杨浦区数学学科高地
杨浦区王国江高中数学名师工作室
基于核心素养背景下“创智课堂”教学实践研究

主编 李秋明 王国江

走进核心素养的
高中数学

同濟大學出版社
TONGJI UNIVERSITY PRESS

杨浦区数学学科高地
杨浦区王国江高中数学名师工作室
基于核心素养背景下“创智课堂”教学实践研究

走进核心素养的高中数学

主　编
李秋明　王国江

编　委（排名不分先后）
浦静滢　张倬霖　吴　颖　徐正旺　杨逸峰　曹丽琼
肖恩利　方耀华　康延明　袁　青　张　谊　张余婷
张建国　郜昭东　张菁璐　赵文浩　庞维成　王桂华

同济大学出版社
TONGJI UNIVERSITY PRESS

内 容 提 要

本书总结各层面高中学校的正高级教师、数学特级教师、学科带头人、骨干教师和一线优秀教师多年教学的经验，在“创智课堂”理念的引领下和关注数学核心素养的基础上，将新高考的基本要求做进一步深入研究，并梳理考点和精选习题，形成了一套高效的高中数学学科教学训练体系. 主要结构分为知识梳理、讲练平台、基础训练、能力提高和归纳小结五个部分. 本书为高中一线教师拓宽了教学视野，也为提高广大高中学生的学习效率提供了有力的支撑.

图书在版编目(CIP)数据

走进核心素养的高中数学 / 李秋明，王国江主编. —上海：同济大学出版社，2020.8

ISBN 978-7-5608-9346-4

Ⅰ.①走… Ⅱ.①李… ②王… Ⅲ.①中学数学课-高中-教学参考资料 Ⅳ.①G633.603

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2020)第 115692 号

走进核心素养的高中数学

主　编　李秋明　王国江

责任编辑　谢惠云　　助理编辑　朱　滢　　责任校对　徐春莲　　封面设计　陈益平

出版发行　同济大学出版社　　www.tongjipress.com.cn

（地址：上海市四平路 1239 号　邮编：200092　电话：021-65985622）

经　　销　全国各地新华书店

排　　版　南京文脉图文设计制作有限公司

印　　刷　常熟市大宏印刷有限公司

开　　本　787mm×1092mm　1/16

印　　张　18.75

字　　数　468 000

版　　次　2020 年 8 月第 1 版　　2020 年 8 月第 1 次印刷

书　　号　ISBN 978-7-5608-9346-4

定　　价　52.00 元

前言

为了更好地将高中数学学科素养渗透到日常教学中，帮助教师明确高中数学学科教学的目标、理清教学内容的重点、提高学科教学的效率，杨浦区数学高地高中数学学科的各位成员，在深入领会课程标准的基础上，研究新高考改革的要求、总结一线教学经验，将新课程标准的目标、内容、要求和教材内容、要求以及高考考纲文理不分的要求相结合，精心编撰了本书，献给广大师生.

基于上述想法，我们对本书的内容作了精心的设计.

本书供读者在高中数学全面复习时使用，为了便于读者阅读，本书以单元复习作为基础，根据高中数学各个章节教学内容的内在联系和知识点生成顺序，做了适当的调整. 设有集合，不等式，函数，数列、极限、数学归纳法，三角，向量，直线，曲线和方程，立体几何，排列、组合、二项式定理、概率统计，复数等单元，各单元中增加了 2019 年及 2020 年上海春、高考的考题.

每个章节均设有以下栏目：

“知识梳理”：回顾本单元的知识结构、重点、难点以及一些常用的规律，并对易错的内容逐条分析，使读者对学习过程中必须关注的问题有全面的回顾和整理.

“讲练平台”：对本单元知识内容中常见的考点进行整理和分析，并配套相应的例题进行说明，注重知识与实际运用之间的关联，使读者可以更好地掌握所学的知识及其运用技巧.

“基础训练”：针对本单元的知识内容，提供了精选的基础题和中档题练习，难度适中.

“能力提高”：围绕本单元的知识内容，提供了训练思维、锻炼综合能力的练习，难度相对较高.

“归纳小结”：对本单元知识作一回顾，针对重点、难点、易错点再度进行强调.

书末附有“基础训练”和“能力提高”的答案，供读者自检.

数学的教学要紧扣教学的基本要求，明确教学重点、难点，反对盲目提高教学难度；数学的教学要重视知识之间的相互联系，提高教学的效率，反对所谓“题海”的大量低效练习；数学的教学要帮助学生锻炼思维，关注知识产生的过程，学会举一反三，反对单纯地围着一道题目转. 本书对教师和学生的教与学有一定借鉴指导意义.

编者
2020 年 6 月

目录

1 集合

1.1 集合的概念与运算

【知识梳理】

1. 集合的概念

集合是能够确切指定的一些对象的全体，其中每个对象称为集合的元素. 元素具有确定性、互异性和无序性.

2. 特殊集合

$\varnothing$，$\mathbf{N}^*$，$\mathbf{N}$，$\mathbf{Z}$，$\mathbf{Q}$，$\mathbf{R}$，$\mathbf{R}^+$，$\mathbf{R}^-$，…

3. 集合的表示法

列举法、描述法、图示法.

4. 集合之间的关系

子集：如果 A 中任何一个元素都属于 B，那么 A 是 B 的子集，记作 $A \subseteq B$.

相等的集合：如果 $A \subseteq B$ 且 $B \subseteq A$，那么 $A = B$.

真子集：$A \subseteq B$ 且 B 中至少有一个元素不属于 A，记作 $A \subsetneqq B$.

5. 集合的运算（设全集是 U）

交集：$A \cap B = \{x \mid x \in A$ 且 $x \in B\}$.

并集：$A \cup B = \{x \mid x \in A$ 或 $x \in B\}$.

补集：$\complement_U A = \{x \mid x \in U$ 且 $x \notin A\}$.

6. 交、并、补运算中的性质（设全集是 U）

(1) $A \cap B \subseteq A$；$A \cap B \subseteq B$；

$A \cap B = A \Leftrightarrow A \subseteq B$；$A \cap B = B \Leftrightarrow B \subseteq A$.

(2) $A \subseteq A \cup B$；$B \subseteq A \cup B$；

$A \cup B = A \Leftrightarrow B \subseteq A$；$A \cup B = B \Leftrightarrow A \subseteq B$；$A \cap B = A \cup B \Leftrightarrow A = B$.

(3) $\complement_U A \cap B = \varnothing \Leftrightarrow B \subseteq A \Leftrightarrow \complement_U B \supseteq \complement_U A$.

(4) $\complement_U (A \cap B) = (\complement_U A) \cup (\complement_U B)$；$\complement_U (A \cup B) = (\complement_U A) \cap (\complement_U B)$.

【讲练平台】

考点 1. 集合的描述法表示以及集合的运算

例 1 (1) 已知集合 $A = \{y \mid y = x^2 - 2x, x \in \mathbf{R}\}$，$B = \{y \mid y = -x^2 + 2x + 6, x \in \mathbf{R}\}$，求 $A \cap B$；

(2) 已知集合 $A = \{(x, y) \mid y = x^2 - 2x, x \in \mathbf{R}\}$，$B = \{(x, y) \mid y = -x^2 + 2x + 6, x \in \mathbf{R}\}$，求 $A \cap B$.

解 (1) $\because$ $y=x^2-2x=(x-1)^2-1$，$\therefore$ $y\geqslant -1$，$\therefore$ $A=[-1,+\infty)$.

$\because$ $y=-x^2+2x+6=-(x-1)^2+7$，$\therefore$ $y\leqslant 7$，$\therefore$ $B=(-\infty,7]$.

$\therefore$ $A\cap B=\{y\mid -1\leqslant y\leqslant 7\}$.

(2) $\because$ $\begin{cases}y=x^2-2x,\\ y=-x^2+2x+6,\end{cases}$ $\therefore$ $\begin{cases}x=3,\\ y=3\end{cases}$ 或 $\begin{cases}x=-1,\\ y=3,\end{cases}$

$\therefore$ $A\cap B=\{(3,3),(-1,3)\}$.

考点 2. 集合的几何意义

例 2　已知集合 $A=\{(x,y)\mid x^2+y^2\leqslant 3,x\in\mathbf{Z},y\in\mathbf{Z}\}$，则 A 中元素的个数为多少？

解　如图 1-1 所示，由 $x^2+y^2\leqslant 3$ 知，$-\sqrt{3}\leqslant x\leqslant\sqrt{3}$，$-\sqrt{3}\leqslant y\leqslant\sqrt{3}$.

又 $x\in\mathbf{Z}$，$y\in\mathbf{Z}$，$\therefore$ $x\in\{-1,0,1\}$，$y\in\{-1,0,1\}$，

$\therefore$ A 中元素的个数为 $C_3^1C_3^1=9$.

另解：由数形结合可知 A 中有 9 个元素.

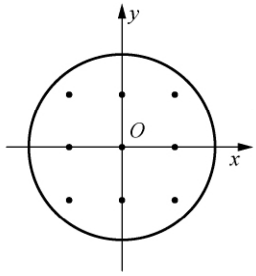

图 1-1

考点 3. 集合的运算及其性质

例 3　已知集合 $A=\{x\mid x^2-5x-24<0,x\in\mathbf{R}\}$，$B=\{x\mid x^2-3ax+2a^2<0,x\in\mathbf{R}\}$，若 $A\cup B=A$，求实数 a 的取值范围.

解　$\because$ $A\cup B=A$，$\therefore$ $B\subseteq A$.

$\because$ $x^2-5x-24<0$，$\therefore$ $(x+3)(x-8)<0$，

$\therefore$ $-3<x<8$，$\therefore$ $A=(-3,8)$.

$\because$ $x^2-3ax+2a^2<0$，$\therefore$ $(x-a)(x-2a)<0$，

当 $a>0$ 时，$B=(a,2a)$，$\because$ $B\subseteq A$，$\therefore$ $\begin{cases}a\geqslant -3,\\ 2a\leqslant 8,\end{cases}$ $\therefore$ $0<a\leqslant 4$；

当 $a<0$ 时，$B=(2a,a)$，$\because$ $B\subseteq A$，$\therefore$ $\begin{cases}2a\geqslant -3,\\ a\leqslant 8,\end{cases}$ $\therefore$ $-\dfrac{3}{2}\leqslant a<0$；

当 $a=0$ 时，$B=\varnothing$，显然满足.

综上所述，$a\in\left[-\dfrac{3}{2},4\right]$.

【基础训练】

1. 设全集 $U=\mathbf{R}$，若 $A=\{-2,-1,0,1,2\}$，$B=\{x\mid y=\log_3(1-x)\}$，则 $A\cap(\complement_U B)=$ ________.

2. 设集合 $A=\{x\mid x>1\}$，$B=\left\{x\mid \dfrac{x}{x-3}<0\right\}$，则 $A\cap B=$ ________.

3. 设集合 $A=\{(x,y)\mid(x-4)^2+y^2=1\}$，$B=\{(x,y)\mid(x-t)^2+(y-at+2)^2=1\}$，若存在实数 t，使得 $A\cap B\neq\varnothing$，则实数 a 的取值范围是(　　).

(A) $(0,1]$　　(B) $\left[1,\dfrac{4}{3}\right)$　　(C) $\left[0,\dfrac{4}{3}\right]$　　(D) $[0,2]$

4．已知集合 $A=\{x\mid x^2+x-2\leqslant 0\}$，$B=\{x\mid 1<x+1\leqslant 4\}$，$C=\{x\mid x^2+mx+n>0\}$，**并且满足**$(A\cup B)\cap C=\varnothing$，$(A\cup B)\cup C=\mathbf{R}$，**求实数** m，n **的值.**

5．设集合 $P=\left\{(x,\ y)\left|\ \dfrac{y-3}{2x-1}=a+1\right.\right\}$，$Q=\{(x,\ y)\mid y=ax^2\}$，**若集合** $P\cap Q$ **有且只有两个子集，求实数** a **的值.**

6．当集合 $A=\{x\mid(mx-m^2-8)(x-1)>0，x\in\mathbf{Z}\}$ **中的元素个数最少时，求实数** m **的取值范围.**

【能力提高】

1．设全集 $U=\{1，2，3，4，5，6，7，8，9\}$，A **与** B **是** U **的子集，若** $A\cap B=\{1，2，3\}$，**则称集对**$(A，B)$ **为优集对，那么，所有优集对的个数是________.**

2．对于正整数集合 $A=\{a_1，a_2，\cdots，a_n\}(n\in\mathbf{N}^*，n\geqslant 3)$，**如果去掉其中任意一个元素** a_i $(i=1，2，\cdots，n)$**之后，剩余的所有元素组成的集合都能分为两个交集为空集的集合，且这两个集合的所有元素之和相等，就称集合** A **为"和谐集".**

(1) **判断集合**$\{1，2，3，4，5\}$**是否为"和谐集"，并说明理由；**

(2) **求证：集合**$\{1，3，5，7，9，11，13\}$**是"和谐集"；**

(3) **求证：若集合** A **是"和谐集"，则集合** A **中元素个数为奇数.**

【归纳小结】

1. 在用描述法表示集合时,要注意弄清该集合中元素的一般形式.

2. 特殊集合的记忆和理解对于解题是非常重要的,特别是对于空集$\varnothing$概念的理解.

3. 我们规定不含任何元素的集合是空集. 一个集合是空集,可能是指方程等无解,可能是指图像没有交点. 对此的理解与转换可能就是解题的突破口.

4. 对于含参数的集合之间关系的讨论,特别要注意其端点处的讨论,避免出现漏情况或多情况的错误.

5. 在处理子集、真子集及集合运算有关问题时,经常可借助集合的图示或者数轴来直观理解.

1.2 命题及充要条件

【知识梳理】

1. 命题:判断真假的语句. 通常用陈述句表述. 一般形式:"如果 α,那么 β."正确的命题叫真命题,错误的命题叫假命题.

2. 四种命题形式,如图 1-2 所示(用$\overline{\alpha}$和$\overline{\beta}$分别表示α和β的否定).

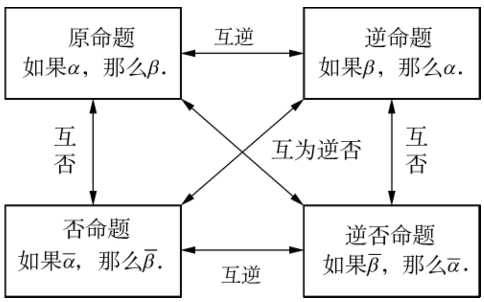

图 1-2

原命题与逆否命题同真(假);逆命题与否命题同真(假).

3. 如果 $\alpha\Rightarrow\beta$, 那么 α 是 β 的充分条件,β 是 α 的必要条件.

如果 $\alpha\Leftrightarrow\beta$, 那么 α 是 β 的充要条件,β 是 α 的充要条件,也就是说,命题 α 与命题 β 是等价命题.

4. 设 $A=\{a \mid a$ 具有性质 $\alpha\}$, $B=\{b \mid b$ 具有性质 $\beta\}$,则 $A\subseteq B$ 与 $\alpha\Rightarrow\beta$ 等价.

【讲练平台】

考点 1. 命题的四种形式与否定形式的准确把握

例 1 写出下列命题的否命题,并且判断它的真假:

(1) 设 $a, b, c\in\mathbf{R}$,若 $a>b$,则 $ac^2>bc^2$;

(2) 设 $a, b\in\mathbf{R}$,若 $a+b\neq 0$ 且 $ab\geqslant 0$,则 $a>0$ 且 $b>0$.

解 (1) 否命题:设 $a, b, c\in\mathbf{R}$,若 $a\leqslant b$,则 $ac^2\leqslant bc^2$, 真命题;

(2) 否命题:设 $a, b \in \mathbf{R}$,若 $a+b=0$ 或 $ab<0$,则 $a \leqslant 0$ 或 $b \leqslant 0$, 真命题.

考点 2. 几种条件关系的判断

例 2 判断命题 α:“$x+y>10$ 且 $xy>25$”是命题 β:“$x>5$ 且 $y>5$”的什么条件.

解 α 是 β 的必要非充分条件.

α 不是 β 的充分条件,如反例:$x=2, y=13$;

必要性:$\because$ $x>5$ 且 $y>5$,由不等式的加法性质,得:$x+y>10$ 且 $xy>25$,

$\therefore$ α 是 β 的必要条件.

综上所述,α 是 β 的必要非充分条件.

考点 3. 集合的包含关系与命题的推出关系之间的等价性

例 3 已知 p:$\left|1-\dfrac{x-1}{3}\right| \leqslant 1$, q:$x^2-4x+4-m^2 \leqslant 0(m>0)$,若 $\overline{p}$ 是 $\overline{q}$ 的充分非必要条件,求实数 m 的取值范围.

解 由题可知:命题“$\overline{p}$ 是 $\overline{q}$ 的充分非必要条件”的等价命题(即它的逆否命题)是:“q 是 p 的充分非必要条件”,

p:$\left|1-\dfrac{x-1}{3}\right| \leqslant 1 \Rightarrow -1 \leqslant \dfrac{x-1}{3}-1 \leqslant 1 \Rightarrow 0 \leqslant \dfrac{x-1}{3} \leqslant 2 \Rightarrow 1 \leqslant x \leqslant 7$,

q:$x^2-4x+4-m^2 \leqslant 0\ (m>0) \Rightarrow [x-(2-m)][x-(2+m)] \leqslant 0$,

又 $\because$ $m>0$, $\therefore$ 不等式 $x^2-4x+4-m^2 \leqslant 0(m>0)$ 的解集是 $[2-m, 2+m]$.

$\because$ q 是 p 的充分非必要条件,

$\therefore$ 不等式 $x^2-4x+4-m^2 \leqslant 0(m>0)$ 的解集是不等式 $\left|1-\dfrac{x-1}{3}\right| \leqslant 1$ 解集的真子集.

$$\therefore \begin{cases} m>0, \\ 2-m \geqslant 1, \\ 2+m \leqslant 7 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} m>0, \\ m \leqslant 1, \\ m \leqslant 5 \end{cases} \Rightarrow 0<m \leqslant 1, \therefore \text{实数 } m \text{ 的取值范围是} (0, 1].$$

【基础训练】

1. 已知一个命题的逆命题为“已知 $x, y, z \in \mathbf{Z}$,如果 x, y, z 中至少有一个偶数,那么 xyz 能被 2 整除.”则这个命题的等价命题是____________________.

2. 设 $\theta \in \mathbf{R}$,则“$\left|\theta-\dfrac{\pi}{12}\right|<\dfrac{\pi}{12}$”是“$\sin\theta<\dfrac{1}{2}$”的(　　).

(A) 充分非必要条件　　(B) 必要非充分条件

(C) 充要条件　　(D) 既非充分也非必要条件

3. 已知 p:“$m=-2$”,q:“直线 $4x-y=0$ 与直线 $x+m^2y=0$ 互相垂直”. 则 p 是 q 的(　　).

(A) 充分非必要条件　　(B) 必要非充分条件

(C) 充要条件　　(D) 既非充分也非必要条件

4. 若“不积跬步,无以至千里”是真命题,则下面的命题一定是真命题的是(　　).

(A) 积跬步一定可以至千里

(B) 不积跬步也可能至千里

(C) 要想至千里一定要积跬步

(D) 不想至千里就不用积跬步

5. 已知函数 $f(x)=(a^2-1)x^2+(a-1)x+2$,分别写出 $f(x)>0(x\in\mathbf{R})$ 的一个充要条件、一个充分非必要条件和一个必要非充分条件.

6. 设 $a>0$, $a\neq1$,命题 α:"函数 $y=\log_a(x+1)$ 在 $(0, +\infty)$ 上单调增",命题 β:"曲线 $y=x^2+(2a-3)x+1$ 与 x 轴交于不同的两点",若命题 α 与 β 有且只有一个正确,求实数 a 的取值范围.

【能力提高】

1. 若实数 a, b 满足 $a\geqslant0$, $b\geqslant0$,且 $ab=0$,则称 a 与 b 互补. 记 $\varphi(a, b)=\sqrt{a^2+b^2}-a-b$,那么,"$\varphi(a, b)=0$" 是"$a$ 与 b 互补" 的(　　).

(A) 充分非必要条件　　(B) 必要非充分条件

(C) 充要条件　　(D) 既非充分也非必要条件

2. 对于由有限个自然数组成的集合 A,定义集合 $S(A)=\{a+b\mid a\in A, b\in A\}$,记集合 $S(A)$ 的元素个数为 $d(S(A))$. 定义变换 T,变换 T 将集合 A 变换为集合 $T(A)=A\cup S(A)$.

(1) 若 $A=\{0, 1, 2\}$,求 $S(A)$, $T(A)$;

(2) 若集合 A 有 n 个元素,证明:"$d(S(A))=2n-1$"的充要条件是"集合 A 中的所有元素能组成公差不为 0 的等差数列";

(3) 若 $A\subseteq\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$ 且 $\{1, 2, 3, \cdots, 25, 26\}\subseteq T(T(A))$,求元素个数最少的集合 A.

【归纳小结】

1．要判断命题的真假，必须要牢记已经学过的定理、命题和性质.

2．判断几种条件关系（“充分非必要条件”“必要非充分条件”“充要条件”“既非充分也非必要条件”）的方法：

（1）用定义判断；（2）用集合的包含关系；（3）用命题的等价性.

3．真、假命题的证明：真命题是正确的命题，可以通过已有的公理、定理等进行严格证明；假命题是错误的命题，可以通过举反例进行说明.

4．证明 α 是 β 的充要条件：（1）充分性的证明：$\alpha \Rightarrow \beta$；（2）必要性的证明：$\beta \Rightarrow \alpha$.

证明 α 是 β 的充分非必要条件：（1）充分性的证明：$\alpha \Rightarrow \beta$；（2）举反例说明 β 推不出 α.

2 不等式

2.1 不等式的性质

【知识梳理】

1. **两个实数** a，b，

$a-b>0\Leftrightarrow a>b$；$a-b=0\Leftrightarrow a=b$；$a-b<0\Leftrightarrow a<b$.

2. **不等式的基本性质**

(1) **如果** $a>b$，$b>c$，**那么** $a>c$.

(2) **如果** $a>b$，**那么** $a+c>b+c$.

(3) **如果** $a>b$，$c>0$，**那么** $ac>bc$；**如果** $a>b$，$c<0$，**那么** $ac<bc$.

(4) **如果** $a>b$，$c>d$，**那么** $a+c>b+d$.

(5) **如果** $a>b>0$，$c>d>0$，**那么** $ac>bd$.

(6) **如果** $a>b$，$ab>0$，**那么** $\frac{1}{a}<\frac{1}{b}$.

(7) **如果** $a>b>0$，**那么** $a^n>b^n(n\in\mathbf{N}^*)$.

(8) **如果** $a>b>0$，**那么** $\sqrt[n]{a}>\sqrt[n]{b}(n>1,n\in\mathbf{N}^*)$.

3. **比较两数大小的一般方法**

比较法之一(作差法)步骤：作差⟶变形⟶判断与 0 **的关系⟶结论；**

比较法之二(作商法)步骤：作商⟶变形⟶判断与 1 **的关系⟶结论.**

【讲练平台】

考点 1. 不等式的性质

例 1 $\begin{cases}2<x+y<4,\\0<xy<3\end{cases}$ **是** $\begin{cases}0<x<1,\\2<y<3\end{cases}$ **的**(　　).

(A) **充分非必要条件**　　(B) **必要非充分条件**

(C) **充要条件**　　(D) **既非充分也非必要条件**

解　$\because 0<x<1$，$2<y<3$，$\therefore 2<x+y<4$，$0<xy<3$，**但是若** $2<x+y<4$，$0<xy<3$，**不一定有** $0<x<1$，$2<y<3$，**如** $x=2.5$，$y=0.5$，**故选**(B).

考点 2. 不等式的证明

例 2　**已知** a，b **是正数，且** $a+b=1$，**求证：**$(ax+by)(bx+ay)\geqslant xy$.

证明　$\because a$，b **是正数，且** $a+b=1$，

$\therefore (ax+by)(bx+ay)=abx^2+(a^2+b^2)xy+aby^2$

$=ab(x^2+y^2)+(a^2+b^2)xy$

$\geqslant ab\cdot 2xy+(a^2+b^2)xy$

$=(a+b)^2xy$

$=xy$,

$\therefore (ax+by)(bx+ay)\geqslant xy$ **成立.**

考点 3. 含参数的不等式

例 3　已知 $0<x<1$，$a>0$，$a\neq 1$,**比较** $|\log_a(1-x)|$ **与** $|\log_a(1+x)|$ **的大小.**

解法 1　$\because |\log_a(1-x)|-|\log_a(1+x)|=\dfrac{|\lg(1-x)|}{|\lg a|}-\dfrac{|\lg(1+x)|}{|\lg a|}=$

$\dfrac{1}{|\lg a|}[-\lg(1-x)-\lg(1+x)]=-\dfrac{1}{|\lg a|}\lg(1-x^2)>0$,

$\therefore |\log_a(1-x)|>|\log_a(1+x)|$.

解法 2　$\because \dfrac{|\log_a(1-x)|}{|\log_a(1+x)|}=|\log_{(1+x)}(1-x)|=-\log_{(1+x)}(1-x)=\log_{(1+x)}\dfrac{1}{1-x}=$

$\log_{(1+x)}\dfrac{1+x}{1-x^2}>\log_{(1+x)}(1+x)=1$,

$\therefore |\log_a(1-x)|>|\log_a(1+x)|$.

【基础训练】

1. 设 a, $b\in\mathbf{R}$,**下列不等式中一定成立的是(　　).**

(A) $a^2+3>2a$　　(B) $a^2+b^2>0$

(C) $a^3+b^3\geqslant a^2b+ab^2$　　(D) $a+\dfrac{1}{a}\geqslant 2$

2. 已知 a, $b\in\mathbf{R}$,**则"**$ab>0$**"是"**$\dfrac{b}{a}+\dfrac{a}{b}>2$**"的(　　).**

(A) **充分非必要条件**　　(B) **必要非充分条件**

(C) **充要条件**　　(D) **既非充分也非必要条件**

3. 已知 $a>b>c$,**下列不等关系中一定成立的是(　　).**

(A) $ac+b^2>ab+bc$　　(B) $ab+bc>b^2+ac$

(C) $ac+bc>c^2+ab$　　(D) $a^2+bc>b^2+ab$

4. 比较下列两数的大小:

(1) x^2+3 **与** $3x$;　　(2) x^2+y^2+1 **与** $x+y+xy$;

(3) $\dfrac{a}{b^2}+\dfrac{b}{a^2}$ **与** $\dfrac{1}{a}+\dfrac{1}{b}(a, b\in\mathbf{R}^+)$;　　(4) $\sqrt{c+1}-\sqrt{c}$ **与** $\sqrt{c}-\sqrt{c-1}(c>1)$.

【能力提高】

若实数 x，y，m 满足 $|x-m|>|y-m|$，则称 x 比 y 远离 m.

(1) 若 x^2-1 比 1 远离 0，求 x 的取值范围；

(2) 对任意两个不相等的正数 a，b，证明：a^3+b^3 比 a^2b+ab^2 远离 $2ab\sqrt{ab}$.

【归纳小结】

1. 主要方法

(1) 比较两数大小的一般方法——作差法；(2)利用函数的单调性；(3)作商法(较少用).

2. 易错、易漏点

(1) 不等式的基本性质是解不等式的理论依据，特别要注意同向不等式可相加，也可相乘，但相乘时，两个不等式都需大于零；

(2) 作差法是很重要的方法，要引起重视.

2.2　不等式的解法

【知识梳理】

1. 同解不等式

若 $\varphi(x)$ 是整式或常数，则不等式 $f(x)>F(x)$ 与 $f(x)+\varphi(x)>F(x)+\varphi(x)$ 同解；

若 $m>0$，则不等式 $f(x)>F(x)$ 与 $m\cdot f(x)>m\cdot F(x)$ 同解；

若 $m<0$，则不等式 $f(x)>F(x)$ 与 $m\cdot f(x)<m\cdot F(x)$ 同解.

2. 解不等式

(1) 一元一次不等式

$ax>b\ (a\in\mathbf{R})$，当 $a>0$ 时，则 $x>\dfrac{b}{a}$；当 $a<0$ 时，则 $x<\dfrac{b}{a}$；

当 $a=0$，$b<0$，则 $x\in\mathbf{R}$；当 $a=0$，$b\geqslant 0$，则 $x\in\varnothing$.

(2) 一元二次不等式

$ax^2+bx+c>0(a>0)$ 或 $ax^2+bx+c<0(a>0)$，设相应的一元二次方程 $ax^2+bx+c=0(a>0,\ \Delta\geqslant 0)$ 的两根为 x_1，x_2，且 $x_1\leqslant x_2$，$\Delta=b^2-4ac$：

① 当 $\Delta>0$ 时，$ax^2+bx+c>0$ 的解集是 $\{x\mid x<x_1$ 或 $x>x_2\}$，

$ax^2+bx+c<0$ 的解集是 $\{x\mid x_1<x<x_2\}$；

② 当 $\Delta=0$ 时，$ax^2+bx+c>0$ 的解集是 $\left\{x\,\middle|\,x\neq-\dfrac{b}{2a}\right\}$，

$ax^2+bx+c<0$ 的解集是 $\varnothing$；

③ 当 $\Delta<0$ 时，$ax^2+bx+c>0$ 的解集是 $\mathbf{R}$，$ax^2+bx+c<0$ 的解集是 $\varnothing$.