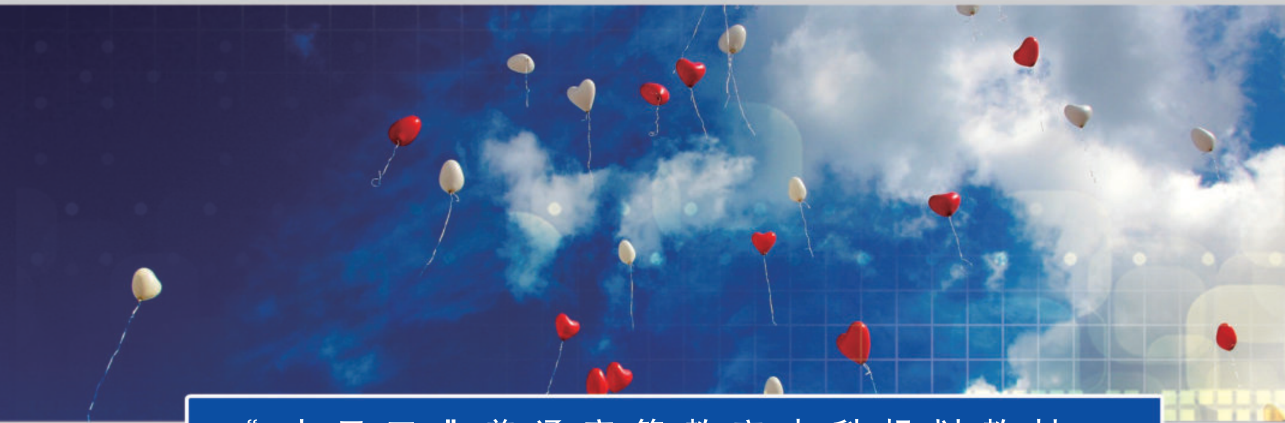

"十三五"普通高等教育本科规划教材

概率论与数理统计学习指导

主　编　张　倩　余　俊　朱金艳

主　审　王升瑞

同济大学出版社
TONGJI UNIVERSITY PRESS

!十三五 "普通高等教育本科规划教材

概率论与数理统计学习指导

主 ! 编 ! 张 ! 倩 ! 余 ! 俊 ! 朱金艳
主 ! 审 ! 王升瑞

!

同濟大學 出版社
TONGJI UNIVERSITY PRESS

内 容 提 要

本书是 !十三五 "普通高等教育本科规划教材 #概率论与数理统计 $%第 ! 版 &李媛主编 '配套的同步辅导及习题全解 "

本书共 # 章 &分别介绍了随机事件及其概率 &随机变量及其概率分布 &二维随机变量 &随机变量的数字特征 &大数定律与中心极限定理 &样本及其分布 &参数估计 &假设检验 "本书按教材内容编排全书结构 &各章包含内容概要问答 &基本要求及重难点提示 &对教材中的习题做了详细解答 &并梳理了各知识点之间的脉络联系 &有针对性地选取了同步练习题及其解答 &内容详尽 &简明易懂 "

本书可作为普通高等院校工学 (经济和管理专业学习 !概率论与数理统计 "课程的参考书 &也可供学生作为考研复习使用 "

图书在版编目 !!"# '数据

! ! 概率论与数理统计学习指导) 张倩 &余俊 &朱金艳主编 " 上海 * 同济大学出版社 &!$!$ '%

! ! &'()!*+#,+,-%$#,#.%+,+

! ! ! "" 概 + ! # "" 张 + ! $ 余 + ! % 朱 + ! & "" 概率论 $ 数理统计 ! ' "" /!0

! ! 中国版本图书馆 1&2 数据核字 %!$!$ '第 03..+. 号

" "

!十三五 "普通高等教育本科规划教材

概率论与数理统计学习指导

主 ! 编 ! 张 ! 倩 ! 余 ! 俊 ! 朱金艳 ! ! 主 ! 审 ! 王升瑞

责任编辑 ! 陈佳蔚 ! ! 责任校对 ! 徐逢乔 ! ! 封面设计 ! 潘向蓁

出版发行 ! 同济大学出版社 ! ! ! 444 '56789:;<=>> "?6@ "?7

(地址:上海市四平路 0!3* 号 ! 邮编:!$$$*! ! 电话:$!0!%-*#-%!!)

经 ! ! 销 ! 全国各地新华书店

印 ! ! 刷 ! 常熟市大宏印刷有限公司

开 ! ! 本 ! +0$ @@ A *%$ @@ ! 0 /0%

印 ! ! 张 ! 0$ "!-

印 ! ! 数 ! 0 ! !0$$

字 ! ! 数 ! !$-!$$$

版 ! ! 次 ! !$!$ 年 % 月第 0 版 ! ! !$!$ 年 % 月第 0 次印刷

书 ! ! 号 ! &'()!*+#,+,-%$#,#.%+,+

定 ! ! 价 ! !# '$$ 元

# #

前 ! ! 言

本书是!十三五"普通高等教育本科规划教材#概率论与数理统计$%第!版&李媛主编'配套的同步辅导及习题全解"书中融入了编者多年教学实践的经验体会&具有较强的针对性(启发性(指导性和补充性&使读者在各章学习过程中目标明确&有的放矢"本书的目的在于解惑答疑&帮助初学者尽快理解!概率论与数理统计"课程的基础理论及内容&掌握其思维方式和解题技巧"每章包含以下.个部分)

$%内容概要问答!用提问的形式简练准确(科学规范地总结各章的基本概念(重要定理(主要内容及公式&做到既能把握基础性问题&又能融会贯通&便于读者学习时提纲挈领地掌握课程中的内容"

&%基本要求及重点"难点提示!以教学大纲和主教材为依据&具体说明各章必须掌握的内容及应掌握的程度"

'%习题详解!这是本书的重要内容&本课程的解题方法独特&而主教材中习题丰富&层次多样&覆盖面宽"初学者往往感觉习题难做&方法不易掌握"本书针对主教材中的习题给出详细的解答&思路清晰&逻辑性强&循序渐进地总结出易被读者理解和掌握的解题方法"

(%同步练习题及其答案!本书为读者设计了一套含有填空(计算和证明%配有解答'等比较完整的题型作为同步练习题&方便读者检测自己掌握各章内容的情况&巩固和提高解答各类问题的能力"

本书第0&!章由张倩编写&第3&.&-章由朱金艳编写&第%&+&#章由余俊编写&全书由张倩修改并定稿&由王升瑞主审"本书在编写过程中&中国矿业大学的数学教师提出了许多宝贵意见和建议&在此谨向他们表示衷心的感谢"本书编写时&编者参考了大量的教材和资料&在此谨向这些教材和资料的作者表示衷心的感谢"

由于编者水平有限&书中若有不妥之处&恳请读者批评指正"

编!者

!$!$年%月

目!!录

第 ! 章 ! 随机事件及其概率

本章内容是概率论的基础理论和理论依据 !在后面几章中都有具体的表现 !毫不夸张地说 !学好本章是学好概率论的前提 !

! ! ! !! ! 内容概要问答

" ! 什么是随机现象 !随机试验 !样本空间 !随机事件?

答 ! 随机现象 "在一定条件下可能发生也可能不发生的现象 !

随机试验 "在一定条件下对事物的某种特征的一次观察 !其必须满足三个条件 "

#' $试验可以在相同情况下重复进行 %

$试验结果具有多样性 !且事先知道试验的所有可能结果 %

#$ $试验结果具有随机性 !

样本空间 "试验的所有可能结果所组成的集合 !记为 ! 或 ! "

随机事件 "试验样本空间的子集 !其包含基本事件 &复合事件 &必然事件和不可能事件 !

基本事件 "试验中这些结果至多有一个发生 #具有互不相容性 $%这些结果至少有一个发生 #具有完备性 $!

复合事件 "若干个基本事件组合而成的事件 !

必然事件 "试验中一定会发生的结果 !

不可能事件 "试验中一定不会发生的结果 !

! 什么是事件的包含与事件的相等?

答 ! 事件的包含 "事件 # 发生必然导致事件 $ 发生 !则称事件 $ 包含事件 # !记为 # " $ 或 $ # # "

事件的相等 "若 # " $ 且 $ " # !则称 # % $ "

$! 写出事件的运算公式 !

答 ! 事件的和 "事件 # 与事件 $ 至少有一个发生的事件 !记为 # $ $ 或 # & $ %若事件 #" ! ## ! ' ! #, 中至少有一个发生的事件 !记为 #" $ ## $ ' $ #, 或 #" & ## & ' & #, " ! !

事件的积!事件 # 与事件 $ 同时都发生的事件"记为 # % $ #若事件 #" "## " $ "#, 同时都发生的事件"记为 #" % ## % $ % #, 或 #" ## $ #, "

事件的差!事件 # 发生而事件 $ 不发生的事件"记为 # ($ 或 # (#$ "

%!说明互不相容事件!对立事件与完备事件组的意义!

答!互不相容事件!事件 # 与事件 $ 不能同时发生"即 # % $ % & "

对立事件!事件 # 与事件 $ 至少且仅有一个发生"即 # % $ % & "# $ $ % ! "

完备事件组!#" $ ## $ $ $ #, % ! 且 #)#* % & ")"* % " "# " $ "' "则 #" "## " $ "#, 为完备事件组!

&!事件运算中对偶律"德 # 摩根律 $是什么?

答!德 % 摩根律是 # $ $ % # % $ "# % $ % # $ $ "

'!频率与概率的区别是什么? 概率的基本性质是什么?

答!频率!事件 # 在 ' 次重复试验中发生 '# 次"则 +, &# ' % '#/, 为事件 # 在 ' 次试验中出现的频率!

概率!事件 # 发生的可能性大小的数值度量"其为频率 +, &# ' % '#/, 的稳定值 , "记为 - &# ' % , "

概率的基本性质!&' '(' - &# ' ' "#&' - &! ' % "#- && ' % (#&$ '若 #" "## " $ "#, 为互不相容事件"则

- &#" $ ## $ $ $ #, ' % - &#" ' & - &## ' & $ & - &#, '"

)!写出概率的计算公式!

答!&' '加法公式!- &# $ $ ' % - &# ' & - &$ ' (- &#$ '"

&# '事件 # 与逆事件 # 满足 - &# ' & - &# ' % ""

&$ '减法公式!设随机事件 # "$ "则 - &# ($ ' % - &# ' (- &#$ '"

特别地"当 # # $ 时"则 - &# ($ ' % - &# ' (- &$ '"

*!古典概型是什么样的随机试验?

答!随机试验 . 为古典概型"其满足!

&' '. 的样本空间只有有限 ' 个基本事件#

&# '每个基本事件在一次试验中发生的可能性相等!

+!写出古典概型及计算公式!

答!设随机试验 . 的样本空间中包含有限个等可能的样本点"称此试验为古

典概型！

设古典概型 . !样本空间为 ! % "" ! "# ! # ! ", $!随机事件 # 发生的概率为

- %# & % / , % 事件 # 含基本事件数 / ! 中含基本事件数 "

"(!条件概率与乘法公式的关系是什么?

答 ! 两个事件 # 与 $!且 - %# & ((!则称 # 发生的条件下 $ 发生的概率为 # 发生条件下 $ 发生的条件概率 !记为

- %$ 0 # & % - %#$ & / - %# & "

条件概率为事件 # ! $ 同时发生占事件 # 发生的比例 !条件概率求解时可以通过缩小样本空间法来求解 !

乘法公式 ' 设随机事件 # ! $!若 - %# & ((!则

- %#$ & % - %# &- %$ 0 # & "

同理 !若 - %$ & ((!则

- %#$ & % - %$ &- %# 0 $ & "

推广 ' 设随机事件 # ! $! 1 !若 - %#$ & ((!则

- %#$1 & % - %# &- %$ 0 # &- %1 0 #$ & "

"" !如何判断事件 # 与事件 $ 是相互独立的?

答 ! 若 - %#$ & % - %# &- %$ & !则称事件 # 与事件 $ 是相互独立的 !且 # 与 $! # 与 $! # 与 $ 也是相互独立的 !

若 - %# & ((!则 # ! $ 相互独立的充要条件为 - %$ 0 # & % - %$ & 或 - %$ 0 # & % - %$ 0 # & "

设 #" ! ## ! # ! #, 为 ' 个随机事件 !若

- %#) #* & % - %#) &- %#* &! !
- %#) #* #, & % - %#) &- %#* &- %#, &!
! ! (! ! ! ! ! (
- %#" ## # #, & % - %#" &- %## &# - %#, &!

则称 #" ! ## ! # ! #, 相互独立 !则

- !#" $ ## $ " $ #, #% " (- !#" #- !## #" - !#, #"

"#！写出伯努利概型与二项概率公式！

答！伯努利概型$在确定条件下进行′次重复独立试验%每次试验只有两个相互对立的结果 # 与 # "

二项概率公式$在′重伯努利试验中%若 - !# #% , %事件 # 发生/次的概率为 - !# 正好发生/次 #% , /, / !" (, #(/ "

"$！写出全概公式与逆概公式！

答！全概公式$若 $" %$# % " %$, 为完备事件组%且 - !$, # ((%/ % "%#% " %′%则对任一事件 # 有 - !# #% - !$, #- !# 0 $, #"

逆概公式$

- !$, 0 # #% - !$, #- !# 0 $, # / - !$) #- !# 0 $) # %! / % "%#% " %′"

"%！什么样的问题可以应用全概公式与逆概公式？

答！对于一些复杂的事件%有时不容易求它的概率%利用全概公式把它转化为一组事件 $" %$# % " %$, 和事件 # 就容易求了%把完备事件组 $" %$# % " %$, 看作导致事件 # 发生的一个原因%而这些原因的概率是已知或可求的%这样对于复杂事件 # 的概率就容易求了！在逆概公式中%$" %$# % " %$, 是导致事件 # 发生的原因%- !$, #%/ % "%#% " %′是各种原因发生的概率！解决求事件 # 已经发生条件下 $, 发生的条件概率！

！！！!"！基本要求及重点！难点提示

&随机事件′与&概率′是概率论中两个最基本的概念%&独立性′与&条件概率′是概率论中特有的概念%条件概率在不具有独立性的场合扮演着重要角色%条件概率也是一种概率！正确理解并会应用这四个概念是学好概率论的基础！本章的基本要求$

!" #理解三个基本概念$随机试验(样本空间(随机事件!基本事件(复合事件(必然事件和不可能事件#！

!# #掌握事件的四种关系!包含(等价(对立(互不相容#(三种运算!和(积(差#及四大运算法则!交换律(结合律(分配律(对偶律#%理解完备事件组概念%学会事

件的表示 !如 "至少 #"至多 #"恰有 #等 !

$$%了解事件频率的概念 !了解随机现象的统计规律性 !

$%%理解概率 &条件概率的概念 !掌握概率的基本性质 !会计算古典型概率和几何型概率 !

$&%掌握概率五大公式 '加法公式 &减法公式 &乘法公式 &全概率公式 !以及逆概公式 !应用概率公式计算时同时注重事件间的运算性质和运算律 !

$' %理解事件独立性的概念 !掌握用事件独立性简化概率计算 !理解独立重复试验的概念 !掌握计算有关事件概率的方法 !

$)%了解伯努利概型的概念 !能将实际问题归结为伯努利概型后 !用伯努利定理计算有关事件的概率 !

本章重点 ! 事件的关系与运算 (概率的计算 !本章主要有两种计算方法 '一是概型法 !即古典概型 &几何概型与伯努利概型中用公式直接计算事件的概率 (二是应用概率的性质与五个基本公式结合事件的等价表示间接计算事件的概率 !

本章难点 ! 古典概型的计算 (全概率公式与贝叶斯公式的正确应用 !

! ! ! !# ! 习题详解

" ! 下列随机试验各包含几个基本事件?

!" "将有记号 2#3 的两只球随机放入编号为 "## #$ 的三个盒子里 !每个盒子可容纳两只球 "$

!# "观察 $ 粒不同种子的发芽情况 $

!$ "从 & 人中任选 # 名参加某项活动 $

!% "某人参加 " 次考试 #观察其得分 !按百分制记分 "情况 $

!& "将 2#3#4$ 只球装入 $ 个盒子中 #使每个盒子各装 " 只球 !

解 ! $" %用乘法原理 !$ 个盒子编号为 " ! # ! $ 看作不动物 !两只球看作是可动物 !一个一个地放入盒中 !2 球可放入任意一个盒子 !放法有 ,"$ % $ 种 (3 球也可放入任意一个盒子 !放法有 ,"$ % $ 种 !由乘法原理知 !共有 ' % ,"$ 5 ,"$ % + 种方法 !

$#%用乘法原理 !$ 粒种子 !每粒种子按发芽与否有两种不同情况 $方法 %!$ 粒种子发芽共有 ' % ,"# 5 ,"# 5 ,"# % * 种不同情况 !

$$%从 & 人中任选 # 名参加某项活动 !可不考虑任选的两人的次序 !所以此试验的基本事件有 ' % ,#& % "(个 "

!% "此随机试验是把从 (! "((任一得分看作一个基本事件 #所以 ′ % "(" 种 "

!& "可用乘法原理 $$ 个盒子视为不动物 #可编号 " # # # $ #$ 只球可视为可动物 #一只一只放入盒子内 !按要求 "!2 球可放入 $ 个盒子中任意一个 #放法有 ,"$ %$ 种 %3 球因为试验要求每个盒子只装一只球 #所以 2 球放入的盒子不能再放入 3 球 #3 球只能放入其余 !无 2 球的盒子 "两个盒子中任意一个 #放法有 ,"# % # 种 %4 球只能放入剩下的空盒中 #放法只有一种 !$ 只球任放入 $ 个盒子中 #保证每个盒子只有 " 只球的放法有 ′ % ,"$ 5 ,"# 5 " % ′ 种 !

! 事件 # 表示 !& 件产品中至少有 " 件废品 "#事件 $ 表示 !& 件产品都是合格品 "#则 # $ $ # #$ 各表示什么事件? # # $ 之间有什么关系?

解 ! 设 #/ % !& 件中有 / 件是不合格品 ′#$ % !& 件都是合格品 ′ !此随机试验 . 的样本空间可以写成

! % (#" # ## # #$ # #% # #& # $)#

而 # % #" $ ## $ #$ $ #% $ #& #所以 # $ $ % ! # #$ % & # # 与 $ 是互为对立事件 !

$! 随机抽验 $ 件产品 #设 # 表示 !$ 件中至少有 " 件是废品 "#$ 表示 !$ 件中至少有 # 件是废品 "#1 表示 !$ 件都是正品 "#问 $# # $ # 1 # # $ $ # #1 各表示什么事件?

解 ! # - &三件都是正品 ′#$ - &三件中至多有一件废品 ′#1 - &三件中至少有一件废品 ′## $ $ % # # #1 % & "

% ! 对飞机进行 # 次射击 #每次射一弹 #设 #" 表示 !第 " 次射击击中飞机 "##$ 表示 !第 # 次射击击中飞机 "!试用 #" # ## 及它们的对立事件表示下列各事件 !

%" &$ % !两弹都击中飞机 "′%# &1 % !两弹都没击中飞机 "′%$ &6 % !恰有一弹击中飞机 "′%% &. % !至少有一弹击中飞机 " !

并指出 $ # 1 # 6 # . 中哪些是互不相容 #哪些是对立的 !

解 ! $ % #" ## # 1 % $\overline{#" ##}$ # 6 % #" $\overline{##}$ $ $\overline{#"}$ ## # . % #" $ ## # $ 与 1 # $ 与 6 # 6 与 1 # 1 与 . 是互不相容的 # 1 与 . 是相互对立的 !

& ! 在某班任选一名学生 !记 # % !选出的是男生 "#$ % !选出的是运动员 "# 1 % !选出的是北方人 "#问 $

!" "#$1 # #$1 各表示什么事件?

!# "1 " $ # #$ " 1 各表示什么意义?

!$ "在什么条件下 # #$1 % #?

解 ! !" "#$1 - #选出的是北方的不是运动员的男生 $%

#$1 - #选出的是南方的不是运动员的男生 $!

!# "1 " $ 表示 #该班选出北方的学生一定是运动员 $%

#$ " 1 表示 #选出的不是运动员的男生是南方的 $!

!$ "当 # " $1 时 & #$1 % # "

' ! 设 #" # #$ # #$ # #% 是 % 个随机事件 #试用这几个事件表示下列各事件 !

!" "这 % 个事件都发生 $

!# "这 % 个事件都不发生 $

!$ "这 % 个事件至少有一个发生 $

!% "#" # #$ 都发生 # #$ # #% 都不发生 $

!& "这 % 个事件至多有一个发生 $

!' "这 % 个事件中恰有一个发生 !

解 ! !" "#" #$ #$ #% % ! ! !# "#" #$ #$ #% % ! ! !$ "#" $ #$ $ #$ $ #% %

!% "#" #$ #$ #% % ! ! !& "#$ #$ #% $ #" #$ #% $ #" #$ #% $ #" #$ #$ %

!' "#" #$ #$ #% $ #" #$ #$ #% $ #" #$ #$ #% $ #" #$ #$ #% "

) ! 从一副扑克牌 !&# 张 #不含大小王 "中任取 % 张 #求取得 % 张花色都不相同的概率 !

解 ! 从 &# 张牌中任取 % 张共有 ,%&# 种情况 &每一种情况看作一个基本事件 &所以此试验的样本空间中基本事件的个数 ' % ,%&# "设事件 # % #任取的 % 张花色都不相同 $&事件 # 完成要从四种花色中各取一张 &故 / % "$% & - !# " % / ' % "$% ,%&#

- ("'(&!& "

* ! 某房间里有 % 个人 #设每个人出生于 " 至 "# 月中每一个月是等可能的 !求至少有 " 人生日在 "(月的概率 !

解 ! 设事件 # % !至少有 " 人生日在 "(月 "#,# % !% 个人生日都不在 "(月 "#故

- $# %% " (- $# %% " ($""/"# % - " ((") % ("$ "

+ ! 袋中有 "(只形状相同的球 !其中 % 只红球 !' 只白球 !现从袋中一个接一个地任取球抛掷出去 !求第 $ 次抛掷的是红球的概率 !

解 ! 此随机试验 . 为 &从袋中每次任取一球 #不放回地连取 $ 次 #相当于从 "(只球中任取 $ 只排列在 $ 个不同的位置上 #其不同的排列数为 . $ "(#即其基本事件共有 ' % . $ "(个 !设事件 !第 $ 次抛掷的是红球 "所包含的基本事件个数 / 的求法如下 &首先事件 # 表示第 $ 次抛掷的是红球 #即第 $ 个位置应放红球 #可从 % 只红球中任取一只放入 #故法有 , " % 种 '前两个位置任从剩下的 + 只球中取两只放在不同的位置 #故法有 . # + 种 !由乘法原理可知 / % , " % . # + #所以

- $# %% / ' % , " % . # + / . $ "(% # & "

"(! 将一枚硬币连续投掷 "(次 !求至少有一次出现正面的概率 !

解 ! 设事件 # % !至少出现 " 次正面 "#,# % !全不出现正面 "!

若一枚硬币连续抛掷 "(次 #每次有正 (反两种情况 #所以随机试验 . 的基本事件个数 ' % # "(##, 所包含的基本事件个数 / % " #则

- $# %% " (- $, # %% " (/ ' % " (" / # "(- ("+++ "

"" ! 盒中有 "(只乒乓球 !其中 ' 只新球 !% 只旧球 !今从盒中任取 & 只 !求正好取得 $ 只新球 # 只旧球的概率 !

解 ! 从盒中 "(只球任取 & 只的取法有 , & "(种 #所以 ' % , & "("

设事件 # % !正好取得 $ 只新球 # 只旧球 "!由乘法原理得 / % , $ ' , # % #所以

- $# %% / ' % , $ ' , # % / , & "(% "(/ #" % ("%)' "

"# ! 在 "(件产品中 !有 ' 件正品 !% 件次品 !甲从 "(件中任取一件 "不放回 #

后 !乙再从中任取一件 !记 # % "甲取得正品 #! $ % "乙取得正品 #!求 - $# %! - $$ 0 # %! - $$ 0 (# %"

解 ! 求 - !# "的问题是甲从 "(件产品中任取 " 件 #其方法有 "(种 #事件 # 是甲从 ′ 件正品中取得 " 件 #所以 - !# " % ′/"(% $/& "

求 - !$ 0 # "问题是在甲取得一件正品的条件下不放回 #求乙再任取一件是正品的概率 #此时基本事件个数有 ′ % , " + % + 个 #正品数是 & 件 #所以 - !$ 0 # " % &/+ "同理 #- !$ 0 (# " % ′/+ % #/$ "

"$! 两条小河被工厂废水污染 !第一条小河被污染的概率为 #/& !第二条小河被污染的概率为 $/% !至少有一条小河被污染的概率为 %/& !求在第一条小河被污染的条件下第二条小河也被污染的概率 !

解 ! 设事件 # % $第一条小河被污染 %#$ % $第二条小河被污染 %#则

- !# " % #/& #! - !$ " % $/% # ! - !# $ $ " % %/& #

- !# $ $ " % - !# " & - !$ " (- !#$ "#

%/& % #/& & $/% (- !#$ "#! - !#$ " %)/#(#

- !$ 0 # " % - !#$ "/- !# " % ()/#()/(#/&) %)/* "

"% ! 甲袋中有 $ 只白球 !) 只红球 !"& 只黑球 &乙袋中有 "(只白球 !′ 只红球 !+ 只黑球 !今从两袋中各取一只球 !求下列事件的概率 !

$' %事件 # % "取得 # 只红球 #&

$# %事件 $ % "取得的两只球颜色相同 #!

解 ! !" "基本事件总数为

′ % , " #& , " #& % ′#& "

由乘法原理知!事件 # 包含的基本事件个数为

/ % ,")," %) 5 ' % %#"

所以 - "# # % /, % %#/'#& "

"# # 用事件 #" ! ## ! #$ 分别表示从甲袋取得白球$红球$黑球%用事件 $" ! $# ! $$ 分别表示从乙袋取得白球$红球$黑球!

因为 $ % #"$" & ##$# & #$$$!#/ 与 $/"/ % " ! # ! $ #相互独立!且 #"$" ! ##$# ! #$$$ 三种情况互不相容!则

- "$ # % - "#"$" #& - "##$# #& - "#$$$ #

% - "#" #- "$" #& - "## #- "$# #& - "#$ #- "$$ #

% $/#& 5 "(/#& &)/#& 5 '/#& & "&/#& 5 +/#& % #()/'#& "

"& !制造某种零件可以采用两种不同的工艺!第一种工艺要经过三道工序"经过各道工序时"出现不合格品的概率分别为 ('"" ('# " ('$ #第二种工艺只经过两道工序"但经过各道工序时"出现不合格品的概率均为 ('$ "如果采用第一种工艺"则在合格的零件中得到一级品的概率为 (!+ #而采用第二种工艺"则在合格的零件中得到一级品的概率为 (!* !试问采用何种工艺获得一级品的概率较大!$注!各道工序是否出现不合格品是相互独立的!%

解!设事件 # % &采用第一种工艺获得一级品'%$ % &采用第二种工艺获得一级品'%第一种工艺经过三道工艺!第 / 道工序出合格品事件记为 #/"/ % " ! # ! $#"由题设知

- "#" # % " (- "#̄" # % " (('" % ('+ !

- "## # % " (- "#̄# # % " (('# % ('* !

- "#$ # % " (- "#̄$ # % " (('$ % (') "

第二种工艺两道工序!第 / 道工序出现合格品的事件记为 $/"/ % " ! # #"

由题设知

! ! - "$" # % " (- "$̄" # % " (('$ % (') % - "$# #!

! ! - "# # % - "#"##$# #5 ('+ % - "#" #- "## #- "#$ #5 ('+

("((

! ! % ("+ 5 ("* 5 (") 5 ("+ - ("%& !

- "$ # % - "$" $# # 5 ("* % - "$" #- "$# # 5 ("*

% (") 5 (") 5 ("* - ("$+ "

所以 !采用第一种工艺获得一级品的概率较大 !

"' ! 一箱产品共 "((件 !其中有 & 件有缺陷 !但外观难区别 !今从中任取 & 件进行检验 !按规定 !若未发现有缺陷产品 !则全箱判为一级品 "若发现 " 件产品有缺陷 !则全箱判为二级品 "若发现 # 件及 # 件以上有缺陷 !则全箱判为次品 !试分别求该箱产品被判为一级品 #记为 # $!二级品 #记为 $ $!次品 #记为 1 $的概率 !

解 ! 随机试验 . 是 "((件产品中任取 & 件 !其基本事件的个数为 ' % ,$^{&}_{"((}$ "

事件 # 包含的基本事件个数为 '# % ,$^{&}_{+&}$!所以 - "# # % $\frac{'_{\#}}{'}$ % $\frac{,^{\&}_{+\&}}{,^{\&}_{"((}}$ - (")' "

事件 $ 包含的基本事件个数为 '$ % ,$^{"}_{&}$,$^{\%}_{+&}$!所以 - "$ # % $\frac{'_{\$}}{'}$ - ("## "

- "1 # % " (- "# $ $ # % " (- "# # (- "$ # % " ((")' (("## % ("(# "

") ! 车间内有 "(台同型号的机床独立运转 !已知 " / 内每台机床出故障的概率为 (!(" !求 " / 内正好有 $ 台机床出故障的概率 !

解 ! 此问题是独立重复试验问题 !设事件 # % $"(台机床中任 $ 台出故障 %!则

- "# # % ,$^{\$}_{"(}$ "("(" #$^{\$}$ "("++ #$^{\#}$ - ("(((!" "

"* ! 据医院经验 !有一种中草药对某种疾病的治疗效率为 (!* !现有 "(人同时服用这种中草药治疗该种疾病 !求至少对 ' 人有疗效的概率 !

解 ! 设事件 # % $至少对 ' 人有疗效 %!则

- "# # % $\sum_{/ \% '}^{"(}$,$^{/}_{"(}$ ("* #$^{/}$! ("# #$^{"(/}$ - ("+') "

"+ ! 加工某产品需经过两道工序 !如果经过每道工序合格的概率均为 (!+& !求至少有一道工序不合格的概率 !

解 ! 设事件 # % $至少有一道工序不合格 %!$\bar{\#}$ % $两道工序后都合格 %!则