

数学



主编 黄伟建

中考复习全景解读

—— 专家解析中考 ——

· ZJ版 ·



——○ 一线名师推荐，冲刺名校必备

解读中考要点，提升解题技能

——○ 名校名师联合编写

 宁波出版社
NINGBO PUBLISHING HOUSE

数学

编委：王琦锟 方晓霞 叶仁豪 包栋栋 吕红波 刘旭旺 刘明亮 孙科 孙琛
李绪坤 杨仕春 张庆林 陈可剑 陈立凡 周敏 周磊 郑栋栋 赵丹寒
赵安顺 胡志光 柳灵杰 倪挺 徐丽利 郭斌 崇星 蒋联英 程林波
储旭 曾国峰

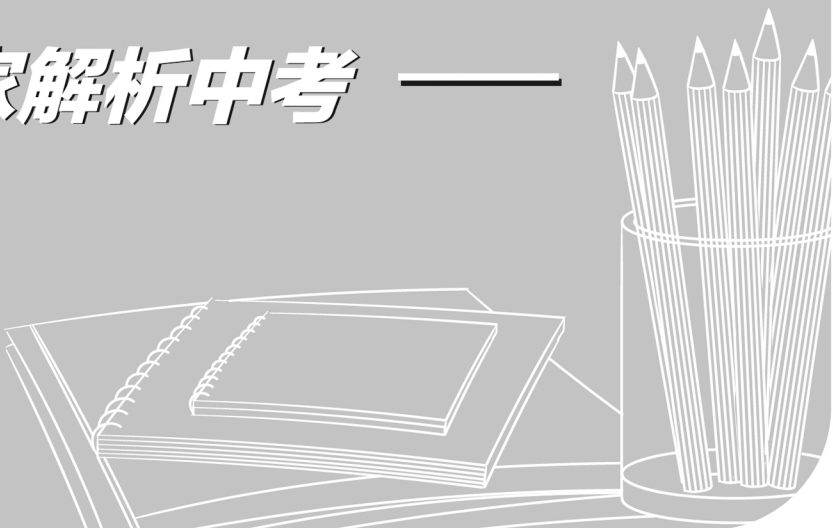
主编：黄伟建



中考复习全景解读

—— 专家解析中考 ——

· ZJ版 ·



——○ 一线名师推荐，冲刺名校必备

解读中考要点，提升解题技能

——○ 名校名师联合编写

 宁波出版社
NINGBO PUBLISHING HOUSE

图书在版编目 (CIP) 数据

中考复习全景解读. 数学 / 黄伟建主编. — 宁波 :
宁波出版社, 2020.11
ISBN 978-7-5526-4090-8

I. ①中… II. ①黄… III. ①中学数学课—初中—升
学参考资料 IV. ①G634

中国版本图书馆CIP数据核字 (2020) 第206012号

本书编委会

| | | | | | | | | |
|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|--|
| 主 编 | 黄伟健 | | | | | | | |
| 编 委 | 王琦银 | 方晓霞 | 叶仁豪 | 包栋栋 | 吕红波 | 刘旭旺 | 刘明亮 | |
| | 孙 科 | 孙 琛 | 李绪坤 | 杨仕春 | 张庆林 | 陈可剑 | 陈立凡 | |
| | 周 敏 | 周 磊 | 郑栋栋 | 赵丹寒 | 赵安顺 | 胡志光 | 柳灵杰 | |
| | 倪 挺 | 徐丽利 | 郭 斌 | 黄伟建 | 崇 星 | 蒋联英 | | |

中考复习全景解读·数学

ZHONGKAO FUXI QUANJING JIEDU · SHUXUE

| | |
|------|------------------------|
| 主 编 | 黄伟建 |
| 责任编辑 | 熊雪婷 黄 彬 |
| 责任校对 | 杨青青 |
| 出版发行 | 宁波出版社 |
| 地 址 | 宁波市甬江大道1号宁波书城8号楼6楼 |
| 邮 编 | 315040 |
| 印 刷 | 浙江开源印务有限公司 |
| 开 本 | 889毫米×1194毫米 1/16 |
| 印 张 | 9.75 |
| 字 数 | 336千 |
| 版 次 | 2020年11月第1版 |
| 印 次 | 2020年11月第1次印刷 |
| 标准书号 | ISBN 978-7-5526-4090-8 |
| 定 价 | 99.80元 |

如发现缺页或倒装,影响阅读,请与发行商联系调换。电话: 0574-88389765

目

MULU

录

第一轮 中考基础知识巩固

第一模块 数与代数

| | |
|--------------------------|----|
| 第一单元 数与式 | 1 |
| 第1课 实数 | 1 |
| 第2课 整式 | 4 |
| 第3课 因式分解 | 6 |
| 第4课 分式 | 9 |
| 第5课 二次根式 | 12 |
| 第二单元 方程(组)与不等式(组) | 15 |
| 第6课 一次方程(组)及其应用 | 15 |
| 第7课 一元二次方程及其应用 | 18 |
| 第8课 分式方程及其应用 | 21 |
| 第9课 一元一次不等式(组)及其应用 | 24 |
| 第三单元 函 数 | 27 |
| 第10课 平面直角坐标系 | 27 |
| 第11课 一次函数的图象与性质 | 30 |
| 第12课 一次函数的实际应用 | 33 |
| 第13课 反比例函数 | 37 |
| 第14课 二次函数的图象与性质 | 40 |
| 第15课 二次函数的实际应用 | 43 |

第二模块 图形与几何

| | |
|---------------------|----|
| 第四单元 三角形 | 46 |
| 第16课 几何基础 | 46 |
| 第17课 全等三角形 | 49 |
| 第18课 等腰三角形 | 52 |
| 第19课 直角三角形与命题 | 55 |
| 第20课 作图与画图 | 59 |
| 第21课 相似三角形 | 62 |

| | | |
|--------|---------------|----|
| 第 22 课 | 锐角三角函数 | 65 |
| 第 23 课 | 解直角三角形 | 68 |
| 第五单元 | 四边形 | 71 |
| 第 24 课 | 多边形与平行四边形 | 71 |
| 第 25 课 | 特殊平行四边形 | 74 |
| 第六单元 | 圆 | 77 |
| 第 26 课 | 圆的基本性质 | 77 |
| 第 27 课 | 直线与圆的位置关系 | 80 |
| 第 28 课 | 弧长、扇形面积、圆锥侧面积 | 83 |
| 第七单元 | 视图与变换 | 86 |
| 第 29 课 | 三视图与展开图 | 86 |
| 第 30 课 | 图形的平移与轴对称 | 89 |
| 第 31 课 | 图形的旋转与中心对称 | 93 |

第三模块 统计与概率

| | | |
|--------|-------|-----|
| 第八单元 | 统计与概率 | 96 |
| 第 32 课 | 数据与图表 | 96 |
| 第 33 课 | 数据的分析 | 99 |
| 第 34 课 | 概率初步 | 102 |

第二轮 中考核心素养提升

| | | |
|----------|-------------|-----|
| 专题提升(一) | 代数式在几何中的应用 | 105 |
| 专题提升(二) | 方程在几何中的应用 | 108 |
| 专题提升(三) | 规律性问题探究 | 111 |
| 专题提升(四) | 类比思想在几何中的应用 | 114 |
| 专题提升(五) | 反比例函数常见解题方法 | 117 |
| 专题提升(六) | 在网格中画图 | 120 |
| 专题提升(七) | 角平分线和中垂线 | 123 |
| 专题提升(八) | 全等三角形的常见模型 | 126 |
| 专题提升(九) | 相似三角形的常见模型 | 129 |
| 专题提升(十) | 自定义问题 | 132 |
| 专题提升(十一) | 分类讨论问题 | 135 |
| 专题提升(十二) | 直线型中的最值 | 138 |
| 专题提升(十三) | 圆中的最值 | 141 |
| 专题提升(十四) | 图形变换的应用 | 144 |
| 专题提升(十五) | 三角形的等腰分割 | 147 |

第一轮 中考基础知识巩固

第一模块 数与代数

第一单元 数与式

第1课 实数

课前热身

✓ 考点清单

考点一 有理数

- _____和_____统称有理数.
- 整数分为_____、_____和_____.
- 分数分为_____和_____.

考点二 数轴及其相关概念

- 规定了_____、_____和_____的直线,叫做数轴.
- 数轴上的点与_____一一对应.
- 数轴上表示数 a 的点与_____的距离叫做 a 的绝对值,记作_____.
- $|a|$ 为_____数,非负数的绝对值是_____,负数的绝对值是它的_____.
- 只有_____不同的两个数互为相反数,表示互为相反数的两个点关于原点成_____对称.
- 若 a 和 b 互为相反数,则 $a+b=_____$, a 与 b 的_____相等.
- _____是1的两个数互为倒数,_____没有倒数.

考点三 有理数大小比较

- 正数_____零,负数_____零,两个负数_____大的反而小.
- 在数轴上表示的两个数,_____总比_____大.
- 若 $a-b>0$,则 $a>b$;若 $a-b<0$,则 $a<b$;若 $a-b=0$,则 $a=b$,这种比较大小的方法叫做“求差法”.

考点四 实数的运算

- _____两数相加,取_____的符号,并把绝对值相加.
- _____两数相加,取_____的符号,并把较大的绝对值减去较小的绝对值.

- 减去一个数等于加上这个数的_____.
- 两个非零数相乘,同号_____,异号_____.
- 除以一个数等于乘这个数的_____.
- 负数的_____幂为正数,负数的_____幂为负数.
- $a^0=_____$ ($a \neq 0$), $a^{-p}=_____$ ($a \neq 0$).

考点五 科学记数法

- 把一个数写成 $a \times 10^n$ (其中_____)的形式,叫做科学记数法.
- 1万 $=10^m$, $m=_____$; 1亿 $=10^n$, $n=_____$.

考点六 数的开方

- 若 $m^2=n$,则_____叫做_____的平方根,记作_____.
- _____没有平方根.
- 一个正数有_____个平方根,它们互为_____.
- 一个正数正的平方根叫做_____.
- 若 a 是 b 的立方根,则 $a=_____$,或 $b=_____$.
- _____的数叫做无理数,_____和_____统称实数.

✓ 热身训练

- 3的相反数是 ()
A. $\frac{1}{3}$ B. -3 C. 3 D. $-\frac{1}{3}$
- $\sqrt{9}$ 等于 ()
A. 3 B. -3 C. ± 3 D. $\sqrt{3}$
- $(-\frac{1}{3})^{-2}=_____$, $-3^2=_____$.
- 光在真空中的传播速度约为 300000000 m/s,数据 300000000 用科学记数法表示为_____.
- $\sqrt{(1-\sqrt{2})^2} - (3-\pi)^0 = _____$.

分类达标

◆达标一 实数的概念

例 1 (2018 菏泽)下列各数: $-2, 0, 0.020020002\dots$ (两个 2 之间的 0 依次多 1 个), $\frac{1}{3}, \pi, \sqrt{9}$, 其中无理数的个数是 ()
 A. 4 B. 3 C. 2 D. 1

变式 1 在实数 $0.2, -\frac{2}{3}, \frac{\sqrt{5}}{2}, \sqrt{\frac{1}{4}}, 0$ 中, 不是分数的是_____.

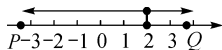
变式 2 写出一个(只需一个)大于 -1 的负无理数_____.

◆达标二 数轴

例 2 在数轴上点 A, B 表示的数分别是 a, b , 则 $AB =$ _____, AB 的中点表示的数是_____.

变式 3 数轴上点 A 从原点出发, 以每秒 2 个单位长度的速度向正方向移动 t 秒, 点 B 表示 -3 , 则 $AB =$ _____ (用 t 表示).

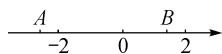
变式 4 如图 1-1, 在数轴上的点 P 和点 Q 同时从表示 2 的点出发, 点 P 以每秒 2 个单位的速度向负方向移动, 点 Q 以每秒 1 个单位的速度向正方向移动, 移动_____秒时, P, Q 表示的数互为相反数.



(图 1-1)

◆达标三 实数的大小比较

例 3 (2018 天门)如图 1-2, 点 A, B 在数轴上, 其对应的实数分别是 a, b , 下列结论错误的是 ()



(图 1-2)

- A. $|b| < 2 < |a|$ B. $1 - 2a > 1 - 2b$
 C. $-a < b < 2$ D. $a < -2 < -b$

变式 5 (2019 重庆)下列各数中, 比 -1 小的数是 ()
 A. 2 B. 1 C. 0 D. -2

变式 6 (2018 台州)估计 $\sqrt{7} + 1$ 的值在 ()
 A. 2 和 3 之间 B. 3 和 4 之间
 C. 4 和 5 之间 D. 5 和 6 之间

◆达标四 实数运算

例 4 计算: (1) $(-2)^3 - 5 \times (-1) + \sqrt{16}$;

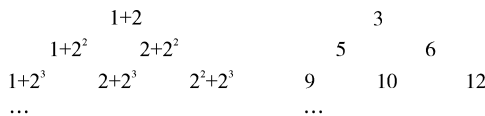
(2) $\sqrt{39^2 - 15^2}$.

变式 7 计算: $-1^2 + 4\cos 30^\circ - \sqrt{12}$.

变式 8 计算: $\sqrt{26^2 - 13^2}$.

◆达标五 探索实数中的规律

例 5 如图 1-3, 按左面的规律, 得右面的三角形数:



(图 1-3)

如果把上述三角形数表中的数从小到大排成一列数: $3, 5, 6, 9, 10, 12, \dots$, 则第 15 个数是_____.

变式 9 如图 1-4 所示的三角形数阵叫“莱布尼兹调和三角形”, 它们是由整数的倒数组成的, 第 n 行有 n 个数, 且两端的数均为 $\frac{1}{n}$, 每个数是它下一行左右相邻两数的和, 则第 8 行第 3 个数(从左往右数)为 ()

第2课 整式

课前热身

✓ 考点清单

考点一 整式

1. _____和_____统称为整式.
2. 单项式中的_____叫做单项式的系数.
3. 一个单项式中,所有字母的_____的和叫做单项式的次数.
4. 多项式中,次数_____项的次数就是这个多项式的次数.

考点二 同类项

5. 多项式中,所含字母_____,并且相同字母的指数也_____的项,叫做同类项.
6. 合并同类项的法则:把同类项的_____相加,所得结果作为_____,字母和字母的指数不变.

考点三 整式的加减

7. 去括号法则:括号前是“一”号,把括号和它前面的“一”号去掉,括号里的各项_____.
8. 整式的加减可以归结为_____和_____.

考点四 幂的运算

下面公式中 m, n 都是整数.

9. 同底数幂相乘: $a^m \cdot a^n =$ _____.
10. 幂的乘方: $(a^m)^n =$ _____.
11. 积的乘方: $(ab)^n =$ _____.
12. 同底数幂相除: $a^m \div a^n =$ _____ ($a \neq 0$).
13. $a^0 =$ _____ ($a \neq 0$), $a^{-m} =$ _____ ($a \neq 0$).

考点五 整式的乘除

14. 整式乘除的类型有:单项式 \times _____,单项式

\times _____,多项式 \times _____,单项式 \div _____,多项式 \div _____.

考点六 乘法公式

15. 平方差公式:两个数的_____与这两个数的_____的积,等于这两个数的平方差,即 $(a+b)(a-b) =$ _____.
16. 完全平方公式:两数和(或差)的平方,等于它们的_____加上(或减去)它们的_____,即 $(a \pm b)^2 =$ _____.
17. 恒等式变换:
 $a^2 + b^2 = (a+b)^2 -$ _____ $= (a-b)^2 +$ _____.
 $(a-b)^2 = (a+b)^2 -$ _____.

✓ 热身训练

1. 下列运算中,正确的是 ()
 A. $(a^2)^3 = a^6$ B. $a^2 \cdot a^3 = a^6$
 C. $a^9 \div a^3 = a^3$ D. $a^3 + a^3 = a^6$
2. 多项式 $x^2y^3 - 3xy^3 - 2$ 的次数和项数分别是 ()
 A. 5, 3 B. 5, 2 C. 2, 3 D. 3, 3
3. 计算 $(a-2)(a+3)$ 的结果是 ()
 A. $a^2 - 6$ B. $a^2 + a - 6$
 C. $a^2 + 6$ D. $a^2 - a - 6$
4. 若 $a+b=3, a^2+b^2=7$,则 ab 等于 ()
 A. 2 B. 1 C. -2 D. -1
5. 一种新型病毒的直径约为0.000023毫米,用科学记数法表示为_____毫米.

分类达标

◆ 达标一 同类项的概念

例1 (2019 株洲)下列各式中,与 $3x^2y^3$ 是同类项的是 ()

- A. $2x^5$ B. $3x^3y^2$
 C. $-\frac{1}{2}x^2y^3$ D. $-\frac{1}{3}y^5$

变式1 下列各组中的项不是同类项的是 ()

- A. 5与2 B. $-ab$ 与 ba
 C. $0.2a^2b$ 与 $-\frac{1}{5}a^2b$ D. a^2b^3 与 a^3b^2

◆ 达标二 幂的运算

例2 (2020 苏州)下列运算正确的是 ()

- A. $a^2 \cdot a^3 = a^6$ B. $a^3 \div a = a^3$
 C. $(a^2)^3 = a^5$ D. $(a^2b)^2 = a^4b^2$

变式2 (2019 邵阳)以下计算正确的是 ()

- A. $(-2ab^2)^3 = 8a^3b^6$
 B. $3ab + 2b = 5ab$
 C. $(-x^2) \cdot (-2x)^3 = -8x^5$
 D. $2m(mn^2 - 3m^2) = 2m^2n^2 - 6m^3$

◆ 达标三 整式的乘除运算

例3 (2018 宁波)先化简,再求值:

$$(x-1)^2 + x(3-x), \text{ 其中 } x = -\frac{1}{2}.$$

变式3 (2020 嘉兴)化简: $(a+2)(a-2)-a(a+1)$.

◆达标四 完全平方公式

例4 我们把形如 $a^2 \pm 2ab + b^2$ 的式子称为完全平方方式.

(1) 当 $m = \underline{\hspace{2cm}}$ 时,代数式 $x^2 + 6x + m$ 为完全平方方式;

(2) 当 $m = \underline{\hspace{2cm}}$ 时,代数式 $x^2 + mx + 25$ 为完全平方方式.

变式4 (1) 已知 $a^2 + b^2 = 10, a + b = 6$,则 ab 的值为 $\underline{\hspace{2cm}}$;

(2) 已知 $(2021 - a)(a - 2019) = 2020$,求 $(2021 - a)^2 + (a - 2019)^2$ 的值.

◆达标五 配方法

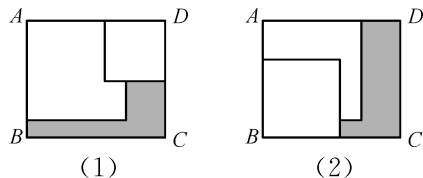
例5 实数 x, y 满足 $x^2 + \frac{1}{2}y^2 + 4 - xy - 2y = 0$,则 $x = \underline{\hspace{2cm}}, y = \underline{\hspace{2cm}}$.

变式5 代数式 $x^2 + 10y^2 + 6xy - 4y + 4$ 的最小值为 $\underline{\hspace{2cm}}$.

◆达标六 整式的创新应用

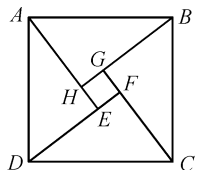
例6 (2018 宁波)在矩形 $ABCD$ 内,将两张边长分别为 a 和 b ($a > b$)的正方形纸片按图2-1(1),图2-1(2)两种方式放置(两种方式中两张正方形纸片均有部分重叠),矩形中未被这两张正方形纸片覆盖的部分用阴影表示,设图2-1(1)中阴影部分面积为 S_1 ,图2-1(2)中阴影部分面积为 S_2 .当 $AD - AB = 2$ 时, $S_2 - S_1$ 的值为 ()

- A. $2a$ B. $2b$ C. $2a - 2b$ D. $-2b$



(图2-1)

变式6 如图2-2是“赵爽弦图”, $\triangle ABH, \triangle BCG, \triangle CDF$ 和 $\triangle DAE$ 是四个全等的直角三角形,四边形 $ABCD$ 和 $EFGH$ 都是正方形.如果 $AB = 10, EF = 2$,那么 AH 等于 ()

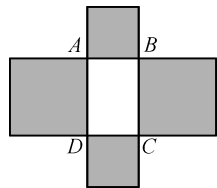


(图2-2)

- A. 2 B. 4 C. 6 D. 8

当堂巩固

- (2019 南京)计算 $(a^2b)^3$ 的结果是 ()
A. a^2b^3 B. a^5b^3 C. a^6b D. a^6b^3
- (2019 宁波)下列计算正确的是 ()
A. $a^3 + a^3 = 2a^3$ B. $a^3 \cdot b^2 = a^6$
C. $a^6 \div a^2 = a^3$ D. $(a^3)^2 = a^5$
- (2019 武威)华为荣耀9X系列手机是首款全系搭载7纳米国产芯片的手机.7纳米就是0.000000007米.数据0.000000007用科学记数法表示为 ()
A. 7×10^{-7} B. 0.7×10^{-8}
C. 7×10^{-8} D. 7×10^{-9}
- (2019 淄博) $\frac{1}{2}a^3b^2$ 的次数是 $\underline{\hspace{2cm}}$.
- (2020 枣庄)若 $a + b = 3, a^2 + b^2 = 7$,则 $ab = \underline{\hspace{2cm}}$.
- (2020 杭州)设 $M = x + y, N = x - y, P = xy$.若 $M = 1, N = 2$,则 $P = \underline{\hspace{2cm}}$.
- (2020 衢州)定义 $a \ast b = a(b + 1)$,例如 $2 \ast 3 = 2 \times (3 + 1) = 8$.则 $(x - 1) \ast x$ 的结果为 $\underline{\hspace{2cm}}$.
- 如图2-3,矩形 $ABCD$ 的面积为6,分别以矩形的四边为边长向外作正方形(图中阴影部分),若阴影部分面积为40,则矩形的周长为 $\underline{\hspace{2cm}}$.



(图2-3)

- (2020 宁波)计算: $(a+1)^2 + a(2-a)$.
- (2020 嘉兴)计算: $2020^0 - \sqrt{4} + |-3|$.
- 先化简,再求值:
 $(x-2)^2 - 4x(x-1) + (2x+1)(2x-1)$,其中 $x = -\sqrt{2}$.
- 已知: $x^2 + 6x - 1 = 0$,求代数式 $(2x+1)^2 - 2x(x-1) + (3-x)(x+3)$ 的值.

配套练习

[见“B本”P2]

第3课 因式分解

课前热身

✓ 考点清单

考点一 因式分解的概念

1. 把一个多项式化成几个_____的形式,像这样的式子变形,叫做多项式的因式分解.

考点二 因式分解的方法1——提取公因式法

2. 公因式:一个多项式中每一项都含有的_____,叫做这个多项式各项的公因式.

3. 如果多项式的各项含有公因式,可以把这个公因式提到括号外面,将多项式写成因式乘积的形式,即 $ma+mb+mc=$ _____.

考点三 因式分解的方法2——公式法

4. 平方差公式: $a^2-b^2=$ _____.

5. 完全平方公式: $a^2\pm 2ab+b^2=$ _____.

考点四 因式分解与面积的关系

6. 根据图3-1写出结果:

$x^2+(a+b)x+ab=$ _____.

| | | |
|-----|-------|------|
| | x | a |
| x | x^2 | ax |
| b | bx | ab |

(图3-1)

考点五 因式分解的应用

7. (1) 解方程;(2) 简便运算;(3) 分式约分;(4) 代数式变形;(5) 几何问题.

✓ 热身训练

1. $2a^2-ab$ 的公因式是 ()

A. b B. a C. $2a$ D. $-2a^2$

2. 下列各式: x^2-y^2 , $-x^2+y^2$, $-x^2-y^2$, $(x-y)^2$, x^4-y^4 中能用平方差公式分解因式的有 ()

A. 1个 B. 2个
C. 3个 D. 4个

3. 分解因式: $a^2(a-b)-4(a-b)=$ _____.

4. 分解因式: $3a^2-3b^2=$ _____.

5. 分解因式: $b^2+c^2+2bc=$ _____.

分类达标

◆ 达标一 提取公因式法

例1 分解因式:

(1) a^2-4a ; (2) $-3x^3y-6x^2y^2+3xy^3$.

变式1 分解因式 $(x+2y)^2-(x+2y)$ 的结果为_____.

◆ 达标二 平方差公式

例2 分解因式:

(1) $x^2-\frac{1}{9}$; (2) a^2b^2-4 .

变式2 分解因式: $(x+2)^2-y^2=$ _____.

变式3 分解因式: $4(a+2b)^2-9(2a-b)^2=$ _____.

◆ 达标三 完全平方公式

例3 把 $a^4-2a^2b^2+b^4$ 分解因式的结果是 ()

A. $a^2(a^2-2b^2)+b^4$ B. $(a^2-b^2)^2$
C. $(a-b)^4$ D. $(a+b)^2(a-b)^2$

变式4 分解因式: $(x+y)^2-2(x+y)+1=$ _____.

变式5 若 $mx^2+kx+9=(2x-3)^2$, 则 m, k 的值分别是 ()

A. $m=-2, k=6$ B. $m=2, k=12$
C. $m=4, k=-12$ D. $m=4, k=12$

◆ 达标四 利用因式分解计算

例4 计算: $-0.125 \times (-9.9) - 0.125 \times 1.9$.

变式 6 计算： $\left(-\frac{1}{2}\right)^{2020} - \left(\frac{1}{2}\right)^{2021}$.

例 5 计算： $999^2 - 1$.

变式 7 计算：

$$\left(1 - \frac{1}{2^2}\right) \left(1 - \frac{1}{3^2}\right) \cdots \left(1 - \frac{1}{9^2}\right) \left(1 - \frac{1}{10^2}\right).$$

◆达标五 综合运用

例 6 (1) 已知 $2x - y = \frac{1}{4}$, $xy = 2$, 求 $2x^4y^3 - x^3y^4$ 的值;

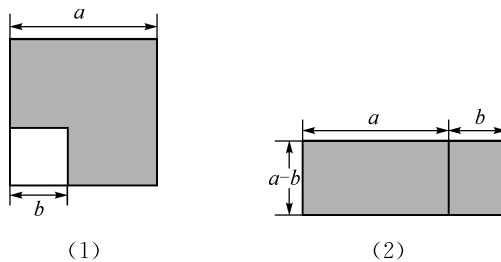
(2) 若 x, y 互为相反数, 且 $(x+2)^2 - (y+1)^2 = 4$, 求 x, y 的值;

(3) 已知 $x - 2y = 3$, 求 $x^2 - 4xy + 4y^2 - 1$ 的值.

变式 8 已知 $a + b = \frac{1}{2}$, $ab = -\frac{3}{8}$, 求代数式 $a^3b - 2a^2b^2 + ab^3$ 的值.

◆达标六 因式分解创新题

例 7 如图 3-2(1)所示, 边长为 a 的正方形剪去了一个边长为 b 的小正方形, 图 3-2(2)是由图 3-2(1)中阴影部分拼成的一个长方形, 设图 3-2(1)中阴影部分面积为 S_1 , 图 3-2(2)中阴影部分面积为 S_2 .



(图 3-2)

(1) 请直接用含 a, b 的代数式表示 $S_1 =$ _____, $S_2 =$ _____;

(2) 写出利用图形的面积关系所揭示的公式 _____;

(3) 利用这个公式说明 $2^{16} - 1$ 既能被 15 整除, 又能被 17 整除.

变式 9 认真观察下面这些算式, 并结合你发现的规律, 完成下列问题:

- ① $3^2 - 1^2 = (3+1)(3-1) = 8 = 8 \times 1$;
- ② $5^2 - 3^2 = (5+3)(5-3) = 16 = 8 \times 2$;
- ③ $7^2 - 5^2 = (7+5)(7-5) = 24 = 8 \times 3$;
- ④ $9^2 - 7^2 = (9+7)(9-7) = 32 = 8 \times 4$.
- ...

(1) 请写出算式⑤ _____, 算式⑥ _____;

(2) 上述算式的规律可以用文字概括为“两个连续奇数的平方差能被 8 整除”. 如果设两个连续奇数分别为 $2n-1$ 和 $2n+1$ (n 为整数), 请说明这个规律是成立的;

(3) 你认为“两个连续偶数的平方差能被 8 整除”这个说法是否也成立呢? 请说明理由.

当堂巩固

- 多项式 $a(a-x)-2(x-a)$ 因式分解的结果是 ()
 - $(a-x)(a-2)$
 - $(a-x)(a+2)$
 - $(x-a)(a-2)$
 - $(x-a)(a+2)$
- 多项式 $x^2-4xy+4y^2+x-2y$ 有一个因式是 $x-2y$, 另一个因式是 ()
 - $x+2y+1$
 - $x+2y-1$
 - $x-2y+1$
 - $x-2y-1$
- 分解因式:
 - (2018 潍坊) $(x+2)x-x-2=$ _____;
 - (2018 广东) $x^2-2x+1=$ _____;
 - (2018 连云港) $16-x^2=$ _____;
 - (2019 宁波) $x^2+xy=$ _____;
 - (2019 杭州) $1-x^2=$ _____;
 - (2019 温州) $m^2+4m+4=$ _____;
 - (2019 台州) $ax^2-ay^2=$ _____;
 - (2019 湖州) $x^2-9=$ _____;
 - (2019 黄冈) $3x^2-27y^2=$ _____;
 - (2020 宁波) $2a^2-18=$ _____.
- 已知 $(m+1)x^2+(k-3)x+9=(2x-3)^2$, 则 $m=$ _____, $k=$ _____.
- 计算: $2021^2-2 \times 2020 \times 2021+2020^2$.
- 解方程:
 - $x^2-2x=0$;
 - $x^2-9=0$;
 - $x^2-4x+4=0$.
- (2018 菏泽) 若 $a+b=2, ab=-3$, 求代数式 $a^3b+2a^2b^2+ab^3$ 的值.
- (2019 苏州) 若 $a+b=4, a-b=1$, 求 $(a+1)^2-(b-1)^2$ 的值.
- 已知 a, b, c 为 $\triangle ABC$ 的三边, 且满足 $a^2c^2-b^2c^2=a^4-b^4$, 试判断 $\triangle ABC$ 的形状.
- 用配方法解决下列问题:
 - 分解因式: $x^2-32x+240$;
 - 当 x 为何值时, 代数式 x^2-6x+1 有最小值? 最小值是多少?
 - 当 a, b 为何值时, 代数式 $a^2+b^2-4a+6b+28$ 有最小值? 最小值是多少?

配套练习

[见“A本”P4]

第4课 分式

课前热身

✓ 考点清单

考点一 分式的概念与基本性质

- 整式 A 除以整式 B , 可以表示成 $\frac{A}{B}$ 的形式, 如果除式 B 中含有 _____, 那么 $\frac{A}{B}$ 称为分式.
- 在分式 $\frac{A}{B}$ 中, 当 $B=0$ 时, 分式无意义; 当 _____ 时, 分式值为零.
- 分式的分子、分母都 _____ 同一个不等于零的 _____, 分式的值不变.

考点二 分式的运算

- 分式的加减运算
 - 通分的关键是确定几个分式的最简 _____;
 - 同分母分式相加减, _____ 不变, 把 _____ 相加减;
 - 异分母分式相加减, 先 _____, 变为同分母分式, 然后相加减.
- 分式的乘除运算
 - 约分的关键是确定分子、分母的 _____;
 - 分式乘分式, 用分子的积作为积的分子, 分母的积作为积的分母;
 - 分式除以分式, 把除数的分子、分母颠倒位置后, 与被除式相乘.

✓ 热身训练

- 使代数式 $\frac{3x}{x-5}$ 有意义的 x 的取值范围是 ()

- $x > 5$ B. $x \neq 5$ C. $x \neq 0$ D. $x < 5$
- 一项工程, 甲单独完成需要 a 小时, 乙单独完成需要 b 小时, 则甲、乙两人一起完成这项工程所需的时间为 ()
 - $\frac{1}{a+b}$ B. $a+b$
 - $\frac{ab}{a+b}$ D. $\frac{a+b}{ab}$
 - 化简 $\frac{5a-2b}{a^2-b^2} - \frac{3a}{a^2-b^2} =$ _____.
 - 若 $\sqrt{\left(\frac{1}{a} + a - 3\right)^2} + b^2 + 2b + 1 = 0$, 则 $a^2 + \frac{1}{a^2} - |b| =$ _____.
 - 先化简 $\frac{x^2-4x+4}{x^2-2x} \div \left(x - \frac{4}{x}\right)$, 然后从 $-\sqrt{5} < x < \sqrt{5}$ 的范围内选取一个合适的整数作为 x 的值代入求值.
 - 先化简, 再求值: $\frac{x^2}{x-2} - x - 2$, 其中 $x = -\frac{2}{3}$.

分类达标

◆ 达标一 分式的概念与基本性质

- 例 1 (2019 黄石) 若式子 $\frac{\sqrt{x-1}}{x-2}$ 在实数范围内有意义, 则 x 的取值范围是 ()
- $x \geq 1$ 且 $x \neq 2$ B. $x \leq 1$
 - $x > 1$ 且 $x \neq 2$ D. $x < 1$

变式 1 若式子 $\frac{\sqrt{(x-1)^2}}{x-2}$ 在实数范围内有意义, 则 x 的取值范围是 _____.

- 例 2 (2020 宁波) 分式 $\frac{x+5}{x-2}$ 的值是零, 则 x 的值为 ()

- 2 B. 5 C. -2 D. -5

变式 2 若分式 $\frac{(x+5)(x-2)}{(x-3)(x-2)}$ 的值是零, 则 x 的值为 _____.

◆ 达标二 分式的运算

- 例 3 (2020 河北) 若 $a \neq b$, 则下列分式化简正确的是 ()

- $\frac{a+2}{b+2} = \frac{a}{b}$ B. $\frac{a-2}{b-2} = \frac{a}{b}$
- $\frac{a^2}{b^2} = \frac{a}{b}$ D. $\frac{\frac{1}{2}a}{\frac{1}{2}b} = \frac{a}{b}$

变式3 化简：
$$\frac{-\frac{1}{3}a - \frac{1}{2}b}{-\frac{1}{2}a + \frac{1}{3}b} = \underline{\hspace{2cm}}$$

例4 (2020 成都)先化简,再求值： $(1 - \frac{1}{x+3}) \div \frac{x+2}{x^2-9}$,其中 $x=3+\sqrt{2}$.

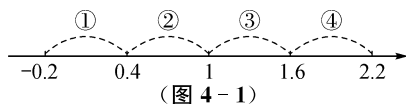
变式4 化简：
$$\frac{x^2-y^2}{x} \div (x - \frac{2xy-y^2}{x}) = \underline{\hspace{2cm}}$$

例5 (2019 北京)如果 $m+n=1$,那么代数式 $(\frac{2m+n}{m^2-mn} + \frac{1}{m}) \cdot (m^2-n^2)$ 的值为 ()
 A. -3 B. -1 C. 1 D. 3

变式5 若 $m \neq 0$ 且 $m \neq n$,代数式 $(\frac{2m+n}{m^2-mn} + \frac{1}{m}) \cdot (m^2-n^2) = 9$,则 $m+n = \underline{\hspace{2cm}}$.

◆达标三 分式的综合问题

例6 (2019 河北)如图4-1,若 x 为正整数,则表示 $\frac{(x+2)^2}{x^2+4x+4} - \frac{1}{x+1}$ 的值的点落在 ()



(图4-1)

A. 段① B. 段② C. 段③ D. 段④

变式6 分式 $\frac{3x+2}{x+1}$ 的值不能等于 $\underline{\hspace{2cm}}$.

◆达标四 分式应用题

例7 张先生有一套2层的房子,每层各 100 m^2 ,李先生也有一套2层的房子.他俩联系了甲、乙两家装修公司,两家公司每平方米装修的单价分别为 a 元和 b 元($a \neq b$),甲公司装修两家的楼下,乙公司装修两家的楼上.经核算,李先生楼上、楼下各花50万元.问两位先生每平方米的平均装修单价谁低?为什么?

变式7 某超市有A,B两种米,单价分别是 a 元/kg 和 b 元/kg($a \neq b$),小张各买20 kg,小李各买20元,请问谁的平均单价低?请说明理由.

当堂巩固

1. (2019 南充)计算： $\frac{x^2}{x-1} + \frac{1}{1-x} = \underline{\hspace{2cm}}$.

2. 若式子 $1 - \frac{1}{x-1}$ 在实数范围内有意义,则 x 的取值范围是 $\underline{\hspace{2cm}}$.

3. 化简： $\frac{x+1}{x^2+2x+1} = \underline{\hspace{2cm}}$.

4. (2020 武汉)计算 $\frac{2}{m+n} - \frac{m-3n}{m^2-n^2}$ 的结果是 $\underline{\hspace{2cm}}$.

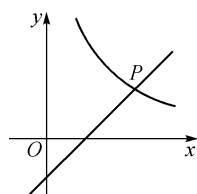
5. 用换元法解方程 $(\frac{2}{x^2+1})^2 - 5(\frac{2}{x^2+1}) - 6 = 0$ 时,可设 $\frac{2}{x^2+1} = y$,则原方程可化为 $y^2 - 5y - 6 = 0$,那么可解出 $\frac{2}{x^2+1}$ 的值是 ()

- A. 2 或 3 B. 6 或 -1
 C. 6 D. 无解

6. 如图4-2,在平面直角坐标系中,函数 $y = \frac{4}{x}$ ($x > 0$) 的图象与 $y = x - 1$ 的图象交于点 P

(a, b),则代数式 $\frac{1}{a} - \frac{1}{b}$ 的值为 ()

- A. $-\frac{1}{2}$
 B. $\frac{1}{2}$
 C. $-\frac{1}{4}$
 D. $\frac{1}{4}$



(图4-2)

7. (2019 杭州)化简： $\frac{4x}{x^2-4} - \frac{2}{x-2} - 1$.

8. 化简: $\left(1 - \frac{m}{m+3}\right) \div \frac{m^2-9}{m^2+6m+9}$.

9. (2020 常德)先化简,再选一个合适的数代入求值:

$$\left(x+1 - \frac{7x-9}{x}\right) \div \frac{x^2-9}{x}.$$

10. 先化简,再求值:

$$\left(\frac{x^2-2x+4}{x-1} + 2 - x\right) \div \frac{x^2+4x+4}{1-x},$$

其中 x 满足 $x^2-4x+3=0$.

11. (2020 菏泽)先化简,再求值: $\left(2a - \frac{12a}{a+2}\right) \div \frac{a-4}{a^2+4a+4}$, 其中 a 满足 $a^2+2a-3=0$.

12. 先化简,再求值: $\left(1 + \frac{1}{x-2}\right) \div \frac{x-1}{x^2-4x+4}$, 从 1, 2, 3 三个数中选一个合适的数作为 x 的值代入求值.

13. (2019 广州)已知 $P = \frac{2a}{a^2-b^2} - \frac{1}{a+b}$ ($a \neq \pm b$).

(1) 化简 P ;

(2) 若点 (a, b) 在一次函数 $y = x - \sqrt{2}$ 的图象上, 求 P 的值.

配套练习

[见“B本”P4]

第5课 二次根式

课前热身

✓ 考点清单

考点一 二次根式的概念与双重非负性

1. 像 $\sqrt{a^2+4}$, $\sqrt{2S}$ 这样表示_____的代数式叫做二次根式.
2. 二次根式 \sqrt{a} 中, 被开方数 a _____ 0.
3. 二次根式 \sqrt{a} 的值是_____数, 即 \sqrt{a} _____ 0.

考点二 二次根式的性质

4. $(\sqrt{a})^2 = a, a$ _____ 0.
5. $\sqrt{a^2} = \underline{\hspace{2cm}} = \begin{cases} \underline{\hspace{2cm}} & (a \geq 0), \\ \underline{\hspace{2cm}} & (a < 0). \end{cases}$
6. 积的算术平方根:

$$\sqrt{ab} = \sqrt{a} \times \sqrt{b} (a \text{ _____ } 0, b \text{ _____ } 0).$$

7. 商的算术平方根:

$$\sqrt{\frac{b}{a}} = \frac{\sqrt{b}}{\sqrt{a}} (a \text{ _____ } 0, b \text{ _____ } 0).$$

8. 二次根式化简的结果应为最简二次根式.

$\sqrt{\frac{1}{5}}$ 不是最简二次根式, 因为根号内含有_____.

应化简为_____;
 $\sqrt{12}$ 不是最简二次根式, 因为根号内含有_____的因数, 应化简为_____.

考点三 二次根式的运算

9. 二次根式的乘法:

$$\sqrt{a} \times \sqrt{b} = \sqrt{ab} (a \text{ _____ } 0, b \text{ _____ } 0).$$

10. 二次根式的除法:

$$\frac{\sqrt{b}}{\sqrt{a}} = \sqrt{\frac{b}{a}} (a \text{ _____ } 0, b \text{ _____ } 0).$$

11. 二次根式的加减运算是先_____后_____, 二次根式的乘除运算一般是先_____, 后_____.

12. 分母有理化

分母有理化即化去分母中的根号, 一般需要分子分母同时乘分母的有理化因式, 如:

$$\frac{5}{\sqrt{3}} = \underline{\hspace{2cm}}, \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2+1}} = \underline{\hspace{2cm}}.$$

✓ 热身训练

1. $\sqrt{8}$ 等于 ()
 A. 2 B. -2 C. $\pm 2\sqrt{2}$ D. $2\sqrt{2}$
2. $(\sqrt{10})^2 = \underline{\hspace{2cm}}$, $\sqrt{(-10)^2} = \underline{\hspace{2cm}}$.
3. $\sqrt{2} \times \sqrt{6} = \underline{\hspace{2cm}}$, $\sqrt{20} + 10\sqrt{0.2} = \underline{\hspace{2cm}}$.
4. (2018 杭州) 化简 $\sqrt{(-2)^2}$ 的结果是 ()
 A. -2 B. ± 2 C. 2 D. 4
5. (2018 兰州) 下列二次根式中, 是最简二次根式的是 ()
 A. $\sqrt{18}$ B. $\sqrt{13}$ C. $\sqrt{27}$ D. $\sqrt{12}$

分类达标

◆ 达标一 二次根式中字母的取值范围

例1 (2020 宁波) 二次根式 $\sqrt{x-2}$ 中字母 x 的取值范围是 ()

- A. $x > 2$ B. $x \neq 2$
 C. $x \geq 2$ D. $x \leq 2$

变式1 (2020 衢州) 要使二次根式 $\sqrt{x-3}$ 有意义, 则 x 的值可以是 ()

- A. 0 B. 1 C. 2 D. 4

变式2 若代数式 $\frac{\sqrt{x-2}}{\sqrt{x-1}}$ 有意义, 则实数 x 的取值范围是 ()

- A. $x \geq 2$ B. $x \geq 1$ C. $x > 1$ D. $x > 2$

◆ 达标二 二次根式的化简

例2 (2018 曲靖) 下列二次根式中能与 $2\sqrt{3}$ 合并的是 ()

- A. $\sqrt{8}$ B. $\sqrt{\frac{1}{3}}$
 C. $\sqrt{18}$ D. $\sqrt{9}$

变式3 化简: (1) $\sqrt{0.2} = \underline{\hspace{2cm}}$;

(2) $\sqrt{1\frac{1}{16}} = \underline{\hspace{2cm}}$;

(3) $\frac{7}{2}\sqrt{\frac{8}{7}} = \underline{\hspace{2cm}}$;

(4) $\sqrt{\frac{3^2+4^2}{75}} = \underline{\hspace{2cm}}$.