电气工程及其自动化专业本科教材

工程电磁场基本原理

主　编　吕志盛　　副主编　曾建斌

重庆大学出版社

内容提要

本书内容包括电场与磁场的基本概念、基本原理以及分析方法,电磁场理论中的重要定理与定律,常见的电磁场边值问题计算,电磁场中常见集中参数计算,电磁场在工程中的运用与发展趋势等。

本书可作为普通高校应用型本科、独立学院、中高职的电气类等相关专业的教材。

图书在版编目(CIP)数据

工程电磁场基本原理 / 吕志盛主编. -- 重庆 : 重庆大学出版社, 2019.7

ISBN 978-7-5689-1403-1

Ⅰ. ①工… Ⅱ. ①吕… Ⅲ. ①电磁场—高等学校—教材 Ⅳ. ①O441.4

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2018)第 277739 号

工程电磁场基本原理

主　编　吕志盛

副主编　曾建斌

策划编辑:周　立

责任编辑:周　立　　版式设计:周　立

责任校对:万清菊　　责任印制:张　策

*

重庆大学出版社出版发行

出版人:饶帮华

社址:重庆市沙坪坝区大学城西路 21 号

邮编:401331

电话:(023) 88617190　88617185(中小学)

传真:(023) 88617186　88617166

网址:http://www.cqup.com.cn

邮箱:fxk@cqup.com.cn (营销中心)

全国新华书店经销

重庆市正前方彩色印刷有限公司印刷

*

开本:720mm×1020mm　1/16　印张:9.75　字数:141 千

2019 年 8 月第 1 版　　2019 年 8 月第 1 次印刷

印数:1—2 000

ISBN 978-7-5689-1403-1　定价:29.00 元

前　言

本书重点介绍了电磁场理论的基本知识，特别是电场与磁场的基本概念、重要定理与定律。本书帮助学生掌握电磁场理论及分析各种电磁场问题，了解电磁场在工程中的运用与发展趋势。目前同类书籍多侧重于数学推理，对物理概念的解释不够通俗易懂，编者尝试编写一本与电气专业契合度高，简化数学推理，通俗易懂的工程电磁场基础理论教材，力争达到以下目的：

1. 理论阐述形象生动。本书的重点是清晰的物理描述，尽量使抽象的电磁理论以一种生动、具体的形式呈现在学生面前。

2. 在以习近平新时代中国特色社会主义思想指导下，落实了“新工科”建设新要求，教学内容紧跟时代的步伐。

3. 数学推导简单易懂。电磁场理论涉及高等数学、复变函数等数学知识，学生理解时有难度。本书简化了数学推导，注重思路分析，做到数学推导详略得当。

本书第1—5章由吕志盛负责编写，第6—7章、附录1、2由曾建斌编写，第8章由马玮城编写。

限于编者的水平，本书的缺点和疏漏在所难免，望广大读者批评指正。

编　者

2019年2月

目　录

第1章　矢量分析

为帮助读者更好地学习这门课程,本章将阐述一些常用的矢量运算规则。

本书以工程学的视角来探讨电磁场基本理论,而不是单纯地以数学角度来分析电磁场理论,所以重点讲述的是物理现象而不是单一的数学推导。

1.1　标量和矢量

1.1.1　标量与矢量定义

标量是由单个正负实数表示的值,只有大小,没有方向。在代数中可用 x、y、z 来表示标量,一些常见的标量有质量、密度、压力(不是力)、体积、电阻率和电压等。可用斜体表示标量,例如标量 A。

矢量是不仅具有大小,而且具有方向的量。每个矢量都由大小和方向两部分组成,一些常见的矢量有力、速度、加速度等,从电源正极流向负极的蓄电池电流也是矢量。可用粗体字表示矢量,例如矢量 $\boldsymbol{A}$。特别值得注意的是,矢量在书写时,需在矢量符号上画一横或一个箭头来表示,例如矢量 $\vec{A}$。

矢量的大小用绝对值表示,称为矢量的模,如 $|\boldsymbol{A}|$。模为 1 的矢量称为单位矢量,可用 $\mathbf{e}$ 表示。可用矢量的模与单位矢量乘积表示该矢量,如 $\boldsymbol{A} = |\boldsymbol{A}|\mathbf{e}$。

1.1.2 矢量计算

上一节已定义标量场和矢量场,本节定义矢量的四则运算、代数运算和积分运算。与标量的代数运算相比,部分规则类似,部分规则略有差异,部分规则是特有的。

(1)矢量加法

矢量加法是矢量的几何和,服从平行四边形规则。几何关系如图 1-1-1 所示。

$$\boldsymbol{C} = \boldsymbol{A} + \boldsymbol{B} \tag{1-1-1}$$

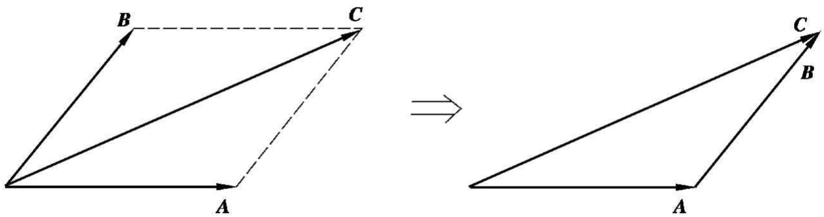

图 1-1-1　二矢量之和

如图 1-1-1 所示两个矢量的 $\boldsymbol{A}$ 与 $\boldsymbol{B}$ 的和,易得 $\boldsymbol{A}+\boldsymbol{B}=\boldsymbol{B}+\boldsymbol{A}$,由此可知,矢量加法遵循交换律的同时也服从结合律。

$$(\boldsymbol{A} + \boldsymbol{B}) + \boldsymbol{C} = \boldsymbol{A} + (\boldsymbol{B} + \boldsymbol{C}) \tag{1-1-2}$$

(2)矢量减法

从矢量加法的规则入手则很容易理解矢量减法的规则。将第二个矢量

方向取反,则可将取反后的矢量按照之前的矢量加法规则进行矢量相加。几何关系如图 1-1-2 所示。其中 $\boldsymbol{B}$ 和 $-\boldsymbol{B}$ 的模相等,方向相反,互为逆矢量。

$$\boldsymbol{D} = \boldsymbol{A} - \boldsymbol{B} = \boldsymbol{A} + (-\boldsymbol{B}) \tag{1-1-3}$$

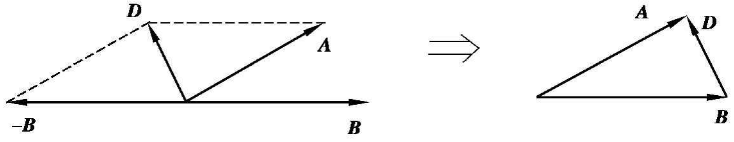

图 1-1-2　二矢量之差

(3) 矢量的乘法

1) 标量与矢量的乘积

矢量乘以标量,结果矢量的大小发生改变,方向并未发生改变。

$$k\boldsymbol{A} = k|\boldsymbol{A}|\boldsymbol{e}\begin{cases} k > 0, \text{方向不变,大小为} |k| \text{倍} \\ k = 0 \\ k < 0, \text{方向相反,大小为} |k| \text{倍} \end{cases} \tag{1-1-4}$$

矢量除以一个标量相当于乘以该标量的导数,且矢量与标量的乘积也符合代数运算的结合律及交换律:

$$(r + s)(\boldsymbol{A} + \boldsymbol{B}) = r\boldsymbol{A} + r\boldsymbol{B} + s\boldsymbol{A} + s\boldsymbol{B} \tag{1-1-5}$$

2) 矢量的点乘

若给定两个矢量 $\boldsymbol{A}$ 和 $\boldsymbol{B}$,$\boldsymbol{A} \cdot \boldsymbol{B}$ 定义为两个矢量的点乘,也叫标量积。其结果是标量,即为两个矢量模值的乘积,再乘以它们之间的夹角 θ 的余弦。在书写点乘运算式时,要加重两个矢量中间的点,切勿忘记书写,标量积符合乘法交换律。

$$\boldsymbol{A} \cdot \boldsymbol{B} = |\boldsymbol{A}| \cdot |\boldsymbol{B}| \cos\theta \tag{1-1-6}$$

点乘的物理意义是矢量 $\boldsymbol{B}$ 在矢量 $\boldsymbol{A}$ 方向上的投影与矢量 $\boldsymbol{A}$ 的模的乘积。其中 θ 为矢量 $\boldsymbol{A}$ 和矢量 $\boldsymbol{B}$ 的夹角,如果夹角 θ 为 $0° \sim 90°$,乘积为正;如

果夹角 θ 为 90°～180°，乘积为负，几何关系如图 1-1-3 所示。若两非零矢量的点乘结果为 0，则说明两矢量垂直或正交。

将点乘的式子进行扩展，若矢量点乘它本身，则 $\boldsymbol{A}\cdot\boldsymbol{A}=A^2=|\boldsymbol{A}|^2$，单位矢量点乘它本身是 1。

3）矢量的叉乘

若给定两个矢量 $\boldsymbol{A}$ 和 $\boldsymbol{B}$，则定义 $\boldsymbol{A}$ 与 $\boldsymbol{B}$ 的交叉乘积（矢量积）为 $\boldsymbol{A}\times\boldsymbol{B}$ 并读作“$\boldsymbol{A}$ 叉乘 $\boldsymbol{B}$”。其大小为矢量 $\boldsymbol{A}$ 和 $\boldsymbol{B}$ 模的乘积，再乘以它们之间的夹角（夹角要小于 180°）的正弦值。

$$\boldsymbol{A}\times\boldsymbol{B}=|\boldsymbol{A}|\cdot|\boldsymbol{B}|\sin\theta\boldsymbol{e}_c \tag{1-1-7}$$

式中 $\boldsymbol{e}_c$ 为与矢量 $\boldsymbol{A}$ 和矢量 $\boldsymbol{B}$ 都垂直的单位矢量，且三者构成右手螺旋法则（逆时针方向）。两矢量叉乘，结果得一新矢量，其大小为这两个矢量组成的平行四边形的面积，即大小等于矢量 $\boldsymbol{A}$ 和 $\boldsymbol{B}$ 模的乘积，再乘以它们之间的夹角 θ（夹角要小于 180°）的正弦值。方向为该面的法线方向，且三者符合右手螺旋法则，几何关系如图 1-1-4 所示。

若颠倒 $\boldsymbol{A}$ 和 $\boldsymbol{B}$ 的位置，叉乘后的矢量方向相反，所以矢量叉乘顺序不能颠倒，可写表达式为 $\boldsymbol{B}\times\boldsymbol{A}=-(\boldsymbol{A}\times\boldsymbol{B})$。且当两个非零矢量叉乘结果为零矢量，则这两个矢量平行。

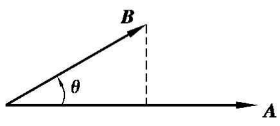

图 1-1-3　二矢量点乘

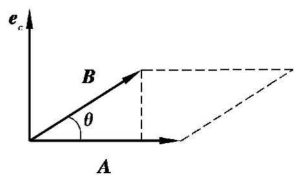

图 1-1-4　二矢量叉乘

1.2　常用坐标系

1.2.1　直角坐标系

在直角坐标系中为两两垂直的坐标轴 x、y 和 z。以右手坐标系为例，则拇指、食指和中指分别代表 x、y 和 z 轴。直角坐标系中，给定一点位于 x、y、z 坐标系中，它的坐标值是这个定点垂直投影在三个轴上，原点与投影在 x、y、z 轴上的点的距离。其中坐标变量：x、y、z；变量取值范围：$-\infty < x < +\infty$，$-\infty < y < +\infty$，$-\infty < z < +\infty$；单位矢量：$\boldsymbol{e}_x$、$\boldsymbol{e}_y$、$\boldsymbol{e}_z$。如图 1-2-1 直角坐标系所示，矢量 $\boldsymbol{A}$ 可表示为：

$$\boldsymbol{A} = A_x\boldsymbol{e}_x + A_y\boldsymbol{e}_y + A_z\boldsymbol{e}_z \tag{1-2-1}$$

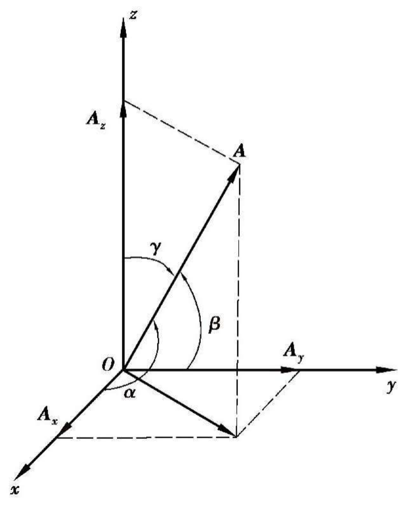

图 1-2-1　直角坐标系

(1)矢量模的计算

$$|\boldsymbol{A}| = \sqrt{A_x^2 + A_y^2 + A_z^2} \tag{1-2-2}$$

(2)单位矢量

$$\boldsymbol{e} = \frac{\boldsymbol{A}}{|\boldsymbol{A}|} = \frac{A_x}{|\boldsymbol{A}|}\boldsymbol{e}_x + \frac{A_y}{|\boldsymbol{A}|}\boldsymbol{e}_y + \frac{A_z}{|\boldsymbol{A}|}\boldsymbol{e}_z \tag{1-2-3}$$

(3)方向余弦

$$\cos\alpha = \frac{A_x}{|\boldsymbol{A}|},\cos\beta = \frac{A_y}{|\boldsymbol{A}|},\cos\gamma = \frac{A_z}{|\boldsymbol{A}|} \tag{1-2-4}$$

1.2.2 直角坐标系中矢量计算

(1)矢量的加法

$$\boldsymbol{A} + \boldsymbol{B} + \boldsymbol{C} = (A_x + B_x + C_x)\boldsymbol{e}_x + (A_y + B_y + C_y)\boldsymbol{e}_y + (A_z + B_z + C_z)\boldsymbol{e}_z \tag{1-2-5}$$

(2)矢量的减法

$$\boldsymbol{A} - \boldsymbol{B} = (A_x - B_x)\boldsymbol{e}_x + (A_y - B_y)\boldsymbol{e}_y + (A_z - B_z)\boldsymbol{e}_z \tag{1-2-6}$$

(3) 矢量的点乘

$$\boldsymbol{A} \cdot \boldsymbol{B} = (A_x \boldsymbol{e}_x + A_y \boldsymbol{e}_y + A_z \boldsymbol{e}_z) \cdot (B_x \boldsymbol{e}_x + B_y \boldsymbol{e}_y + B_z \boldsymbol{e}_z) \tag{1-2-7}$$

(4) 矢量的叉乘

$$\begin{aligned} \boldsymbol{A} \times \boldsymbol{B} &= (A_x \boldsymbol{e}_x + A_y \boldsymbol{e}_y + A_z \boldsymbol{e}_z) \times (B_x \boldsymbol{e}_x + B_y \boldsymbol{e}_y + B_z \boldsymbol{e}_z) \\ &= (A_y B_z - A_z B_y) \boldsymbol{e}_x + (A_z B_x - A_x B_z) \boldsymbol{e}_y + (A_x B_y - A_y B_x) \boldsymbol{e}_z \end{aligned} \tag{1-2-8}$$

为了方便记忆，通常两矢量叉乘也可写为：

$$\boldsymbol{A} \times \boldsymbol{B} = \begin{vmatrix} \boldsymbol{e}_x & \boldsymbol{e}_y & \boldsymbol{e}_z \\ A_x & A_y & A_z \\ B_x & B_y & B_z \end{vmatrix} \tag{1-2-9}$$

1.2.3　矢量的导数和积分

(1) 导数公式

自变量 t 为非空间坐标量，则直角坐标系中的某一矢量可表示为：

$$\Delta \boldsymbol{A} = \boldsymbol{A}(t + \Delta t) - \boldsymbol{A}(t) \tag{1-2-10}$$

其中当 $\Delta t \to 0$ 时，$\frac{\Delta \boldsymbol{A}}{\Delta t}$的极限为：$\lim\limits_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \boldsymbol{A}}{\Delta t} = \frac{\mathrm{d}\boldsymbol{A}}{\mathrm{d}t}$。由 $\boldsymbol{A} = A_x \boldsymbol{e}_x + A_y \boldsymbol{e}_y + A_z \boldsymbol{e}_z$ 可知：$\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{A}}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}A_x}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{e}_x + \frac{\mathrm{d}A_y}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{e}_y + \frac{\mathrm{d}A_z}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{e}_z$。因此利用矢量导数公式可以证明：

①$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}(\boldsymbol{A} + \boldsymbol{B}) = \frac{\mathrm{d}A}{\mathrm{d}t} + \frac{\mathrm{d}B}{\mathrm{d}t}$　　(1-2-11)

②$\frac{\mathrm{d}(c\boldsymbol{A})}{\mathrm{d}t}=c\frac{\mathrm{d}A}{\mathrm{d}t}$,($c$ 为常数) (1-2-12)

③$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}(\boldsymbol{A}\cdot\boldsymbol{B})=\boldsymbol{A}\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{B}}{\mathrm{d}t}+\boldsymbol{B}\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{A}}{\mathrm{d}t}$ (1-2-13)

④$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}(\boldsymbol{A}\times\boldsymbol{B})=\boldsymbol{A}\times\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{B}}{\mathrm{d}t}+\boldsymbol{B}\times\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{A}}{\mathrm{d}t}$ (1-2-14)

(2)积分公式

设 $\boldsymbol{A}$ 和 $\boldsymbol{B}$ 均在同一平面直角坐标系内,且$\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{B}}{\mathrm{d}t}=\boldsymbol{A}$,则有 $\mathrm{d}\boldsymbol{B}=\boldsymbol{A}\mathrm{d}t$。所以等式两边同时积分可得:

$$\boldsymbol{B}=\int\boldsymbol{A}\,\mathrm{d}t=\int(A_x\boldsymbol{e}_x+A_y\boldsymbol{e}_y)\mathrm{d}t=\left(\int A_x\,\mathrm{d}t\right)\boldsymbol{e}_x+\left(\int A_y\mathrm{d}t\right)\boldsymbol{e}_y \tag{1-2-15}$$

$$B_x=\int A_x\,\mathrm{d}t,B_y=\int A_y\,\mathrm{d}t \tag{1-2-16}$$

1.2.4 圆柱坐标系

直角坐标系是常用的一类坐标系,但对于一些对称性问题时,需要一种更加便利的坐标系,两个常用坐标包括圆柱形坐标和球形坐标。每个坐标系都适合应用在不同的环境中,因此需要深入了解才可灵活的应用。

圆柱形坐标系是三维解析几何的极坐标(图 1-2-2(b))。在极坐标系中,在空间上给定一点 P,原点与定点 P 连成的直线在 xy 围成的平面上的投影的距离为 ρ,与 x 轴的夹角为 φ。z 是定点 P 垂直于 xy 所在平面的垂直距离。

不同于直角坐标设置的三个轴,将坐标系中任意一点视为三个相互垂直面的交点。这些面分别是圆柱面(ρ = 常数),底平面(ϕ = 常数)和顶平面(z = 常数)。如图 1-2-2(b)所示,定点 P 也可用常规的直角坐标系来表示

(x = 常数,y = 常数,z = 常数)。一般圆柱坐标系上的三个平面都可表示坐标系中的任何点,但若点位于 z 轴上,那么一个面即可。

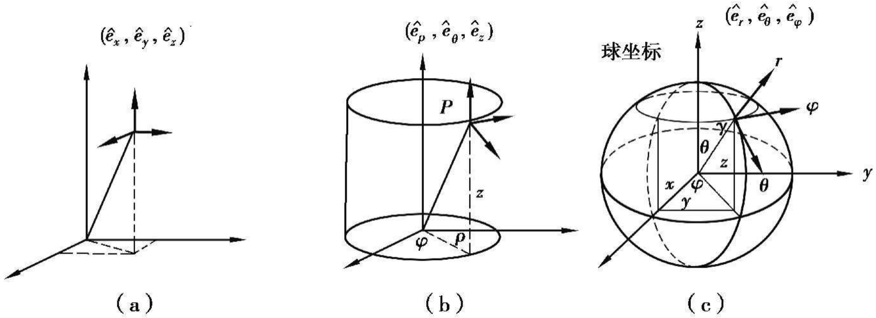

图 1-2-2　三种坐标对比

除此之外需在圆柱坐标系中定义三个单位矢量 e_ρ、e_φ 和 e_z,单位矢量同样是两两相互垂直的关系。单位矢量服从右手定则,即 $e_\rho \times e_\varphi = e_z$,且可知拇指、食指和中指分别指向 ρ、φ 和 z 增加的方向。

圆柱坐标系和直角坐标系是一一对应的关系。由 1-2-17 可知

$$
\begin{aligned}
x &= \rho \cos \varphi \\
y &= \rho \sin \varphi \\
z &= z
\end{aligned}
\tag{1-2-17}
$$

换言之可用 x、y、z 表示圆柱坐标系中的坐标。

$$
\begin{aligned}
\rho &= x^2 + y^2 (\rho \geqslant 0) \\
\varphi &= \tan \frac{-y}{x} \\
z &= z
\end{aligned}
\tag{1-2-18}
$$

1.2.5　球坐标

在直角坐标系下建立球形坐标系(图 1-2-2(c))。首先定义原点到任意一定点的距离为 r,r 表示以原点为圆心,以 r 为半径的球面半径。半径 r 与 z 轴所夹的夹角为 θ,当 θ 为常数时,在球形坐标系构成了两个面,一个是

锥面,一个是球面。两个面交界处所对应的法线相互垂直。交界处组成的圆的半径是 $r\sin\theta$,坐标值 θ 在经纬系统中可看作纬度,数值从正北方算起。

第三个坐标值 φ 与圆柱坐标系定义的角度 φ 完全相同,角 φ 是半径 r 在 xy 所在平面的投影与 x 轴的夹角。此角度对应的是经度,夹角越往东,角的度数越大。当 $\varphi=$ 常数,表示垂直于 xy 组成的平面且此平面过 z 轴。

通过图 1-2-2(c)可知球坐标系中一点是由三个面(球面、锥面和平面)两两垂直产生的。

球坐标系上一点的单位矢量都垂直于组成这个点的三个面中的一个面,并且方向指向能使坐标值增加的方向。单位矢量 $\boldsymbol{e}_r$ 是沿半径 r 的方向,箭头指向外且垂直于半径为 r 的球表面,存在于 $\varphi=$ 常数和 $\theta=$ 常数的面中。单位矢量 $\boldsymbol{e}_\theta$ 垂直于圆锥表面,位于 $\varphi=$ 常数的平面上并且与球面相切,方向为沿着“经度”线延伸到“南”。第三个单位矢量 $\boldsymbol{e}_\varphi$ 与在圆柱坐标中 $\boldsymbol{e}_\varphi$ 相同都是垂直于 $\varphi=$ 常数的平面且与锥体和球体相切,方向指向东。

如图 1-2-2(c)所示,三个单位矢量相互垂直且通过 $\boldsymbol{e}_r\times\boldsymbol{e}_\theta=\boldsymbol{e}_\varphi$ 来定义右手坐标系。

将直角坐标系的坐标值与球坐标系的坐标值进行互换的公式如下:

$$
\begin{aligned}
x &= r\sin\theta\cos\varphi \\
y &= r\sin\theta\sin\varphi \\
z &= r\cos\theta \\
r &= \sqrt{x^2+y^2+z^2} \qquad (r\geqslant 0) \\
\theta &= \cos^{-1}\frac{z}{\sqrt{x^2+y^2+z^2}} \qquad (0^\circ\leqslant\theta\leqslant 180^\circ) \\
\varphi &= \tan^{-1}\frac{y}{x}
\end{aligned}
\tag{1-2-19}
$$

半径变量 r 是非负的,θ 限制在 0°到 180°的范围内。

1.3　场的基本概念

1.3.1　基本概念

研究某物理量在某一个空间区域的分布情况和随时间变化规律,需引入场的概念。场定义是:若空间中每一点都对应某个物理量的一个确定值,则说明该空间确定该物理量的场。场是反映某物理量在空间中的分布情况,即说明该物理量在空间区域中的每一点处的大小及方向。

场中的每一点都对应着一个物理量,即场量的值。场量为标量的场称为标量场,如温度场等。场量为矢量的场称为矢量场,如磁场等。海拔高度和磁场如图 1-3-1 和图 1-3-2 所示。

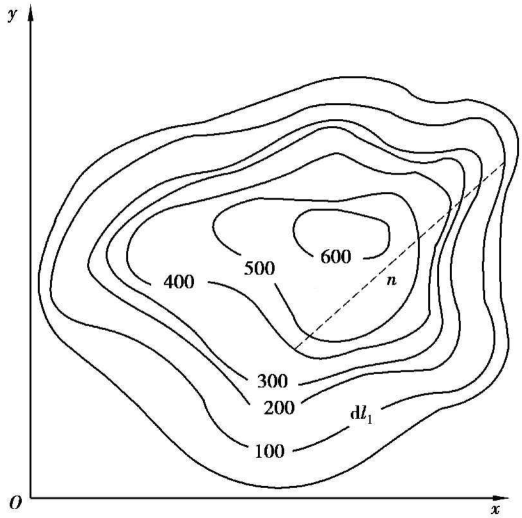

图 1-3-1　海拔高度

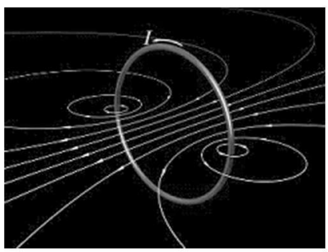

图 1-3-2　磁场

定义了场量的空间点(位置)为场点,可由 x、y、z、t 确定,其函数为 $F(x,y,z,t)$。而场既有空间属性,又有时间属性。如果场中的物理量与时间