 20 名员工，年龄 40 岁以下，高中以上文凭，月平均工资不低于 2000 元。一位受聘者第一个月只领到 1600 元工资，他到法院上控告该公司未履行合同。这位员工的官司能打赢吗？”这两道题都是关于求平均数的问题，学生的反应为何不同？第二题题目则要求学生具备有关平均数的概念性知识，即学生要理解一系列原始数据的大小与平均数大小之间的关系。班上大多数学生正是缺少这种对平均数理解的概念性知识才不能正确回答后一道。相反，他们对求平均数的程序性知识则掌握得很好。对概念性知识的理解是运用程序性知识的前提条件。在学生遇到新颖的问题时，只有当他将新问题识别为某一概念性知识的例证而对其予以理解时，才能运用相关的程序性知识。否则，即使会运用某一程序性知识，但若不能用概念性知识理解问题，程序性知识也不能在具体问题情境中运用。如对于下列问题：“黄鼠狼和狐狸比赛跳跃，黄鼠狼每跳一下的距离是 36 厘米，狐狸每一跳的长度是 22 厘米。从比赛起点开始，每隔 99 厘米有一陷阱，问谁先掉进陷阱？”如果学生不能将这一问题识别为比较 22 和 99、36 和 99 的最小公倍数谁大谁小的问题，即不能将其理解为求最小公倍数的问题，则即使学生会运用求最小公倍数的程序也不能在这一情境中运用它来解决问题。

在数学教学中，不同知识的教学策略设计的目的也不相同。教学设计的不同，收到的效果自然也不同。

概念性知识的教学策略设计：1. 概念性知识的分析与例证的设计。分析概念性知识的关键特征或关系、与之对应的概念性知识。分析概念性知识的教学目标。选择或确定概念性知识的例证。2. 引起注意与预期。为了引起学生的注意和兴趣，给学生讲一些有趣的故事、逸闻、细节等。3. 提示学生回忆原有知识。考虑提示学生回忆的方式。4. 呈现学习材料。呈现新材料要注意几点。具体突出的方式随例证的形式而变化。要让学生能同时注意到例证，便于两者进行比较。要从简单到难，减轻学生的负担。要强调概念性知识的语言界定中的关键词句。5. 提供学习指导。可以提供具体的图解来解释那些形容起来比较麻烦的东西。6. 提供练习与反馈。在课堂上进行测验时要及时反馈给学生，让他们更能充分理解课堂讲的知识。7. 动机的设计。

事实性知识的教学策略设计：1. 确定要记忆的事实性知识。在进行事实性知识的教学之前，教师要从学生的生活以及进一步学习的需要出发，区分事实性知识学

习的不同情况。2. 创新学习和应用事实性知识的情景。如为了让学生记住地图图例的事实性知识，可以让学生在查看地图的活动中来学习地图图例。3. 呈现事实性知识。为了让学习者注意到事实性知识可以在书面文本上画线标记出来。4. 提示学生回忆原有相关知识。可以采用提问、小测试、复习等形式。5. 提供记忆指导。在识字过程中通过赋予一个字一些含义方便记忆。6. 安排间隔复习。专门安排枯燥的复习可能难以调动或维持学生的动机，因而间隔复习可以采用游戏、竞赛或应用情景等形式进行。

程序性知识的教学策略设计：1. 引起注意与告知目标。从现实生活情境中出发，引起他们的兴趣。2. 提示学生回忆原有知识。提示学生回忆与所学程序性知识有关的原有知识，可以通过提问、复习、练习。3. 呈现新的程序性知识并促进学生的理解。对某一个数学题计算的时候可以采用流程图的方式，直观大方地展现出来。4. 进行有指导的练习。即学生在教师提供的支架的帮助下，练习执行程序性知识的步骤，而后摆脱教师支架的支持而能独立执行相关步骤。5. 进行独立练习。在脱离老师的帮助下能够自我独立的完成和练习各种作业。6. 动机的设计及一些基本技能的学习要达到自动化的水平，要进行过度的练习，这样的练习通常是很枯燥的，为了维持练习的动力，教师可以采用竞赛、游戏等形式对优胜者予以奖励，以此调动和维持学习者的动力。

四、中学数学概念的教学解构与学术解构

数学概念是人类对现实世界空间形式和数量关系的概括反映，是建立数学法则、公式、定理的基础，也是运算、推理、判断和证明的基石，更是数学思维、交流的工具。在数学概念教学中，教师应在分析所教概念特性的基础上，选择适当的素材，设计恰当的问题情境，使学生在经历概念发生发展过程中，认识概念的不同特征，通过概念的运用训练，使学生掌握根据具体问题的需要改变认识角度、反映概念不同特征的方法，进而有效地应用概念建构原理和解决问题。概念教学的基本目标是让学生理解概念，并能运用概念表达思想和解决问题。概念学习不仅是理解定义描述的语义，也不仅是能用其判断某个对象是否为它的一个例子，还要认识它的所有性质，这样才能更清楚地掌握这个概念。概念学习的最终成果是形成一个概念系统。学生要理解一个数学概念，就必须围绕这个概念逐步构建一个概念网络，网络的结点越多、通道越丰富，概念理解就越深刻。概念教学不能只满足于告诉学生“是什么”或“什么是”，还应让学生了解概念的背景和引入它的理由，知道它在建立、发展理论或解决问题中的作用。所以，在概念教

学前需要对概念进行学术解构和教学解构。

学术解构是指从数学学科理论角度对概念的内涵及其所反映的思想方法进行解析,包括概念的内涵和外延、概念所反映的思想和方法、概念的历史背景和发展、概念的联系、地位作用和意义等。教学解构是在学术解构的基础上,对概念的教育形态和教学表达进行分析,重点放在概念的发生发展过程的解析上,包括对概念抽象概括过程的“再造”、辨析过程和概念的运用等,其中寻找精当的过往例子来解释概念是一件具有创造性的教学准备工作。基于探究的数学概念形成历史过程,如上所述,在概念教学学术解构和教学解构过程中,要注重解析概念的发生发展过程,并把运用过往实例解释概念作为一项创造性的教学准备工作。由此探究数学概念教学模式,这一教学模式就是教师对数学概念进行解构,其根据是按照数学史上该概念形成的几个关键特征进行分析,探索学习者在学习此概念时可能存在的障碍,然后对这几个特征进行重构,其标准是按照每一个特征的难易程度进行序列化,重新组织概念教学进程。在重构的基础上实施教学,让学习者亲历概念形成几个关键时期数学家对于该概念的探究活动,教师同时进行引导和点拨,从而学习者完成自己组织突变的一种教学模式。基于探究的数学概念教学,就是让学生做到“读、做、悟、创”,即学习者通过阅读、学习典型数学史料,感知核心数学概念的发现历程,理解科学发现的艰难曲折的过程。学习者通过“亲历”和“重演”数学家们的探究活动,建构相关数学概念,深刻理解数学概念;学习者通过反思所经历的探究活动,体悟数学的人文精神;学习者通过现实应用,创新设计探究数学概念的思路和步骤,超越数学家,体验数学探究的成功喜悦感。

五、概念的引入与形成

(一) 概念的引入:通过多途径引入概念

数学概念有些是由生产、生活实际问题中抽象出来的,有些是由数学自身的发展与需要而产生的,很多数学概念源于生活实际,但又依赖已有的数学概念而产生。根据数学概念产生的方式及数学思维的一般方法,结合学生的认知特点,能够通过创设数学概念形成的问题情景,采用猜想、归纳的方法来引入。引入是概念教学的第一步,也是形成概念的基础。概念引入时教师要鼓励学生猜想,即让学生依据已有的材料和知识作出符合一定经验与事实的推测性想象,让学生经历数学家发现新概念的最初阶段。猜想作为数学想象表现形式的最高层次,属于创造性想象,是推动数学发展的强大动力。所以,在概念引入时培养学生敢于猜想的习惯,是形成数学直觉,发展数学思维,获得数学发现的基本素质,也是培养创造性思维的重要因素。

概念的引入是在教师的引导下，师生共同观察一类事物的实例，并通过猜想、判断并概括出它们的特征，形成某个概念的过程。例如，圆的概念的引出前，可让同学们联想生活中见过的年轮、太阳、五环旗、圆状跑道等实物的形状，再让同学们用圆规在纸上画圆，也可用准备好的定长的线绳，将一端固定，而另一端带有铅笔并绕固定端旋转一周，从而引导同学们自己发现圆的形成过程，进而总结出圆的特点：圆周上任意一点到圆心的距离相等，从而猜想归纳出圆的概念。

引入概念时，教师要很好的体现主导作用，要注意引好路，注意培养学生的观察事物及数学归纳推理的严密性。第一，选择实例应注意代表性。在引入平行四边形这个概念时，能够列举一些生活中常见的平行四边形物体，如：汽车防护链、门框、国旗等。除了画一般的平行四边形外，还要画矩形、菱形、正方形。一可说明这类图形的特点是两组对边分别平行，与夹角的大小、边的长短变化无关；二可使学生直观地理解到矩形、菱形、正方形均是平行四边形的特例，为学生后面学习埋下伏笔。第二，概括特点要注意准确性。例如在讲正比例函数的表达式时，只能归纳为 $y=kx$ ($k \neq 0$)，而不能归纳为 $(k \neq 0)$ ，因为这样正比例函数的自变量的取值范围缩小了。第三，引入概念要突出必要性。引入概念的必要性能够从实际应用与数学本身的需要两方面实行分析。

(二) 概念的形成：让学生体验概念的形成

要改变传统教学中结论及结论的使用的教学方法，要注意概念的形成过程，让学生体验概念的形成过程，即概念在什么条件下蕴藏着，在什么背景下初露端倪，如何经过分析、对比、归纳、抽象，最后形成理性的概念。这个过程，如果处理得当，对发展学生的数学思维很有利。

几何概念是实行判断、推理和建立定理的依据，也是思维的起点，应向学生揭示概念间的相互联系及其本质属性。所以在几何教学中，不但应注意概念与图形的结合，更要重视引导学生观察、发现、探索并概括出概念的形成过程。例如在《四边形》一章的四边形定义教学中，只停留在对四边形定义的文字表述上是肤浅的，理应加深对四边形图形的理解。因为四边形的概念的教学是联系《三角形》一章与《四边形》一章的纽带。教学时要切实注意启发学生观察图形，探索四边形的组成，由学生概括：

1. 四边形能够看作是由两个具有公共边的任意三角形组成的。
2. 四边形也能够看作是一个大三角形任意截取一个小三角形后的剩余部分。

通过上面的理解，学生很自然地从小三角形的概念过渡到四边形的学习了。至

于给四边形下定义就轻而易举的能够完成了，对理解四边形的边、对角线、顶点、内角都是顺理成章的事。同时我们就不必再为后面协助学生理解“把四边形的相关问题转化为三角形的问题来解决”的原因而多费口舌了。

（三）概念的使用：多启发学生的主动性与创造性

概念的形成是一个由个别到一般的过程，而概念的使用则是一个由一般到个别的过程，它们是学生掌握概念的两个阶段。通过使用概念解决实际问题，能够加深、丰富和巩固学生对数学概念的掌握，并且在概念使用过程中也有利于培养学生思维的深刻性、灵活性、敏捷性、批判性和独创性，等等，同时也有利于培养学生的实践水平。启发学生主动性与创造性的关键在于“创设问题的情景”，即要创设一种使学生能积极思维的环境，使学生处于跃跃欲试的起跳点上；在于“给学生表达、交流的机会”；在于“教学处置的发散性”；还在于“不要扑灭学生思维的火花”。有时学生对概念的归纳总结表现出不十分完备，此时教师要善于区分胡思乱想和直觉猜测，应该鼓励，因为创造性成果往往就来源于直觉思维。

1. 使用概念的方法

- （1）复述概念或根据概念填空。
- （2）使用概念实行判断。
- （3）使用概念实行推理。

2. 使用概念的教学中应注意的问题

教学中主要是通过练习达到使用概念的目的的。练习是使学生掌握基础知识和技能，培养和发展学生思维水平的重要手段。练习时需要注意以下几点：

（1）练习的目的要明确。在练习时必须明确每项练习的目的，使每项练习都突出重点，充分体现练习的意图，做到有的放矢，使练习真正有助于学生理解新学概念，有利于发展学生的思维。如为了协助学生巩固新学概念和形成基本技能，能够设计针对性练习；为了协助学生克服定式的干扰，进一步明确概念的内涵和外延，能够设计变式练习；为了协助学生分清容易混淆的概念，能够设计对比练习；为了协助学生扩展知识的应用范围，加深学生对新学概念的理解，培养学生的创造性思维，能够设计开放性练习；为了协助学生沟通新学概念与其他知识的横向、纵向联系，促动概念系统的形成，培养学生综合使用知识的水平，能够设计综合性练习等。

（2）练习的层次要清楚。鉴于初中生的年龄特点，理解事物往往不能一次完成，需要一个逐步深化和提升的过程。所以练习时要按照由简到繁、由易到难、由浅入

深的原则，逐步加深练习的难度。

①基本练习：在刚学完新课之后的单项的、带有模仿性的练习，它能够协助学生巩固知识，形成准确的认知结构。

②发展练习：在学生已基本掌握了概念和初步形成一定的技能之后的练习，它能够协助学生形成熟练的技能技巧。

③综合练习：能够使学生进一步深化概念，提升解题的灵活性，培养学生的数学思维水平，实现由技能到水平的转化。

(3) 要注意引导学生形成概念系统。数学是一门结构性很强的学科，任何一个数学概念都存在于一定的系统之中，并与其他相关概念有着区别与联系。所以在实行使用概念的教学时，要注意引导学生将所获得的每一新概念即时地纳入相对应的概念系统，这样新旧概念才能融会贯通，才能真正透彻地理解新概念，才能使相关联的概念形成概念系统。这样做也有利于学生所获得的概念的保持与使用，有利于学生概念系统的形成，有利于学生认知系统结构的形成。如在学过菱形面积计算公式后，能够通过练习，联系正方体是特殊的菱形，通过类比，能够发现正方形的面积计算公式可概括为“对角线的平方的一半”。这样就沟通了知识间的内在联系，巩固了这个类概念的系统知识。

六、数学概念与核心素养

在基本概念教学中，应培养学生做到“五会”，即会理解、会记识、会表述、会比较、会举例。

(一) 会理解——理解概念要透彻

要记住数学概念，首先要理解透彻，不能囫囵吞枣，要求在讲概念时讲清、讲透。对课本上的精练的概念应该字斟句酌，协助他们彻底认清关键性的字眼，逐字逐句理解透彻，力求真正弄懂。

例如：“含有两个未知数，并且未知数项的次数是1的方程叫二元一次方程”。对这个定义，除了讲清楚“元”与“次”的含义外，还要抓住“项”这个字眼做文章，使学生懂得这个定义如果丢了“项”字，则方程 $xy = 5$ 也是二元一次方程。

(二) 会记识——记识概念要深刻

数学概念不仅要理解，还要对重要的概念、定理、定义、数学思想方法实行必要的识记。识记理应在理解的基础上实行，通过理解来协助记忆，通过记忆来加深理解。