

GAOZHONG WULI PEIYANG XUESHENG CHUANGXIN NENGLI TUJING TANSUO
— TANTAN QIANGJI JIHUA YU AOSAI ZHIDAO

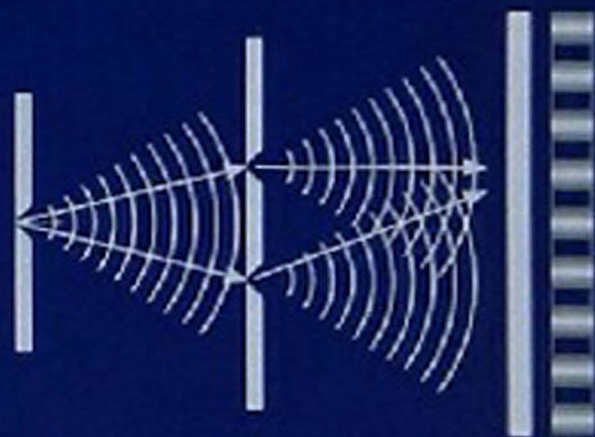


高中物理

培养学生创新能力途径探索

——谈谈强基计划与奥赛指导

冀彤 张凯 蒋彬 羊自力 编著



重庆大学出版社

内容简介

本书是在江津中学物理教研组奥赛与自主招生培训讲义的基础上编著的,倾注了多位老师多年的心血,也是江津中学高中物理课程基地集体智慧的结晶。本书紧紧围绕中学物理竞赛的主要板块:力与运动、动量与能量、机械运动与机械波、热学、光学、近代物理,精要地介绍了有关概念、定律和公式,旨在突破高中物理自主招生和竞赛中的热点、难点内容。同时辅助典型习题和练习题,在科学训练的基础上,促使中学生整体物理素质的提高。

本书既可以作为广大高中生参加强基计划与奥赛和物理竞赛的备考书籍,也可作为物理综合学习和素质提高的工具书,还可作为广大高中物理教师不可多得的教学参考书。

图书在版编目(CIP)数据

高中物理培养学生创新能力途径探索:谈谈强基计划
与奥赛指导 / 龚彤等编著. -- 重庆:重庆大学出版社, 2020.7

ISBN 978-7-5689-2044-5

I. ①高… II. ①龚… III. ①中学物理课—高中—升学参考资料 IV. ①G634.73

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2020)第 060373 号

高中物理培养学生创新能力途径探索 ——谈谈强基计划与奥赛指导

龚 彤 张 凯 蒋 彬 羊自力 编著

策划编辑:范 琪

责任编辑:范 琪 版式设计:范 琪

责任校对:邹 忌 责任印制:张 策

*

重庆大学出版社出版发行

出版人:饶帮华

社址:重庆市沙坪坝区大学城西路 21 号

邮编:401331

电话:(023) 88617190 88617185(中小学)

传真:(023) 88617186 88617166

网址:<http://www.cqup.com.cn>

邮箱:fxk@cqup.com.cn (营销中心)

全国新华书店经销

重庆俊蒲印务有限公司印刷

*

开本:787mm×1092mm 1/16 印张:18.75 字数:459 千

2020 年 7 月第 1 版 2020 年 7 月第 1 次印刷

ISBN 978-7-5689-2044-5 定价:60.00 元

本书如有印刷、装订等质量问题,本社负责调换

版权所有,请勿擅自翻印和用本书

制作各类出版物及配套用书,违者必究

编委会

编著者：龚 彤 张 凯 蒋 彬 羊自力

编委会成员(排名不分先后)：

王 建 李明远 谢义友 张 建 徐荣刚

严川文 万 李 陈 浩 胡远刚 张万强

姚棋亭 张 畅 郑源丰 杨红兵 牟世辉

前言

2020年1月14日,教育部印发《教育部关于在部分高校开展基础学科招生改革试点工作的意见》,吹响了“强基计划”的号角。相关院校的招生工作相比以前有了更大自主权,更加青睐拥有创新品质的学生,因此,基础学科竞赛指导的重要性体现得越发明显。江津中学作为一所百年名校,历来注重对拔尖人才的培养,在学校几代老师的共同努力下,江津中学的物理竞赛培训已体系化。在成功申请了重庆市高中物理课程创新基地之后,学校教研组决定对已经成熟的内容进行出版,这既是对一直从事物理竞赛培训工作的老师的肯定,又是学校物理竞赛资料校本化、个性化的重要举措。

全书紧紧围绕中学物理竞赛的几大主要板块:力与运动、动量与能量、机械运动与机械波、热学、光学、近代物理,在中学生能够接受的层面精要地介绍了相关概念、定律和公式,书中精选了典型习题和竞赛原题,能够训练思维、活跃思想;书中还附有相关的配套练习题,希望能够全面提升学生的学科素养和创新能力。

本书是全校物理教研组集体智慧的结晶,全书基于龚彤校长竞赛辅导讲义的加工整理,由张凯进行统稿,编写过程中有多位老师参与:王建、牟世辉负责第1章至第3章;李明远、杨红兵负责第4章和第5章;万李、郑源丰、严川文负责第6章;张建、胡远刚负责第7章;谢义友、张畅负责第8章和第10章;徐荣刚、姚棋苧、张万强负责第9章、第11章、第12章;张凯、陈浩负责第13章和第14章。

最后,特别感谢陈刚等几位退休老师,他们多次认真审阅书稿,对本书的编写提供了大量宝贵的意见。教研组内多位物理组老师尽管未在书中署名,但他们的鼓励和支持一直是我们的主要动力,在此表示感谢!

本书的编写是教研组的一次尝试,期望和现实难免会有一定差距,对于书中出现的不当之处,还望各位读者批评指正!

编著者
2020年2月

目 录

第 1 章 物体的平衡	1
1.1 共点力作用下物体的平衡	1
1.2 力矩、定轴转动物体的平衡条件	9
1.3 一般物体的平衡条件	15
第 2 章 运动学	20
2.1 运动学初步	20
2.2 曲线运动	28
第 3 章 牛顿运动定律	35
3.1 牛顿运动定律	35
3.2 牛顿运动定律的应用	40
第 4 章 动量	49
4.1 冲量、动量、动量定理	49
4.2 动量守恒定律	52
4.3 质心运动	57
4.4 角动量定理	62
4.5 角动量守恒定律	72
第 5 章 能量	78
5.1 功和功率	78
5.2 动能定理	82
5.3 功能原理和机械能守恒定律	87
5.4 碰撞	92
5.5 天体的运动与能量	97
5.6 能量和动量的综合问题	103

第6章 机械振动和机械波	109
6.1 简谐振动和振动能量与共振	109
6.2 机械波和多普勒效应	115
第7章 热学	127
7.1 分子动理论	127
7.2 气体性质	131
7.3 热力学定律	136
7.4 理想气体的特殊变化过程	140
第8章 静电场	148
8.1 电场	148
8.2 电势	156
8.3 电容器	159
8.4 电场中的导体与电介质的极化	166
8.5 带电粒子在匀强电场中的运动	172
第9章 恒定电流	177
9.1 电路基本知识	177
9.2 基尔霍夫定律	183
9.3 其他电路知识	187
第10章 磁场	192
10.1 磁场对电流的作用	192
10.2 磁场对运动电荷的作用	200
第11章 电磁感应	210
11.1 电磁感应定律	210
11.2 感应电动势	215
第12章 交流电	223
12.1 交流电基本知识	223
12.1 交流电进阶	230
第13章 光学	237
13.1 几何光学基础	237

13.2 单个面镜、透镜的成像	239
13.3 波动光学基础	247
13.4 光的干涉、衍射与偏振	249
13.5 光的本性	260
 第 14 章 近代物理	 264
14.1 原子物理基础	264
14.2 光与原子、原子核的相互作用	270
14.3 狭义相对论初步	274
14.4 相对论力学基础	281
14.5 相对论电磁学简介	288
 参考文献	 290

第 1 章 物体的平衡

1.1 共点力作用下物体的平衡

1.1.1 常见的力与运动形式

1 重力

(1) 重力与万有引力的关系

重力是由于地球对物体的吸引而产生的力,在地面附近的物体都受到重力作用。重力的方向竖直向下,作用点是物体的重心。从力的来源来看,重力其实是万有引力的一个分力,如图 1.1 所示。物体受到地球产生的万有引力,产生两种作用效果:一个分力提供物体随地球自转做圆周运动的向心力,另一个分力就是重力(重力和万有引力的夹角 α 最大值约为 $6''$)。由于向心力的关系,重力随地理纬度的不同而略有差异,在赤道处所受重力最小,在两极处所受重力最大,两者数值相差约千分之三。由于物体随地球自转做圆周运动的向心力远小于万有引力,因此,在粗略计算时可以认为物体所受的重力等于万有引力。

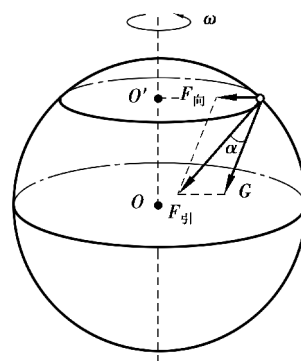


图 1.1

(2) 重心(质心)

物体的重心是物体各部分所受重力的合力(即物体的整体重力)的作用点。均匀、规则物体的重心在其几何中心上。由此,物体的重心有可能不在物体上,而在它附近空间的某个点上。只要物体的质量分布情况确定,物体的重心与物体各部分的相对位置就确定了,所以无论物体(刚体)怎样运动,其重心对物体(刚体)的位置保持不变。

通常的物体可以看成是由多个质点组成的质点系(系统),如果组成质点系的各个质点的质量分别为 $m_1, m_2, m_3, \dots, m_n$, 各个质点在 xOy 坐标系中的坐标分别是 $(x_1, y_1), (x_2, y_2), (x_3, y_3), \dots, (x_n, y_n)$, 则物体的重心(质心)坐标 (x_c, y_c) 可以表示为

$$x_c = \frac{\sum m_i x_i}{\sum m_i} = \frac{m_1 x_1 + m_2 x_2 + m_3 x_3 + \cdots + m_n x_n}{m_1 + m_2 + m_3 + \cdots + m_n} \quad (1.1)$$

$$y_c = \frac{\sum m_i y_i}{\sum m_i} = \frac{m_1 y_1 + m_2 y_2 + m_3 y_3 + \cdots + m_n y_n}{m_1 + m_2 + m_3 + \cdots + m_n} \quad (1.2)$$

除了表达重力的“作用点”，质心还是物体上的一个特殊位置，如果物体所受外力的作用线没经过该物体的质心，则该物体会产生转动。

2 弹力

弹力是物体由于发生弹性形变而产生的力，产生弹力的条件是两个物体接触且发生弹性形变。弹力的作用点在两个物体的接触处，方向与物体形变的方向相反，作用在使物体发生形变的另一个物体上。

弹簧的弹力 F 同其形变量 x 有关，满足胡克定律，即 $F = kx$ ，其中 k 为弹簧的劲度系数，取决于弹簧的材料、圈数、每圈的形状及大小等因素。如果劲度系数分别是 k_1 和 k_2 的弹簧并联，等效劲度系数为 $k = k_1 + k_2$ ，即弹簧变硬；若两个弹簧串联，则等效劲度系数为 $\frac{1}{k} = \frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2}$ ，即弹簧变软。由于我们处理的弹力往往都是由微小形变产生的，所以在确定弹力的大小时需借助物体的受力情况。

[绳子张力的特点]

绳子的张力属于微小形变而产生的弹力，其特点需分开说明：

如果是光滑的、不计形变的轻绳，绳上的张力大小处处相等；

如果不是上述的理想条件，绳子有质量且不光滑，上述结论不成立。

[杆的弹力特点]

通常研究的杆有两种：固定的轻直杆和光滑铰链连接的轻直杆。固定的轻直杆产生的弹力不一定沿杆的方向；通过光滑铰链连接的杆，杆可以自由转动，则弹力沿轻直杆的方向。

3 摩擦力

摩擦力包括滑动摩擦力和静摩擦力，它是一个物体在另一个物体表面有相对运动或者相对运动的趋势时，在接触面上所产生的阻碍相对运动或相对运动趋势的力。产生摩擦力的条件是两个物体必须有弹力作用、接触表面不光滑且有相对运动或相对运动趋势。由其产生条件分析可知：摩擦力的方向沿接触面的切线且沿阻碍物体间的相对运动或相对运动趋势的方向。

滑动摩擦力的大小，由公式 $f = \mu N$ 确定。其中 μ 为动摩擦因数，决定于两个接触面的粗糙程度。一般情况下，可以认为滑动摩擦力的大小与物体接触面的面积和物体相对速度的大小无关。

静摩擦力 f_s 的大小可表示为 $0 < f_s \leq f_{\max}$ ，其中 $f_{\max}$ 为最大静摩擦力，其值为 $f_{\max} = \mu_s N$ ，其中 μ_s 为静摩擦因数，一般来说稍大于动摩擦因数，通常在计算时，可以近似认为 $\mu = \mu_s$ 。静

摩擦力 f_s 的大小在区间 $(0, f_{\max}]$ 内, 具体的数值要根据物体的状态由平衡条件和牛顿运动定律求解。

下面着重介绍解题中常用的摩擦角和自锁概念。

(1) 摩擦角(φ_f)

如物体与接触面间有力的作用, 则接触面对物体施加的力称为约束力, 除接触面, 其他施力物对物体产生的力叫主动力。如图 1.2(a) 所示, 当有摩擦时, 接触面对平衡物体的作用力包含法向的支持力 N 和切向的静摩擦力 f_s , 这两个力的合力 F_R 称为接触面的全约束反力(简称全反力)。全反力的方向同接触面法线有一夹角 φ 。当物体处于平衡的临界条件, 即静摩擦力达到最大静摩擦力时, 夹角 φ 达到最大值, 如图 1.2(b) 所示。全反力与法线间的最大夹角 φ_f 称为摩擦角。

由图 1.2(b) 可知, 摩擦角的正切等于静摩擦因数 μ_s , 即 $\tan \varphi_f = \frac{f_{\max}}{N} = \mu_s$ 。

所以, 同静摩擦因数 μ_s 一样, 摩擦角 φ_f 也是表征材料表面性质的物理量。

设作用于物块的力等于最大静摩擦力, 如果将该力的作用线在水平面内连续改变方向, 则物块的滑动趋势也随之改变, 全约束力的作用线将画出一个以接触点为顶点的锥面, 此锥面称为摩擦锥, 如图 1.2(c) 所示。若接触面各个方向的摩擦因数相同, 摩擦锥是一个顶角为 $2\varphi_f$ 的圆锥。

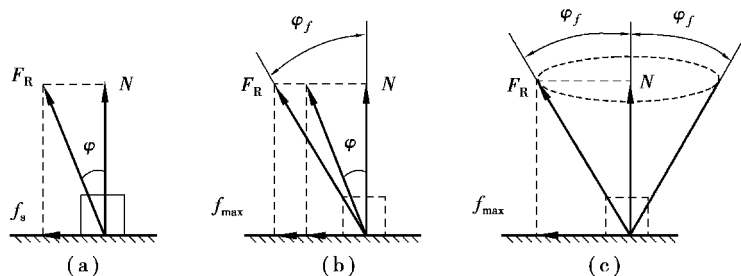


图 1.2

(2) 自锁现象

物块平衡时, 静摩擦力与切向外力平衡, 所以全约束力与法线的夹角在 0 与 φ_f 之间变化, 即 $0 \leq \varphi \leq \varphi_f$ 。由于静摩擦力不可能超过最大静摩擦力, 因此全约束力的作用线也不可能超出摩擦角之外。

如图 1.3 所示, 当作用在物体上的全部主动力(除接触面作用力之外的力)的合力的作用线在摩擦角(摩擦锥)之内, 则无论这个力有多大, 物体必能保持静止, 这种现象叫自锁现象, 如图 1.3(a) 所示。反之, 当全部主动力的合力在摩擦角(摩擦锥)之外, 则无论主动力有多小, 物体一定不能保持平衡, 这种现象称为不自锁, 如图 1.3(b) 所示。

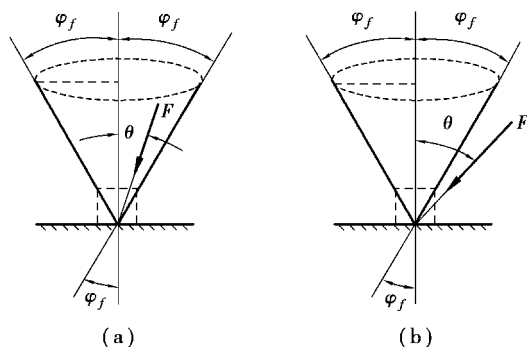


图 1.3

1.1.2 共点力的平衡

只从质点平动的观点研究物体的受力状态。

①共点力平衡的条件。物体在任何一个方向所受合力为零,即

$$\sum F_x = 0, \sum F_y = 0, \sum F_z = 0 \quad (1.3)$$

②三力交汇原理。一个物体受到三个非平行力的作用仍处于平衡状态,则这三个力的作用线或延长线一定交于一点。

典型例题

例 1 如图 1.4 所示,无穷多个质量分布均匀的圆环,半径依次为 $R, R/2, R/4, R/8, \dots$ 相切于一公共点,则该系统的质心距公共点的距离为多少?

解 根据质心的定义,可知质心产生的力矩等于每个圆环产生的力矩之和。以右切点为坐标原点、向左为 x 轴的正方向建立坐标轴,则从大到小各环的质量依次为 $m, m/2, m/4, m/8, \dots$, 各环对应的圆心坐标分别为 $R, R/2, R/4, R/8, \dots$, 则

$$x = \frac{mR + mR/4 + mR/16 + \dots}{m + m/2 + m/4 + \dots} = \frac{2}{3}R$$

因此,质心距最大圆的圆心距离为 $R/3$ 。

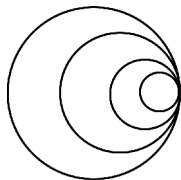


图 1.4

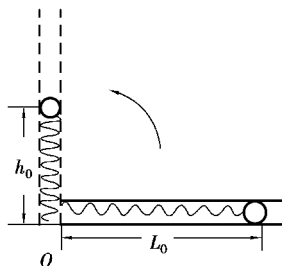


图 1.5

例 2 如图 1.5 所示,原长 L_0 为 100 cm 的轻质弹簧放置在一光滑的直槽内、弹簧的一端固定在槽的 O 端,另一端连接一小球,这一装置可从水平位置开始绕 O 点缓缓地转

到竖直位置,设弹簧的形变总是在其弹性限度内,试在下述(1)、(2)两种情况下,分别求出这种装置从原来的水平位置开始缓缓地绕 O 点转到竖直位置时小球离原水平面的高度 h_0 。

(1)在转动过程中,发现小球距原水平面的高度变化出现极大值,且极大值 h_m 为 40 cm。

(2)在转动过程中,发现小球离原水平面的高度不断增大。

解 设小球质量为 m ,弹簧劲度系数为 k 。当槽转至倾角 θ 时,球的高度为 h ,由胡克定律有

$$k\left(L_0 - \frac{h}{\sin \theta}\right) = mg \sin \theta$$

转到竖直位置时,有

$$k(L_0 - h_0) = mg$$

解得

$$h = -(L_0 - h_0) \sin^2 \theta + L_0 \sin \theta = -(L_0 - h_0) \left[\sin \theta - \frac{L_0}{2(L_0 - h_0)} \right]^2 + \frac{L_0^2}{4(L_0 - h_0)}$$

(1)由上式可知,当 $\sin \theta = \frac{L_0}{2(L_0 - h_0)}$ 时, h 有极大值 h_m 。

由此可得

$$h_m = \frac{L_0^2}{4(L_0 - h_0)}$$

则

$$h_0 = L_0 - \frac{L_0^2}{4h_m}$$

代入数值后,得

$$h_0 = 37.5 \text{ cm}$$

(2)当 $\frac{L_0}{2(L_0 - h_0)} \geq \sin 90^\circ$ 时,在转动过程中,小球离原水平面的高度就一直不断增大。

由此可得

$$\frac{L_0}{2(L_0 - h_0)} \geq 1$$

解得

$$h_0 \geq \frac{L_0}{2}$$

代入数值后,得

$$100 \text{ cm} > h_0 \geq 50 \text{ cm}$$

例 3 一架均匀梯子,一端放置在水平地面上,另一端靠在竖直的墙上,梯子与地面及梯与墙的静摩擦因数分别为 μ_1 、 μ_2 ,求梯子能平衡时与地面所成的最小夹角。

解 当两接触点处的静摩擦力都达到最大时,梯子处于极限平衡状态,此时梯子与地面所成的夹角最小。现把两接触点处的弹力、摩擦力合成为一个力(全反力),则杆仅受三个力

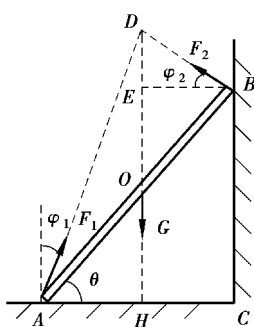


图 1.6

作用,这三个力必共点,如图 1.6 所示。

设 A、B 两处全反力的方向与该处法线方向的夹角分别为 φ_1 、 φ_2 , 则

$$\tan \varphi_1 = \mu_1, \tan \varphi_2 = \mu_2$$

由几何关系,可得

$$\begin{aligned} \tan \theta &= \frac{BC}{AC} = \frac{DH - DE}{2AH} = \frac{DH}{2AH} - \frac{DE}{2EB} \\ &= \frac{\cot \varphi_1}{2} - \frac{\tan \varphi_2}{2} = \frac{1}{2\mu_1} - \frac{\mu_2}{2} = \frac{1 - \mu_1\mu_2}{2\mu_1} \end{aligned}$$

即梯子与地面所成的最小角为 $\theta = \arctan \frac{1 - \mu_1\mu_2}{2\mu_1}$ 。

例 4 三个半径均为 r , 质量相等的球放在一个半球形碗内, 现把第四个半径也为 r , 质量也相等的相同球放在这三个球的正上方。要使四个球能静止, 大的半球形碗的半径应满足什么条件? 不考虑各处摩擦, 碗的半径足以放下所有球。

解 假设的球面半径很大, 把碗面变成平面, 因为各接触面是光滑的, 当放上第四个球后, 下面的三个球会散开, 所以临界情况是放上第四个球后, 下面三个球之间刚好无弹力。把上面的球记为 A, 下面三个球分别记为 B、C、D, 则四个球的球心连起来构成一个正四面体, 正四面体的边长均 $2r$, 如图 1.7(a) 所示。

设 A、B 球心的连线与竖直方向的夹角为 α , 设碗面球心为 O, O 与 B 球心的连线与竖直方向的夹角为 β , 碗面对上面三个球的作用力都为 F , 如图 1.7(b) 所示。先以整体为研究对象, 受重力、碗面对三个球的弹力 F , 在竖直方向上有

$$3F \cos \beta = 4mg \quad (1)$$

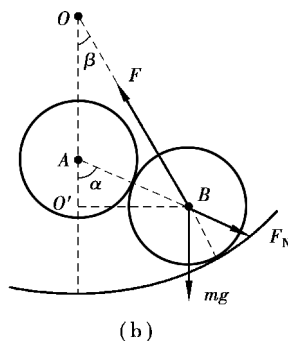
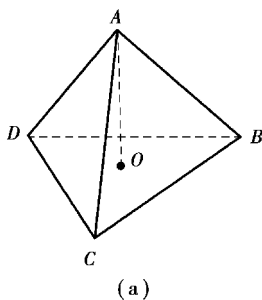


图 1.7

以 B 球为研究对象, 受重力 mg 、碗面对 B 球的作用力 F 、A 球对 B 球的压力 F_N , 根据共点力的平衡条件, 有

$$F \cos \beta = mg + F_N \sin \alpha$$

$$F \sin \beta = F_N \sin \alpha$$

消去 F_N , 得

$$\tan \alpha = \frac{F \sin \beta}{F \cos \beta - mg} \quad (2)$$

①、②式联立,消去 F 得

$$\tan \beta = \frac{1}{4} \tan \alpha \quad (3)$$

因为四个球的球心构成一个边长为 $2r$ 正四面体,如图 1.7(b) 所示。根据几何关系,可以知道

$$\tan \alpha = \frac{BO'}{AO'} = \frac{BO'}{\sqrt{AB^2 - BO'^2}} = \frac{\frac{2}{3} \times \frac{\sqrt{3}}{2} \times 2r}{\sqrt{(2r)^2 - \left(\frac{2\sqrt{3}}{3}\right)^2}} = \frac{1}{2}$$

代入③式得

$$\tan \beta = \frac{1}{4\sqrt{2}}$$

于是碗面的半径为

$$R = BO + r = \frac{BO'}{\sin \beta} + r = BO' \sqrt{1 + \cot^2 \beta} + r = 7.633r$$

所以,半球形碗的半径需满足 $R \leq 7.633r$ 。

巩固提升

1. 有两个质量分别为 m_1 和 m_2 的光滑小环,套在竖直放置且固定的光滑大环上,两环以细线相连,如图 1.8 所示。已知细线所对的圆心角为 α ,求系统平衡时细线与竖直方向间所夹的角 θ 为多少?

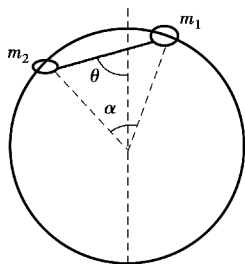


图 1.8

2. 有一质量为 m ,半径为 r 的半球放在盛有密度为 ρ 的液体的容器底部,它与容器底部紧密接触(即半球表面与容器底面间无液体),如图 1.9 所示,若液体深度为 H ,求半球对容器底部压力是多大? (P_0 为大气压强)

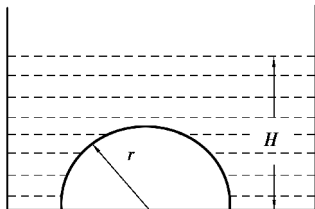


图 1.9

3. 有一水平放置的半径 R 的圆柱体光滑槽面,其上放有两个半径均为 r 的光滑圆柱体 A 和 B ,如图 1.10 所示为其截面图。图中 O 为圆柱面的圆心, A 、 B 分别为两圆柱的圆心, OQ 为竖直线。已知 A 、 B 两圆柱分别重 G_1 和 G_2 ,且 $R=3r$ 。求此系统平衡时, OA 线与 OQ 线之间的夹角 α 为多少?

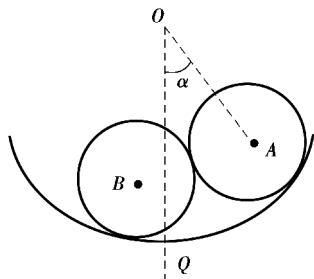


图 1.10

4. 如图 1.11 所示,质量为 m 的立方块固定在弹簧上,两弹簧的劲度系数分别为 k_1 和 k_2 ,未形变时长度分别为 l_1 和 l_2 ,固定弹簧的另一端,使立方块可以沿水平面运动。立方块与平面之间的动摩擦因数为 μ ,弹簧两固定点间距离为 L ,立方块大小可不计。求立方块能够处于平衡状态的范围。

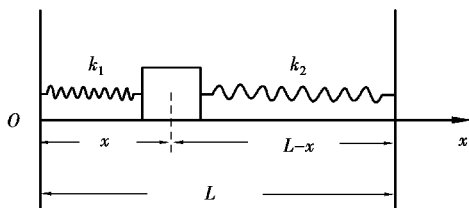


图 1.11

5. 两个质量相等的物体,用绳索通过滑轮加以连接,如图 1.12 所示。两物体和平面之间的动摩擦因数 μ 相等,试问要使这两个物体所组成的系统开始运动,角 φ 的最小值应为多少?(已知 A 物体所在平面恰好水平)

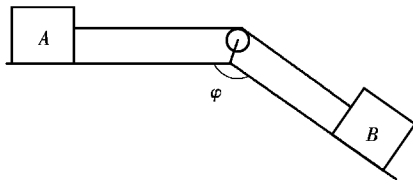


图 1.12

6. 半径为 R 的刚性球固定在水平桌面上,有一个质量为 M 的圆环状均匀弹性绳圈,原长 $2\pi a$, $a = \frac{R}{2}$,绳圈的弹性系数为 k (绳圈伸长 s 时,绳中弹性张力为 ks)。将绳圈从球的正上方轻轻放到球上,并用手扶着绳圈使之保持水平并最后停留在某个静力平衡位置上,设此时绳圈长度为 $2\pi b$, $b = \sqrt{2}a$,考虑重力,忽略摩擦,求绳圈的弹性系数 k (用 M 、 R 、 g 表示, g 为重力加速度)。

1.2 力矩、定轴转动物体的平衡条件

1.2.1 力矩

1 力矩 (M)

力使物体转动的效应,决定于力矩,通常只讲力对转动轴的力矩。如果力的作用线在与转轴垂直的平面内,力臂就是转轴到力作用线的距离,力矩的大小等于力和力臂的乘积,如图 1.13 所示;如果力的作用线和转轴平行,力矩的大小等于零;如果力 F 既不在垂直于转轴的平面内,又不平行于转轴,则可以将力 F 分解,其中一个分力 F_1 的方向和转轴平行,它对转轴的力矩为零;另一个分力 F_2 在与转轴垂直的平面内,它对转轴 MN 的力矩等于力臂 L 和 F_2 的乘积,这个力矩也是力 F 对转轴的力矩。而 F 对定点 O 的力矩更一般的表示则写成 $\mathbf{M} = \mathbf{r} \times \mathbf{F}$, $\mathbf{r}$ 为力的作用点相对给定点 O 的位矢, $\mathbf{M}$ 表示力 $\mathbf{F}$ 对给定点 O 的力矩, $\mathbf{M}$ 的方向由右手螺旋定则确定。通常规定:使物体围绕转动轴逆时针方向转动的力矩为正值,顺时针方向转动的力矩为负值。其大小可以用标量形式表示出来: $M = rF \sin \theta$, θ 为 $\mathbf{r}$ 、 $\mathbf{F}$ 的夹角。在后面的内容里,对力矩的表述时,用标量的形式写出其大小,对其方向只从顺时针、逆时针的角度来进行描述。

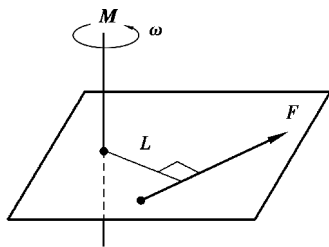


图 1.13

2 力矩的合成

对于某一固定轴而言, n 个力产生的合力矩有两种算法。合力矩等于 n 个力力矩的代数和或者等于 n 个力的合力相对于固定轴的力矩。

1.2.2 定轴转动物体的平衡条件

作用于物体上所有力对固定轴的力矩等于零,即

$$\sum M_x = 0, \sum M_y = 0, \sum M_z = 0 \quad (1.4)$$

1.2.3 力偶和力偶矩

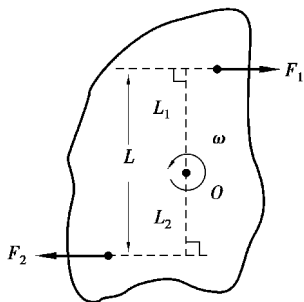


图 1.14

作用在物体上的大小相等、方向相反、作用线平行的两个力组成一对力偶。力偶相对于特定转轴产生的力矩叫力偶矩,其大小等于力与力偶臂的乘积,力偶臂为两个力的作用线之间的距离。力偶矩的大小与转动轴选取的位置无关,其正负亦由它使物体转动的方向来确定:逆时针为正,顺时针为负。如图 1.14 所示,物体的转动轴为过 O 点垂直于纸面的直线,物体受力偶 (F_1, F_2) 的作用。因 $F_1 = F_2 = F$, 力偶对物体的转动作用可由 F_1 、 F_2 对转轴的力矩求和可得: $M = -(F_1 L_1 + F_2 L_2) =$

$-FL$ 。式中, $-FL$ 为力偶(F_1, F_2)产生的力偶矩, 力偶与转轴 O 点的位置无关, “ $-$ ”表示是顺时针方向转动的力偶矩。

力偶是一对大小相等的力, 不会使物体产生平动加速度, 故力偶对物体只有转动作用, 一对力偶产生的效应只能由另一对力偶来平衡。

典型例题

例 1 如图 1.15(a) 所示, 质量分布均匀的细杆靠在光滑的竖直墙壁 A 上。已知细杆长为 L 、所受重力为 mg , 其与地面的摩擦系数足够大。当细杆在竖直平面内保持静止时, 它与水平方向的夹角为 θ , 求墙壁 A 对细杆产生作用力。

解 如图 1.15(b) 所示, 对细杆进行受力分析可知, 细杆受到的四个力必须能使细杆保持质点的受力平衡: 墙壁 A 的支持力 N_A 和地面 B 的静摩擦力 f 、细杆自身的重力 mg 和地面的支持力 N_B 必须为两对力偶。

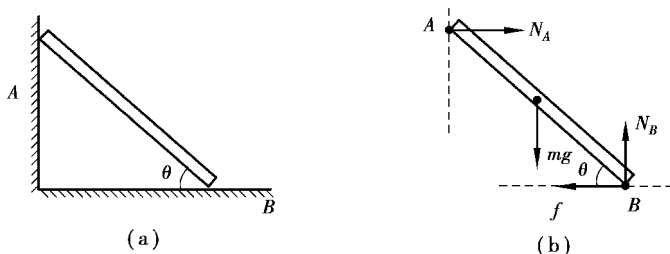


图 1.15

所以

$$N_A = f, mg = N_B$$

则题目的关键是分析 N_A 或 f 。

细杆也必须同时满足任意点为轴的力矩平衡, 为计算方便, 选取细杆与地面的接触点 B 为转轴, 有

$$N_A \cdot L \sin \theta = mg \cdot \frac{L}{2} \cos \theta$$

则

$$N_A = \frac{1}{2} mg \cot \theta$$

例 2 如图 1.16(a) 所示, 质量为 M 的均匀圆板边缘固定一个质量为 m 的小重物, 重物大小可以忽略。将圆板放在倾角为 α 的斜面上, 当 m 与圆心 O 点的连线与竖直线夹角为 θ 时, 圆板恰好静止, 求 $\sin \theta$ 的值。假设圆板与斜面间的摩擦因数足够大。

解 圆板和小重物构成了一个系统, 对该系统受力分析可知, 系统的所受的外力共有四个: 圆板和小重物受到的重力 Mg 和 mg , 斜面对圆板产生的支持力 N 和静摩擦力 f , 如图 1.16(b) 所示。由于所受力中只有 Mg 和 mg 为已知的力, 选择圆板与斜面的接触点 P 为转轴, 根据力矩平衡有

$$MgR \sin \alpha = mgR(\sin \theta - \sin \alpha)$$