

$$\log_a b - \log_a c$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta$$

$$\frac{f'(x) - f(x) \cdot g'(x)}{g^2(x)}$$

$$\operatorname{tg}(\alpha + \beta) = \frac{\operatorname{tg} \alpha + \operatorname{tg} \beta}{1 - \operatorname{tg} \alpha \operatorname{tg} \beta}$$

$$g^2(x)$$

$$\sin(\alpha - \beta) = \sin \alpha \cos \beta - \cos \alpha \sin \beta$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta$$

高中数学教学中 数学文化的 渗透研究

• 李秉福 / 著 •

$$(\sin x + \cos x)$$

$$\operatorname{tg} x = a; \quad x = \operatorname{arctg} a + \pi n$$

$$= 1 - 2 \sin^2 \alpha$$

$$\sin \alpha + \sin \beta = 2 \sin \frac{\alpha + \beta}{2} \cos \frac{\alpha - \beta}{2}$$

$$\operatorname{arctg}(-a) = -\operatorname{arctg} a$$

吉林人民出版社

$$\log_a b =$$

$$2 \sin \alpha \sin \beta = \cos(\alpha - \beta) - \cos(\alpha + \beta)$$

$$\operatorname{arcsin}(\sin \alpha) =$$

前 言

— PREFACE —

随着新课改的逐步推进,数学已经不再是一门单纯的技术性学科,而逐渐发展成一门综合性的学科。数学与语文等学科一样,也有丰富的历史,在高中数学的教学中进行数学文化的渗透学习,能够使学生在了解历史、了解文化的同时更好地掌握和理解高中数学的知识,激发学生学习数学的积极性。

数学教学是高中教育阶段的重要内容,可直接影响到我们的思维判断能力和社会适应能力,传统的数学教学多是将重点放在数学方法的应用上,对于培养我们高中生的创造性思维帮助不大。而将数学文化充分渗透到高中数学教学中,可促使数学教育形成一个完整的体系,以充分激发出高中生在数学学习方面的主观性,进而形成文化上的共鸣。

数学文化的最大特点即站在文化的角度来学习数学,其主要内容是在利用相关数学知识体系的基础上,结合现实生活中所遇到的问题,通过搭建数学框架的模式,加深对一系列数学语言、符号的学习,这种教学模式对提升我们高中生的创新能力、拓展发散性思维具有重要作用。

在高中数学教学工作中,教师应当对数学文化的价值加强重视,在课堂教学中合理使用教学方法对学生进行调动,有效进行数学文化的渗透,使学生能够对数学知识加强理解,使学生能够更好地体会数

学知识对于现实生活的重要性以及其所能够发挥出来的现实作用,使学生能够更加积极努力地投入到数学知识点的学习中。

在进行数学文化的渗透过程中,教师要加强对数学史的应用,加强对学生兴趣的激发以及学习积极性的调动,使学生能够在学习的过程中更好地接受和理解数学知识,这样能够更好地丰富学生的文化底蕴。数学文化中不仅包含了数学的历史与故事,同时还包含了在学习数学的过程中应当拥有的正确态度。教师要通过数学文化的渗透,使学生能够认识到在学习数学知识的过程中需要以严谨的逻辑和态度,认真对待每一个知识点,从而使学生的数学能力得到不断提高。

总之,数学不仅是教学中的一门学科,更是生活中的一种文化,为了能够保证学生对高中数学的全面掌握,就要在课程中适度地渗透数学文化,只有知识和文化两者融为一体,才能够培养出适合社会发展的优秀数学人才。数学文化的渗透,对教学者提出了新的要求,也在一定程度上促使着我国的数学教育迈向新的高度。

目 录

— CONTENTS —

第一章 数学文化概述	001
第一节 数学学科的发展历程	001
第二节 数学学科特点与数学精神	017
第三节 数学推动科学发展	024
第二章 历史文化在高中数学教学中的渗透	036
第一节 中西方著名的数学家简介	036
第二节 数学史上有代表性的数学流派	049
第三节 历史上的重要数学发现	061
第三章 美学文化在高中数学教学中的渗透	073
第一节 数学语言与数学思维	073
第二节 数学美	083
第三节 数学中的美学方法	090
第四章 数学文化与高中数学教学	095
第一节 数学知识的源起	095
第二节 数学文化教育的维度	103
第三节 构建学生易于理解的数学教育形态	107
第五章 高中数学教学思想的文化渗透	115
第一节 数学文化中的抽象思想在高中数学教学中的渗透	115
第二节 数学文化中的推理思想在高中数学教学中的渗透	122

第六章 基于数学文化的高中数学课堂教学设计	128
第一节 高中数学中的文化特质	128
第二节 基于数学文化的高中数学课堂教学设计策略	133
第三节 基于数学文化的高中数学课堂教学设计的关注焦点	155
参考文献	171

第一章 数学文化概述

第一节 数学学科的发展历程

人类生存和发展的历史就是不断认识自然、适应自然和改造自然的历史,在这一过程中,数学也随之产生和发展起来。数学是人类文明的一个重要组成部分,是几千年来人类智慧的结晶。

从远古时代的结绳记事到应用电子计算机进行计算、证明,从利用规、矩等工具进行的具体测量到公理化的抽象体系,从自然数、一维的直线、规则的图形等到群、无穷维空间、分形等数学内容、思想和方法逐渐演变、发展,并渗透到人类生活的各个领域。今天,数学已经成为衡量一个国家发展、科技进步的重要标准之一。但究竟“数学是什么”,人类对之经历了一个漫长而艰难的探究过程。

一、数学的定义

数学是什么?正如科学是什么、系统是什么、精神是什么、文化是什么、生命是什么、智能是什么等,都是聚讼纷纭的问题。每个人都觉得他知道一些,可是又说不清。不只外行说不清,而且内行的意见也不统一,这与物理学、化学等大不一样。化学家对于有机化学是什么,胶体化学是什么,甚至什么是化学大概没有什么不同看法。物理学家对于核物理学是什么,半导体物理学乃至物理学上也不会有什么根本的意见分歧。数学则完全不同,不仅一般人随着他们对数学的理解程度不同而不同,而且数学家也是如此。“数学是什么”这个问题古人与

今人看法也是极为不同的。关于数学的定义是什么,古今出现了几百种定义或描述,如亚里士多德定义为“数学是量的科学”;恩格斯定义为“数学是研究现实世界的空间形式与数量关系的科学”;又如美国数学家莫里兹于1914年编著的《数学家言行录》一书中,列举了几百种;当代定义为“数学是文化”。^①

还可以举出很多定义或描述,如数学是一种普遍语言或方法;数学是一种普遍的思想原则;数学是一种思想工具、理性思维框架等。

尽管数学有各种各样说法,但必须明确:数学是一门研究纯粹形式的科学,它不是一门自然科学(或社会科学),它不以自然为对象,也不以理解世界和控制及改造世界为其最终目标。

古今出现了几百种定义或描述,至今都没有统一的、严格的定义出现,将来也不可能出现。为什么?主要原因有二:①数学同其他学科一样,它的对象、内容和方法,无时不在发生变化,因而只能在各个历史时期对其对象、方法本质加以概括,给出描述定义,目的是使人有整体性观念。②观点不同,出发点不同,即同一时期也无统一的定义,每个定义都打上时代的烙印。

综上所述,数学本身是一个历史概念,是历史的理解,因而它的内涵会随着时代的变化而变化,故无永恒不变的定义。

对于这个问题,从数学所从属的工作领域来看,有下面一些观点:数学是技术、数学是逻辑、数学是自然科学、数学是科学、数学是艺术、数学是文化。从数学的对象来看,数学研究计算、数学研究数和量、数学研究现实世界的数量关系和空间形式、数学研究模型、数学研究结构、数学研究演绎系统及形式系统、数学研究无穷。从数学的社会价值来看,数学是语言、数学是工具、数学是框架、数学是符号游戏。

这些看法都有所指,但没有一个是充分概括现代数学研究的全部特点的,有一点是肯定的,数学家是要解决问题。问题直接或间接来

^①雷兴辉. 简明数学的历程[M]. 西安:西北大学出版社,2013.

源于社会生活实际,多次间接以后与社会也就挨不上边了。一方面,物理学、化学、生物学乃至社会科学的对象是明确的,目的是明确的,结果要受实践的检验。另一方面,哲学的体系变来变去,但总是一套千古不变的问题。逻辑学和语言学都是形式科学,它们的对象也相当清楚。只有数学的对象相当广泛、相当自由,正如德国数学家康托所说:“数学的本质在于它的自由性。”所以说,数学不是一门自然科学,它的地位应处于哲学与自然科学、社会科学之间,与逻辑学、语言学为邻,是一门符号的、形式的学问。可是,它又有社会的背景,因此不能说完全脱离实际,归根结底,数学是数学家已经解决和尚未解决问题的集合,这些问题虽然直接或者间接来源于社会实际,但研究时却把它孤立起来单凭逻辑推理去解读,在这个过程中,又产生新的问题、新的方法、新的学科。这样一来,不管问题来源于外界社会还是来源于数学自身,数学已发展成极为广阔的领域。不过大致划分一下,可以归成两大类:一类是算的问题,另一类是证的问题。当然,它们之间也是有着千丝万缕的联系。

二、数学进展的进程

数学来源于社会实际,它与社会有着天然的血缘关系,经过纯粹数学家的净化,似乎数学已成为只有少数人才能理解和掌握的一门学问,越来越脱离社会实际。可是,当广大群众对数学的理解深入之后,数学潜在的社会功能就会发挥出来。数学是一种潜在资源。当你挖掘这个资源时,你会发现数学的真正价值,你会发现埋在故纸堆中的许多思想,可以成为你解决许多问题的工具,只要你去理解它、掌握它。

在对数学史分期问题上,普遍被大家接受的分法如下:①数学发源时期(公元前6世纪前);②初等数学时期(公元前6世纪至公元17世纪中叶);③近代数学时期(17世纪中叶至19世纪中叶);④现代数学时期(19世纪中叶至今)。

数学发展的历史非常悠久,大约在一万年以前,人类从生产实践中就逐渐形成了“数”与“形”的概念,但真正形成数学理论还是从古希腊人开始的。除去数学的发源时期,数学理论的形成和发展可大致分为三个阶段:17世纪中叶以前是数学发展的初级阶段,其内容主要是常量数学,相当于现在我们学习的初等几何、初等代数中的数学知识;17世纪中叶开始,数学发展进入第二个阶段,即变量数学阶段,产生了相当于我们现在学习的微积分、解析几何、高等代数的数学知识体系;从19世纪中叶开始,数学获得了巨大的发展,进入现代数学阶段,产生了实变函数、泛函分析、非欧几何、拓扑学、近世代数、计算数学、数理逻辑等诸多新的数学分支,如表1-1所示。

表1-1 数学理论的形成和发展以及所对应的代表课程

时间	初等数学阶段	近代数学阶段	现代数学阶段
	17世纪中叶前	17世纪中叶至19世纪中叶	19世纪中叶至今
对象	常量 简单图形	变量 曲线、曲面(形与数统一)	集合、空间 构件、流形 (以集合和映射为工具)
代表 课程	初等代数 立体几何	数学分析 高等代数 解析几何	泛函分析 近世代数 拓扑学

(一)数学发源时期(公元前6世纪以前)

公元6世纪以前是人类建立最基本的数学概念的时期,从数数开始逐步建立了自然数的概念,形成了简单的计算方法,认识了最简单的几何图形,逐步形成了理论与证明之间逻辑关系的纯粹数学。这个时期的算术和几何没有分开,彼此紧密交错着。

世界不同年代出现的不同的进位制和各种符号系统,都说明了数学萌芽的多元性。但对早期数学贡献较多的有一些具有代表性的国家和地区,以下简称这些区域对数学的贡献。

第一,古埃及的数学(公元前4世纪以前)。古埃及人创造了巍峨雄伟的神庙和金字塔。例如,吉萨金字塔,其底面正方形的边长和金

字塔高度的比例约为圆周率的一半,显示了埃及人极其精确的测量能力和较高的几何学知识,因为古埃及遗留的数学文献极少,所以金字塔蕴含着许多现代人暂时无法破解的数学之谜。

现存的古埃及最重要的数学文献是“纸草书”,记载了现实生活中的诸多数学问题。例如,记数制,基本的算术运算,一次方程,正方形、矩形、等腰梯形等图形的面积公式,圆面积、锥体体积的近似公式,历史上第一个“化圆为方”的尝试公式。

第二,古巴比伦的数学(公元前6世纪中叶以前)。古巴比伦是古代美索不达米亚文明的代表,主要传世文献是“泥板”,现发现的泥板文书中,约300多块是数学文献,记录了古巴比伦人的数学贡献。例如,发明了60进制计数系统,已知勾股数组,能解某些二次方程,建立了三角形、梯形的面积公式,给出了棱柱、方锥的体积公式,把圆周分成360等份等。

第三,古印度的数学(公元前3世纪以前)。古印度著作《吠陀》成书于公元前15世纪—前5世纪,历时1000年左右,是婆罗门教的经典,虽然大部分失传,但残存书稿的一部分《绳法经》,是印度最早的数学文献,包含了几何、代数的知识。例如,毕达哥拉斯定理,记载了 $\sqrt{2}$ 和 π 圆周率的近似值:

$$\sqrt{2} = 1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{3 \times 4} + \frac{1}{3 \times 4 \times 34} \approx 1.414215686 \quad (\text{式 1-1})$$

$$\pi = 4 \left(1 - \frac{1}{8} + \frac{1}{8 \times 29} - \frac{1}{8 \times 29 \times 6} + \frac{1}{8 \times 29 \times 6 \times 8} \right)^2 \approx 3.0883 \quad (\text{式 1-2})$$

写在白桦树皮上的“巴克沙利手稿”记录了公元前2世纪到公元3世纪的印度数学,内容丰富,涉及分数、平方根、数列、收支与利润计算、比例算法、级数求和、代数方程等,出现了完整的十进制数,其中用“?”表示“0”,后才逐渐演变为现在的“0”。

第四,西汉(公元前202年至公元8年)以前的中国数学。中国的商代就知道“勾三股四弦五”,商代已经使用完整的十进制计数,公元前5世纪出现了中国古代的计算工具——算筹,从春秋末期直到元末,算筹一直作为主要的计算工具。至春秋战国时代,开始出现严格的十进制筹算记数(筹算是中国古代的计算方法之一,以刻有数字的竹筹记数、运算),公元400年左右的《孙子算经》一书记载了这种记数方法:“凡算之法,先识其位。一纵十横,百立千僵。千十相望,万百相当。”中国传统数学的最大特点是建立在筹算基础之上的。秦朝已经有了完整的“九九乘法口诀表”。为避免涂改,唐代以后,中国创用了一种商业大写数字,又称会计体:壹、贰、叁、肆、伍、陆、柒、捌、玖、拾、佰、仟、万。

(二)初等数学时期(公元前6世纪至公元17世纪中叶)

初等数学时期也常称为常量数学时期,持续了2000多年。当时数学研究的主要对象是常量和不变的图形。公元前6世纪,希腊几何学的出现成为第一个转折点,数学由具体的实验阶段过渡到抽象的理论阶段,初等数学开始形成。此后又经历不断地发展、交流和丰富,最后形成算术、几何、代数、三角等独立的学科。这一时期的成果大致相当于现在中小学数学课程的主要内容。初等数学时期的主要贡献包括古希腊数学、东方和欧洲文艺复兴时代的数学。

1. 古希腊数学

公元前600年至前300年,是古希腊数学的发端时期,这一阶段,先后出现许多对后世颇有影响的学派:爱奥尼亚学派、毕达哥拉斯学派、伊利亚学派、诡辩学派、柏拉图学派、亚里士多德学派。古希腊数学以几何定理的演绎推理为特征,具有公理化的模式。

第一,泰勒斯是爱奥尼亚学派的代表人物,希腊几何学的鼻祖,最早留名于世的数学家。其数学贡献主要是开创数学命题逻辑证明之先河,他证明了一些几何命题。例如,圆的直径将圆分成两个相等的

部分,等腰三角形两底角相等,两相交直线形成的对顶角相等。

第二,毕达哥拉斯是古希腊时期最著名的数学家,曾师从爱奥尼亚学派。毕达哥拉斯学派的数学贡献包括:认识到数学研究抽象概念;对自然数表现了极大关注。例如,发现完全数、亲和数;证明了毕达哥拉斯定理;该学派的标志是对正五角星作图和黄金分割的认识;该学派还发现了“不可公度量”(无理数),引发了“第一次数学危机”。

第三,芝诺则是伊利亚学派的代表,毕达哥拉斯学派成员的学生。芝诺以著名的芝诺悖论留名数学史,“飞矢不动”“阿基里斯追龟”“游行队伍”等悖论将运动和静止、无限与有限、连续与离散的关系以非数学的形式提出,并进行了辩证的考察。

第四,安蒂丰是诡辩学派的代表人物。诡辩学派(智人学派)以雄辩著称,该学派深入研究了尺规作图的三大问题:三等分任意角、化圆为方(作一正方形,其面积为已知圆的面积)、倍立方(作一正方形,其体积为已知立方体体积的2倍)。安蒂丰在数学方面的突出成就是用“穷竭法”讨论化圆为方的问题,其中孕育着近代极限论的思想,使他成为古希腊“穷竭法”的始祖。

第五,柏拉图曾师从毕达哥拉斯学派,是哲学家苏格拉底的学生。柏拉图学派笃信“上帝按几何原理行事”,认为打开宇宙之谜的钥匙是数与几何图形,他们发展了用演绎逻辑方法系统整理零散数学知识的思想,是分析法与归谬法的创始者。柏拉图的认识论、数学哲学和数学教育思想,在古希腊的社会条件下,对于科学的形成和数学的发展,起了重要的推动作用。柏拉图是哲学家而非数学家,却赢得了“数学家的缔造者”的美誉。

第六,亚里士多德是柏拉图的学生,其名言“吾爱吾师,吾尤爱真理”流传后世。亚里士多德集古希腊哲学于大成,把古希腊哲学推向最高峰,将前人使用的数学推理规律规范化和系统化,创立了独立的逻辑学,堪称“逻辑学之父”。他把形式逻辑的方法用于数学推理上,

为欧几里得演绎几何体系的形成奠定了方法论的基础。“矛盾律”和“排中律”已成为数学中间接证明的核心定律。

公元前300年至前30年,希腊定都亚历山大城,希腊数学进入亚历山大前期,也是希腊数学的黄金时代。先后出现了欧几里得、阿基米德和阿波罗尼奥斯三大数学家,他们的成就标志着古希腊数学的巅峰。

第一,欧几里得是亚历山大学派的奠基人。欧几里得用逻辑方法把几何知识建成一座巍峨的大厦——《几何原本》,被后人奉为演绎推理的圣经,他的公理化思想和方法千古流传。《几何原本》是科学史上流传最广的伟大著作之一,已有1000多种不同文字的版本。但《几何原本》并非完美的,其中的缺陷,如许多证明不得不借助于直观、公理系统不完备等,都在后来得到了改进。

第二,阿基米德曾师从欧几里得,其名言“给我一个支点,我就可以撬起地球”广为流传。阿基米德的杰出贡献在于发展了“穷竭法”,用于计算周长、面积或体积,通过计算圆内接和外切正96边形的周长,求得圆周率介于 $3\frac{10}{71}$ 至 $3\frac{1}{7}$ 之间(约为3.14),是数学史上第一次给出科学求圆周率的方法。阿基米德的成果一直被推崇为创造性和精确性的典范,他的墓碑上刻着他本人最引以为豪的数学发现的图案——球及其外切圆柱的图形。

第三,阿波罗尼奥斯是欧几里得的门生,其最重要的数学成就是以严谨的风格写成传世之作《圆锥曲线论》,全书共8卷,487个命题,将圆锥曲线的性质讨论得极其详尽。阿波罗尼奥斯证明了三种圆锥曲线都可以由同一圆锥体截取而得,给出了抛物线、椭圆、双曲线等名称,并对它们的性质进行了广泛的讨论,涉及解析几何、近代微分几何、射影几何的一些课题,对后世有很大启发。

公元前30年至公元600年,史称古希腊数学的“亚历山大后期”。这段时期,罗马帝国建立,唯理的希腊文明被务实的罗马文明代替,由

于希腊文化的惯性影响和罗马统治者对自由研究的宽松态度,在相当长的时间里亚历山大城仍是学术中心,产生了一批杰出的数学家。

第一,托勒密发展了亚里士多德思想,建立了“地心说”。他最重要的著作是《天文学大成》(又称《至大论》),共13卷。这部著作总结了他之前的古代三角学知识,最有意义的贡献在于一张三角函数表,是历史上第一个有明确的构造原理并流传于世的系统的三角函数表。三角学的贡献是亚历山大后期最富有创造性的成就。

第二,丢番图是古希腊时期著名的代数学家。亚历山大后期希腊数学的一个重要特征是突破了前期数学以几何学为中心的传统,使算术和代数成为独立的学科。古希腊算术和代数的最高标志是丢番图的著作《算术》,其中有一个著名的不定方程:将一个已知的平方数分为两个平方数之和。17世纪法国数学家费马在阅读《算术》时对该问题给出了一个边注,这就是举世瞩目的“费马大定理”。丢番图的另一个重要贡献是创用了一套缩写符号——一种“简化代数”,是真正意义的符号出现之前的一个重要阶段。

2. 中世纪的东西方数学

公元前1世纪至公元14世纪,是中国传统数学形成和兴盛时期。公元5世纪至公元15世纪的印度、阿拉伯以及欧洲数学主要发展了算术、初等代数和三角几何学。

(1) 中国传统数学名著和中国古代数学家

据文献证实,中国传统数学体系在秦汉时期形成。

《周髀算经》(周髀是周朝测量日光影长的标杆)成书于西汉末年(约公元前1世纪),这是一部天文学著作,但涉及许多的数学知识,包括复杂的分数乘除运算、勾股定理等。

《九章算术》是中国传统数学中最重要的著作,成书于公元1世纪左右,一般认为它是由历代多人修订、增补而成。全书共9卷,称为“九章”,主要内容如下:①第一卷,方田。田亩面积的计算和分数的计算,

是世界上最早对分数进行的系统叙述。②第二卷,粟米。粮食交易、计算商品单价等比例问题。③第三卷,衰分。依等级分配物资或摊派税收的比例分配问题。④第四卷,少广。开平方和开立方法。⑤第五卷,商功。土方体积、粮仓容积及劳力计算。⑥第六卷,均输。平均赋税和服役等更复杂的比例分配问题。⑦第七卷,盈不足。用双假设法解线性方程问题。⑧第八卷,方程。线性方程组解法和正负数。⑨第九卷,勾股。直角三角形解法。

《九章算术》完整叙述了当时已有的数学成就,标志着以筹算为基础的中国传统数学体系的形成,奠定了中国传统数学的基本框架,对其进一步发展影响深远。

公元3世纪的三国时期,赵爽撰《周髀算经注》,作“勾股圆方图”,用“弦图”证明了勾股定理,成为中国数学史上最先完成勾股定理证明的数学家。

263年,魏晋时期的数学家刘徽撰《九章算术注》,提出“析理以辞,解体用图”,他对《九章算术》的方法、公式和定理进行一般的解释和推导,系统地阐述了中国传统数学的理论体系和数学原理,且多有创造。刘徽提出的“割圆术”所用到的极限思想和对圆周率 π 的估算值是他所处时代的辉煌成就,他的数学贡献使之成了中国传统数学最具代表的人物之一。

南朝著作《缀术》记载了祖冲之取得的圆周率的计算和球体体积推导的两大数学成就。祖冲之给出的圆周率 π 的近似值约率 $\frac{22}{7}$ 和密率 $\frac{355}{113}$ 被认为是数学史上的奇迹,他关于圆周率的工作成就使其成为在国外最有影响的中国古代数学家。

中国传统数学的成就在宋元时期达到顶峰,涌现出许多杰出的数学家和先进的计算技术。北宋的贾宪创造了开方作法的“贾宪三角”;沈括的著作《梦溪笔谈》中记载了他对数学的贡献,包括“会圆术”(解

决由弦求弧的问题)和“隙积术”(开创了研究高阶等差级数的先河);金元时期的李冶在著作《测圆海镜》中首次论述了解一元高次方程法的“天元术”。

南宋的秦九韶于1247年完成数学名著《数书九章》,其中的两项贡献尤为突出:一是发展了一次同余方程组解法,创造了现称“中国剩余定理”的“大衍总数术”;二是总结了高次方程的数值解法,提出了现称“秦九韶法”的“正负开方术”。这两项贡献使得宋代算术在数学史上占有突出地位。

南宋的杨辉1261年的数学专著《详解九章算法》中的主要贡献包括“垛积术”和“杨辉三角”;元代数学家朱世杰在1299年和1303年分别完成两部代表作《算学启蒙》和《四元玉鉴》,是中国宋元时期数学高峰的标志之一,主要贡献有“四元术”(列解多元高次方程的解法,未知数堆垛可达四个)和“招差术”(四次内插公式)。

李冶、秦九韶、杨辉和朱世杰在中算史上称为宋元四大数学家。历史渊源和独特的发展道路,决定了中国传统数学的重要特点:追求实用、注重算法、寓理于算。尤其以计算为中心、具有程序性和机械性的算法化模式的特点。

(2) 印度、阿拉伯、欧洲的数学家及其数学成就

中世纪的国外数学以印度、阿拉伯地区以及欧洲的数学成果为主。

公元5世纪至12世纪是印度数学的繁荣时期,保持了东方数学以计算为中心的实用化特点,主要贡献是算术与代数。阿耶波多是印度科学史上的重要人物,数学上的突出贡献是改进了希腊的三角学,制作了正弦表,推算了 π 的近似值,在古印度首次研究了一次不定方程。婆罗摩笈多在628年发表著作《婆罗摩历算书》,其中讲到算术与代数。婆什迦罗著有《算法本源》和《莉拉沃蒂》两部重要的数学著作,主要探讨算术和代数问题。印度数学成就在世界数学史上占有重要地位,许

多数学知识由印度经阿拉伯国家传入欧洲,促进了欧洲中世纪时期的数学发展。但是,印度数学著作叙述过于简练,命题或定理的证明常被省略,又常以诗歌的形式出现,加之浓厚的宗教色彩,致使其晦涩难读。

公元8世纪至15世纪,阿拉伯帝国统治下的各民族共同创造了“阿拉伯数学”。早期的花刺子模于820年出版了《还原与对消的科学》,即后来传入欧洲的《代数学》,该著作以逻辑严密、系统性强、通俗易懂和联系实际等特点被称为“代数教科书的鼻祖”。花刺子模的另一部著作《算法》系统介绍了印度数码和十进制计数法,这本书于12世纪传入欧洲并被广泛传播。

奥马·海亚姆于1070年著有《还原与对消问题的论证》一书,其杰出的数学贡献是研究三次方程根的几何作图法,提出了用圆锥曲线图求根的理论。这一创造使代数和几何的联系更加紧密,成为阿拉伯数学最重大成就之一。

纳西尔丁最重要的数学著作《论完全四边形》是数学史上流传至今的最早的三角学专著,其中首次陈述了正弦定理。阿尔·卡西于1427年著有传世百科全书《算术之匙》,其中有十进制计数法、整数的开方、高次方程的数值解法以及贾宪三角等中国数学的精华。

公元5世纪至11世纪是欧洲历史上的黑暗时期,教会成为社会的绝对势力,宣扬天启真理,对自然不感兴趣,期间的希腊学术几乎绝迹,没有有代表性的发明创造,也少见有价值的科学著作。12世纪是欧洲数学的翻译时期,希腊的著作从阿拉伯文译成拉丁文传入欧洲。欧洲人了解到希腊和阿拉伯数学,构成后来欧洲数学发展的基础。欧洲黑暗时期过后,第一位有影响的数学家,也是中世纪欧洲最杰出的数学家——斐波那契,他于1202年编著的代表作《算盘书》讲述算术和算法,内容丰富,方法有效,习题多样,论证令人信服,一度风行欧洲,名列12世纪至14世纪数学著作之冠,成为中世纪数学的一枝独秀。