同济大学 1907-2017
Tongji University

同济博士论丛
TONGJI Dissertation Series

总主编 伍 江 副总主编 雷星晖

范么清 楼梦麟 著

非线性复合随机振动方法研究及其工程应用

Study on Methods of Non-linear Compound Stochastic Vibration and Its Engineering Application

同济大学出版社
TONGJI UNIVERSITY PRESS

内 容 提 要

本书主要研究非线性随机结构在非平稳随机地震作用下的随机反应。在总结国内外相关研究概况后，将基于数论选点的直接模态摄动法、基于 Monte Carlo 选点的直接模态摄动法和基于数论选点的时程分析法用于求解非线性土层的复合随机地震反应。对土层的随机场，以工程实例，采用相关函数法求解实际场地的波动因子；对随机地震，采用基于 Hartley 正交基的 K－L 分解法将功率谱表示的随机地震波表示为独立随机变量和确定过程的线性组合。在此基础上，将等效线性化法和基于数论选点的直接模态摄动法、基于 Monte Carlo 选点的直接模态摄动法、基于数论选点的时程分析法结合求解随机土层的地震反应。本书可供高校相关专业师生和专业研究人员阅读参考。

图书在版编目(CIP)数据

非线性复合随机振动方法研究及其工程应用 / 范么清，楼梦麟著. —上海：同济大学出版社，2020.6
（同济博士论丛 / 伍江总主编）
ISBN 978－7－5608－7023－6

Ⅰ. ①非… Ⅱ. ①范… ②楼… Ⅲ. ①非线性振动－随机振动－研究 Ⅳ. ①O324

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2020)第 099208 号

非线性复合随机振动方法研究及其工程应用

范么清 楼梦麟 著

出 品 人 华春荣 责任编辑 胡晗欣 特约编辑 于鲁宁
责任校对 谢卫奋 封面设计 陈益平

出版发行 同济大学出版社 www.tongjipress.com.cn
（地址：上海市四平路 1239 号 邮编：200092 电话：021－65985622）
经 销 全国各地新华书店、建筑书店
排版制作 南京展望文化发展有限公司
印 刷 浙江广育爱多印务有限公司
开 本 787 mm×1092 mm 1/16
印 张 16
字 数 320 000
版 次 2020 年 6 月第 1 版 2020 年 6 月第 1 次印刷
书 号 ISBN 978－7－5608－7023－6

定 价 74.00 元

本书若有印装质量问题，请向本社发行部调换 版权所有 侵权必究

“同济博士论丛”编写领导小组

组　　长： 杨贤金　钟志华

副 组 长： 伍　江　江　波

成　　员： 方守恩　蔡达峰　马锦明　姜富明　吴志强
徐建平　吕培明　顾祥林　雷星晖

办公室成员： 李　兰　华春荣　段存广　姚建中

“同济博士论丛”编辑委员会

总　主　编：伍　江

副 总 主 编：雷星晖

编委会委员：（按姓氏笔画顺序排列）

丁晓强　万　钢　马卫民　马在田　马秋武　马建新
王　磊　王占山　王华忠　王国建　王洪伟　王雪峰
尤建新　甘礼华　左曙光　石来德　卢永毅　田　阡
白云霞　冯　俊　吕西林　朱合华　朱经浩　任　杰
任　浩　刘　春　刘玉擎　刘滨谊　闫　冰　关佶红
江景波　孙立军　孙继涛　严国泰　严海东　苏　强
李　杰　李　斌　李风亭　李光耀　李宏强　李国正
李国强　李前裕　李振宇　李爱平　李理光　李新贵
李德华　杨　敏　杨东援　杨守业　杨晓光　肖汝诚
吴广明　吴长福　吴庆生　吴志强　吴承照　何品晶
何敏娟　何清华　汪世龙　汪光焘　沈明荣　宋小冬
张　旭　张亚雷　张庆贺　陈　鸿　陈小鸿　陈义汉
陈飞翔　陈以一　陈世鸣　陈艾荣　陈伟忠　陈志华
邵嘉裕　苗夺谦　林建平　周　苏　周　琪　郑军华
郑时龄　赵　民　赵由才　荆志成　钟再敏　施　骞
施卫星　施建刚　施惠生　祝　建　姚　熹　姚连璧

袁万城　莫天伟　夏四清　顾　明　顾祥林　钱梦駉
徐　政　徐　鉴　徐立鸿　徐亚伟　凌建明　高乃云
郭忠印　唐子来　阎耀保　黄一如　黄宏伟　黄茂松
戚正武　彭正龙　葛耀君　董德存　蒋昌俊　韩传峰
童小华　曾国荪　楼梦麟　路秉杰　蔡永洁　蔡克峰
薛　雷　霍佳震

秘书组成员：谢永生　赵泽毓　熊磊丽　胡晗欣　卢元姗　蒋卓文

总 序

在同济大学110周年华诞之际，喜闻“同济博士论丛”将正式出版发行，倍感欣慰。记得在100周年校庆时，我曾以《百年同济，大学对社会的承诺》为题作了演讲，如今看到付梓的“同济博士论丛”，我想这就是大学对社会承诺的一种体现。这110部学术著作不仅包含了同济大学近10年100多位优秀博士研究生的学术科研成果，也展现了同济大学围绕国家战略开展学科建设、发展自我特色，向建设世界一流大学的目标迈出的坚实步伐。

坐落于东海之滨的同济大学，历经110年历史风云，承古续今、汇聚东西，秉持“与祖国同行、以科教济世”的理念，发扬自强不息、追求卓越的精神，在复兴中华的征程中同舟共济、砥砺前行，谱写了一幅幅辉煌壮美的篇章。创校至今，同济大学培养了数十万工作在祖国各条战线上的人才，包括人们常提到的贝时璋、李国豪、裘法祖、吴孟超等一批著名教授。正是这些专家学者培养了一代又一代的博士研究生，薪火相传，将同济大学的科学研究和学科建设一步步推向高峰。

大学有其社会责任，她的社会责任就是融入国家的创新体系之中，成为国家创新战略的实践者。党的十八大以来，以习近平同志为核心的党中央高度重视科技创新，对实施创新驱动发展战略作出一系列重大决策部署。党的十八届五中全会把创新发展作为五大发展理念之首，强调创新是引领发展的第一动力，要求充分发挥科技创新在全面创新中的引领作用。要把创新驱动发展作为国家的优先战略，以科技创新为核心带动全面创新，以体制机制改

革激发创新活力，以高效率的创新体系支撑高水平的创新型国家建设。作为人才培养和科技创新的重要平台，大学是国家创新体系的重要组成部分。同济大学理当围绕国家战略目标的实现，作出更大的贡献。

大学的根本任务是培养人才，同济大学走出了一条特色鲜明的道路。无论是本科教育、研究生教育，还是这些年摸索总结出的导师制、人才培养特区，“卓越人才培养”的做法取得了很好的成绩。聚焦创新驱动转型发展战略，同济大学推进科研管理体系改革和重大科研基地平台建设。以贯穿人才培养全过程的一流创新创业教育助力创新驱动发展战略，实现创新创业教育的全覆盖，培养具有一流创新力、组织力和行动力的卓越人才。“同济博士论丛”的出版不仅是对同济大学人才培养成果的集中展示，更将进一步推动同济大学围绕国家战略开展学科建设、发展自我特色、明确大学定位、培养创新人才。

面对新形势、新任务、新挑战，我们必须增强忧患意识，扎根中国大地，朝着建设世界一流大学的目标，深化改革，勠力前行！

万　钢

2017 年 5 月

论丛前言

承古续今，汇聚东西，百年同济秉持“与祖国同行、以科教济世”的理念，注重人才培养、科学研究、社会服务、文化传承创新和国际合作交流，自强不息，追求卓越。特别是近20年来，同济大学坚持把论文写在祖国的大地上，各学科都培养了一大批博士优秀人才，发表了数以千计的学术研究论文。这些论文不但反映了同济大学培养人才能力和学术研究的水平，而且也促进了学科的发展和国家的建设。多年来，我一直希望能有机会将我们同济大学的优秀博士论文集中整理，分类出版，让更多的读者获得分享。值此同济大学110周年校庆之际，在学校的支持下，“同济博士论丛”得以顺利出版。

“同济博士论丛”的出版组织工作启动于2016年9月，计划在同济大学110周年校庆之际出版110部同济大学的优秀博士论文。我们在数千篇博士论文中，聚焦于2005—2016年十多年间的优秀博士学位论文430余篇，经各院系征询，导师和博士积极响应并同意，遴选出近170篇，涵盖了同济的大部分学科：土木工程、城乡规划学(含建筑、风景园林)、海洋科学、交通运输工程、车辆工程、环境科学与工程、数学、材料工程、测绘科学与工程、机械工程、计算机科学与技术、医学、工程管理、哲学等。作为“同济博士论丛”出版工程的开端，在校庆之际首批集中出版110余部，其余也将陆续出版。

博士学位论文是反映博士研究生培养质量的重要方面。同济大学一直将立德树人作为根本任务，把培养高素质人才摆在首位，认真探索全面提高博士研究生质量的有效途径和机制。因此，“同济博士论丛”的出版集中展示同济大

学博士研究生培养与科研成果，体现对同济大学学术文化的传承。

“同济博士论丛”作为重要的科研文献资源，系统、全面、具体地反映了同济大学各学科专业前沿领域的科研成果和发展状况。它的出版是扩大传播同济科研成果和学术影响力的重要途径。博士论文的研究对象中不少是“国家自然科学基金”等科研基金资助的项目，具有明确的创新性和学术性，具有极高的学术价值，对我国的经济、文化、社会发展具有一定的理论和实践指导意义。

“同济博士论丛”的出版，将会调动同济广大科研人员的积极性，促进多学科学术交流、加速人才的发掘和人才的成长，有助于提高同济在国内外的竞争力，为实现同济大学扎根中国大地，建设世界一流大学的目标愿景做好基础性工作。

虽然同济已经发展成为一所特色鲜明、具有国际影响力的综合性、研究型大学，但与世界一流大学之间仍然存在着一定差距。“同济博士论丛”所反映的学术水平需要不断提高，同时在很短的时间内编辑出版 110 余部著作，必然存在一些不足之处，恳请广大学者，特别是有关专家提出批评，为提高同济人才培养质量和同济的学科建设提供宝贵意见。

最后感谢研究生院、出版社以及各院系的协作与支持。希望“同济博士论丛”能持续出版，并借助新媒体以电子书、知识库等多种方式呈现，以期成为展现同济学术成果、服务社会的一个可持续的出版品牌。为继续扎根中国大地，培育卓越英才，建设世界一流大学服务。

伍　江

2017 年 5 月

前 言

本书主要研究非线性随机结构在非平稳随机地震作用下的随机反应，即非线性复合随机振动系统的随机反应。

在总结国内外相关研究概况后，本书将求解非线性随机结构的改进摄动法与虚拟激励法结合，形成改进摄动虚拟激励法，求解单自由度非线性复合随机振动系统的反应；在采用虚拟激励法时，本书直观地给出了虚拟反应。为计算单自由度非线性复合随机系统在随机作用下的随机反应，本书依次做了如下工作：对线性结构，采用摄动虚拟激励法进行计算，考虑到空间随机场与随机过程的独立性，对摄动虚拟激励法进行修正；对非线性随机结构在非平稳激励下的随机反应，采用等效随机线性化法和改进摄动虚拟激励法求解，非线性随机复合系统的随机反应计算方法以线性复合随机系统的方法为基础。最后给出 Monte Carlo 法模拟非线性复合随机系统的地震反应的实现过程。

对多自由度线性复合随机结构的随机反应，本书提出基于数论选点的直接模态摄动法、基于 Monte Carlo 选点的直接模态摄动法、基于数论选点的时程分析法求解复合随机系统的随机反应。为采用模态叠加法，需要求解随机模态，本书采用直接模态摄动法求解随机模态，在这方面本书工作如下：

采用直接模态摄动法求解有阻尼确定振动系统的复模态。计算结果表明，这种方法概念清晰、省时，计算结果也很精确。当直接模态摄动法求出的复模态用于复模态的模态叠加法时，计算结果也是相当精确、省时的。由于土木工程结构的阻尼一般很小，求解有阻尼系统复模态的直接模态摄动法应

用于土木工程中是很实用的一种方法。

提出基于数论选点的直接模态摄动法和基于 Monte Carlo 选点的直接模态摄动法求解随机结构的随机模态。首先求解无阻尼随机结构的随机模态，随后求解有阻尼随机结构的随机模态。这两种方法利用数论选点法和 Monte Carlo 选点法选取结构样本，然后采用直接模态摄动法计算样本结构相对于均值结构的摄动量，从而得到样本结构的模态，最后采用统计方法求得随机模态。对于较少随机变量确定的随机结构，基于数论选点的直接模态摄动法计算效率较基于 Monte Carlo 选点的直接模态摄动法计算效率高，可以很快很准确地得到计算结果。

提出基于数论选点的直接模态摄动法、基于 Monte Carlo 选点的直接模态摄动法和基于数论选点的时程分析法求解复合随机系统的随机反应，并与基于 Monte Carlo 选点的 FOSS 法、基于 Monte Carlo 选点的时程分析法的计算结果进行比较。当随机变量较少，变异性很小时，基于数论选点的直接模态摄动法、基于数论选点的时程分析法能迅速、准确地给出结构的随机反应。

在前述研究基础上，将基于数论选点的直接模态摄动法、基于 Monte Carlo 选点的直接模态摄动法和基于数论选点的时程分析法用于求解非线性土层的复合随机地震反应。对土层的随机场，以工程实例，采用相关函数法求解了实际场地的波动因子，以便采用随机有限元法将随机场数值离散。对随机地震，采用基于 Hartley 正交基的 K－L 分解法将功率谱表示的随机地震波表示为独立随机变量和确定过程的线性组合。在此基础上，将等效线性化法和基于数论选点的直接模态摄动法、基于 Monte Carlo 选点的直接模态摄动法、基于数论选点的时程分析法结合求解随机土层的地震反应。

在本书的最后，利用 Monte Carlo 法、摄动虚拟激励法、频域传递函数摄动法研究结构随机阻尼对结构位移响应的影响。

目 录

总序
论丛前言
前言

第 1 章 绪论 …… 1
1.1 地震地面运动的随机模型 …… 2
1.1.1 地震波功率谱模型的提出 …… 2
1.1.2 几种地震波功率谱及非平稳地震波的调制 …… 3
1.2 随机结构及复合随机振动系统的研究概况 …… 5
1.2.1 随机结构发展概况 …… 5
1.2.2 复合随机振动研究概况 …… 6
1.3 非线性随机振动的研究概况 …… 10
1.4 非线性土层随机场的研究 …… 13
1.4.1 土层随机场的离散 …… 14
1.4.2 非线性随机场地的动力反应计算概况 …… 14
1.5 研究思路和主要内容 …… 19
1.5.1 研究思路 …… 19
1.5.2 主要内容 …… 19

第 2 章 单自由度复合随机振动系统的随机反应求解 …… 21
2.1 平稳随机地震作用下的复合随机振动系统反应计算 …… 21
2.1.1 摄动虚拟激励法(PPEM—Perturbation Pseudo Excitation Method) …… 22

2.1.2 计算结果比较 …… 29
2.2 非平稳激励下线性复合随机系统的地震反应 …… 37
2.2.1 公式推导 …… 37
2.2.2 计算结果比较 …… 41
2.3 非平稳激励下非线性随机结构的随机反应计算——等效随机线性化法 …… 43
2.3.1 问题的提出 …… 43
2.3.2 等效随机线性化(ESL—Equivalent Stochastic Linearization) …… 44
2.4 改进摄动虚拟激励法(IPPEM—Improved Perturbation Pseudo Excitation Method) …… 50
2.4.1 用改进摄动虚拟激励法展开非线性随机结构 …… 50
2.4.2 计算结果比较 …… 55
2.5 Monte Carlo 模拟法求解复合随机振动系统的随机反应 …… 61
2.5.1 结构随机参数样本的 Monte Carlo 模拟 …… 61
2.5.2 随机地震波的模拟 …… 61
2.5.3 反应样本的求解 …… 61
2.5.4 讨论 …… 67
2.5.5 算例 …… 68
2.6 本章小结 …… 72

第 3 章 求解非比例阻尼体系复模态的实模态摄动法 …… 74
3.1 非比例阻尼体系的振动方程与复模态分析 …… 75
3.2 求解复模态的实模态摄动法 …… 76
3.2.1 基本系统的复频率和复模态 …… 76
3.2.2 实际结构体系的复频率和复模态 …… 78
3.2.3 复模态摄动解的求解 …… 79
3.3 复模态摄动的一阶近似 …… 80
3.4 实模态摄动法的精度 …… 81
3.5 算例 …… 81
3.6 本章小结 …… 86

第 4 章 无阻尼线性随机结构的随机振动——直接模态摄动法 …… 88
4.1 随机样本的数论选点方法 …… 88

4.1.1 数论选点方法的计算步骤 …… 88
4.1.2 数论选点方法的误差 …… 90
4.2 线性多自由度无阻尼体系复合随机振动系统模型 …… 91
4.3 无阻尼线性多自由度随机结构的随机自振特性 …… 92
4.3.1 基于数论选点的直接模态摄动法求解随机特征值 …… 93
4.3.2 算例 …… 98
4.3.3 小结 …… 104
4.4 无阻尼线性复合随机振动系统的随机反应 …… 104
4.4.1 公式推导 …… 104
4.4.2 算例 …… 106
4.5 本章小结 …… 108

第 5 章 有阻尼线性随机结构的随机振动——直接模态摄动法 …… 110
5.1 线性多自由体系复合随机振动系统模型 …… 110
5.2 有阻尼线性多自由度随机结构的随机复特征值 …… 111
5.2.1 有阻尼线性随机结构的随机特征值方程 …… 111
5.2.2 基于数论选点的直接模态摄动法求解随机结构动力特征值的摄动量 …… 112
5.2.3 求解复特征值和特征模态的随机统计值 …… 115
5.2.4 算例 …… 117
5.3 有阻尼线性多自由度复合随机振动系统的随机反应 …… 130
5.3.1 地震动随机过程的正交展开 …… 131
5.3.2 复模态的模态叠加法 …… 134
5.3.3 两种时程分析法 …… 142
5.4 本章小结 …… 146

第 6 章 随机地震作用下随机土层反应计算 …… 147
6.1 土层随机场 …… 148
6.1.1 土层随机场的部分概念 …… 148
6.1.2 土层随机场参数 …… 150
6.1.3 土层随机场的统计实例 …… 156
6.1.4 土层随机场的离散 …… 168
6.2 等效线性化法求解土层随机反应 …… 170

6.2.1 土层计算模型 …… 170
6.2.2 土层的离散 …… 175
6.2.3 土层随机地震反应 …… 177
6.2.4 编程计算结果 …… 178
6.3 本章小结 …… 190

第 7 章 结构随机阻尼的复合随机振动系统响应计算 …… 193
7.1 求解结构随机阻尼的复合随机振动系统随机响应 …… 193
7.1.1 频域传递函数摄动法求解随机反应 …… 194
7.1.2 Monte Carlo 模拟法求解随机响应 …… 195
7.1.3 摄动虚拟激励法求解结构随机阻尼复合随机系统的随机响应 …… 195
7.2 算例 …… 199
7.2.1 频域传递函数摄动法计算结果 …… 200
7.2.2 三种方法计算结果的比较 …… 200
7.3 本章小结 …… 203

第 8 章 结论和展望 …… 204
8.1 结论 …… 204
8.2 本书的不足和需要进一步研究的问题 …… 206

附录 A 本书算例用到的 GLP 集合表 …… 207
附录 B 均值中心摄动法求解随机特征值 …… 210
附录 C 两种串联结构瑞雷阻尼矩阵的形成 …… 215
附录 D 离散数值荷载的精细积分法 …… 218
附录 E 协均方差矩阵的相关结构分解 …… 221
附录 F 上海铁路南站站房建筑工程勘察的静力触探分层参数表 …… 223

参考文献 …… 230

后记 …… 238

第1章 绪 论

地震灾害对人类的影响有目共睹，它不仅危及人类的生命，也会引起重大的经济损失，因此地震灾害防治历来受到重视，抗震理论不断向前发展，先后从静力发展到动力、从确定性发展到随机性，这些理论指导实践，为现代土木工程的飞跃发展作出巨大贡献。目前，基于概率设计的抗震理论已经广为接受，由于地震活动的复杂性，人们对地震的认识远没有达到完全熟悉的水平，因此关于地震作用的随机性研究也处于探索阶段，有许多问题需要继续深入展开。

地震对结构物的作用，目前多集中在地震动的随机作用上，一般假定地震输入过程为平稳随机过程。实际地震发生时，在最初一段时间，地震作用很小，随后一段时间，地震作用增大，以后就逐渐衰减，因此地震输入过程应当作为非平稳随机过程。与之相应，地震对结构的作用在最初使结构处于线性弹性阶段，随着地震作用的加大，结构逐步进入非线性阶段，开始有塑性积累，当塑性积累达到一定阶段时，结构就不能抵御地震作用而破坏。

理论计算模型与实际结构总会有差别。设计的结构在建造成功后，即使有着严格的施工控制，也会与设计原型有差别；对于那些不便于测量或难以精确测量的结构，用于描述该结构的参数已经具有不确定性。如果这些差别或不确定性的变异性较大时，由计算模型得到的结构反应将不能准确反映实际的结构反应。

为准确反映这些不确定性引起的力学行为变化，人们提出复合随机振动系统来描述这种力学模型，分析系统是由结构随机参数或结构随机场形成的随机结构，激励为随机激励。由于荷载和结构参数都是随机参数，因此也把复合随机系统称为双随机系统。在复合随机系统中，随机结构一般与空间随机场相联系，随机作用常与随机过程相联系，因此复合随机振动实质就是时空的随机振动，空间随机场与随机过程通常是相互独立的。Vanmark[1]将随机过程与空间随机场

统一称为随机场。以前的随机振动一般只研究问题的一个方面，即单随机振动系统：只考虑结构系统的随机性，由此计算结构响应对各随机参数的敏感度；或只考虑荷载作用的随机性，计算确定系统的随机反应。

复合随机振动包含两个问题：结构的随机性和荷载的随机性，因此关于随机结构和随机振动的一些方法、原理也可以用于复合随机振动中，但复合随机振动与单随机振动有一些不同特点。本书主要研究随机地震作用下随机结构的随机反应。作为应用，也将研究随机地震作用下非线性土层随机场的随机反应。

1.1 地震地面运动的随机模型

大量的强震观测数据使人们认识到地震作用是一种随机过程。Housner[2]最早提出将地震动看作是一种随机振动，此后结构地震反应的随机理论得到了中外学者的广泛重视，如今已发展成为结构抗震理论的一个重要分支。

1.1.1 地震波功率谱模型的提出

随机地震动的模型化包括两个方面，即地震发生过程的模型化和波形特性的模型化。对地震发生的预测，常利用 Poisson 过程、Bayes 理论、Bernoulli 验证序列等[3-5]方法，目前可以对中、长期地震进行较为准确的预报。地震波形特性的模型化主要有三类研究方式[6]：一种是依据大量强震观测记录的统计平均所表现的特征，从现象学角度研究地震动参数；第二种是考虑震源机制等物理背景，从地震学角度研究地震动过程；第三种是上述两种方法的结合，综合考虑地震背景和场地条件等因素，建立地震动参数半经验表达式。这三种方法与地震动模拟的发展历史相一致。根据强震记录所显示的共同特点，都有一个相对平稳的强震阶段，1956 年 Hodson 把这个强震阶段看作是平稳高斯过程，提出用无频率特性的白噪声模拟地震动[7]，其功率谱是常数。但从加速度记录来看，功率谱密度函数实际上是非常凹凸不平的，是具有频率特性的。因此，1957 年 Kanai 提出具有频率特性的过滤白噪声地震模型[8]，1983 年 Clough 和 Penzien 提出了一种削减低频的模型[9]，欧进萍[10]在过滤白噪声地震模型的基础上，考虑基岩地震动的频谱特性，提出了一种改进的地震动随机模型，杜修力和陈厚群[11]对过滤白噪声模型进一步修正，建立了考虑震源机制的平稳加速度随机过程模型。在地震工程实践中，正在逐步实现从应用客观现象学的一般规律向应用考虑地