新一代人工智能系列丛书

多目标群体智能优化算法

Multi-objective Swarm Intelligence Optimization Algorithms

◎ 谢承旺　著

北京理工大学出版社
BEIJING INSTITUTE OF TECHNOLOGY PRESS

多目标群体智能优化算法

Multi-objective Swarm Intelligence Optimization Algorithms

谢承旺　著

北京理工大学出版社
BEIJING INSTITUTE OF TECHNOLOGY PRESS

内 容 简 介

群体智能优化算法作为解决复杂优化问题的有力工具近年来获得了较大的发展，业已成为智能计算领域的研究热点之一。

本书比较全面地介绍了多目标优化问题和群体智能优化算法的研究现状和发展趋势，讨论了多目标优化方法的基本知识和基本原理；探讨了多目标优化方法的性能度量方法和基准的多目标优化测试函数集，并分类阐述了几种多目标烟花爆炸算法、多目标萤火虫算法、多目标粒子群算法和多目标进化算法的设计过程，包括算法的算子、算法流程、实验方案和实验结果与分析等。

本书可作为计算机、人工智能和其他相关专业高年级本科生、硕士研究生、博士研究生，以及多目标群智能算法的爱好者和相关从业者进行学习和研究的参考书。

图书在版编目（CIP）数据

多目标群体智能优化算法／谢承旺著．—北京：北京理工大学出版社，2020.6

ISBN 978－7－5682－8512－4

Ⅰ.①多…　Ⅱ.①谢…　Ⅲ.①多目标（数学）－最优化算法－研究
Ⅳ.①O242.23

中国版本图书馆 CIP 数据核字（2020）第 090360 号

出版发行／北京理工大学出版社有限责任公司
社　　址／北京市海淀区中关村南大街 5 号
邮　　编／100081
电　　话／（010）68914775（总编室）
（010）82562903（教材售后服务热线）
（010）68948351（其他图书服务热线）
网　　址／http：//www.bitpress.com.cn
经　　销／全国各地新华书店
印　　刷／保定市中画美凯印刷有限公司
开　　本／787 毫米×1092 毫米　1/16
印　　张／17
字　　数／402 千字
版　　次／2020 年 6 月第 1 版　2020 年 6 月第 1 次印刷
定　　价／89.00 元

责任编辑／江　立
文案编辑／江　立
责任校对／周瑞红
责任印制／施胜娟

前　言

随着经济的发展和社会的进步，现实世界中涌现出大量复杂的优化问题，有些优化问题在现有的传统方法和计算机软硬件配置的条件下，无法在一个可接受的时间内获得令人满意的答案，因此需要我们去寻找新的、有效的方法来解决这些问题。

人们注意到，自然界中蕴含了极为丰富的自然规律和智慧，向大自然学习，从大自然中寻找解决复杂优化问题的方法，应颇具前景。事实上，很早以前人们就在向自然界学习并发明了很多的工具和技术，例如，锯子的发明受到了丝茅草边缘锯齿形的启发；雷达技术源自蝙蝠的超声波定位；飞行技术受到鸟类飞行原理的启发等。近年来，人们在向自然界学习的过程中，通过模拟自然界的进化过程、自然现象以及生物体的行为特征等，陆续提出了一些有别于传统优化方法的启发式算法模型，如粒子群优化算法（Particle Swarm Optimization，PSO）、烟花爆炸算法（Fireworks Explosion Algorithm，FEA）、萤火虫算法（Firefly Algorithm，FA）等。这些算法范例统称为群体智能优化算法（Swarm Intelligence Optimization Algorithm，SIOA），SIOA 的特点在于：群体中单个的个体都非常简单，功能也十分有限，但是由这些简单的个体组成的群体却能表现出十分复杂的集体行为，具有一定的智能。

群体智能算法中有相当一部分是通过模拟社会生物群体的集体行为产生的，这些群体中的个体通过交换自身局部信息并相互作用，局部信息最后通过整个种群进行传播，从而使得问题的解决要比单个个体的求解更为有效。从本质上讲，群体智能优化算法是一类随机搜索算法，它们受到大自然中某种自然现象的启发而产生，算法中的群体在某种程度上体现了生物系统自组织、自适应的行为特征。群体中的个体行为以一种非线性方式集体表现出来，个体行为与集体行为之间关系紧密，也就是说，所有个体的集体行为即是该群体的行为。当然，群体的行为也会影响到每个个体的行为。

很多群体智能优化算法在提出之初，它们多被用于求解一些复杂的单目标优化问题（Single-objective Optimization Problem，SOP），并取得了较好的求解效果。但不容忽视的是，科学研究与工程实践中的多目标优化问题（Multi-objective Optimization Problem，MOP）不断涌现并且愈加复杂，传统的解决方法是利用加权等方式将 MOP 问题转化成 SOP 问题，然后利用数学解析方法求解，这样每次只能得到一种权值情况下的最优解。同时，许多复杂的 MOP 问题的目标函数和约束函数可能是非线性、不可微或不连续的，这就使得传统的数学规划方法效率低下，甚至根本无法求解。有鉴于此，人们从不同的视角和研究背景出发，尝试将群体智能优化算法拓展至多目标优化领域，并发展出若干多目标群体智能算法，有效地

解决了一些复杂的 MOP 问题。但必须看到，形形色色的 MOP 问题具有各种复杂且困难的特征，一些多目标群智能算法对某些或某类 MOP 问题求解有效，但它们对其他类型或特征的 MOP 问题未必有效。因此，需要根据待解问题的特征设计更加高效的算法，以提高 MOP 问题求解的效率和效果。

从 2011 年开始，在国家自然科学基金（No. 61763010、No. 61165004）、广西八桂学者项目（厅〔2016〕21 号）、广西创新驱动重大专项（No. AA18118047）、广西研究生教育创新计划资助项目（No. YCSW2019182、No. YCSW2020194）和南宁师范大学博士学位授予单位立项建设项目的资助下，作者对多目标群体智能优化算法的理论与算法设计等进行了较为系统的研究，尤其在将不同群体智能计算模型在多目标和高维多目标优化问题中的应用进行了较为深入的探讨。

本书共分 7 章。第 1 章讨论了多目标优化问题的发展及其相关概念，同时给出了群体智能优化算法的简介。第 2 章阐述了多目标优化算法的性能度量指标，对多目标优化算法的设计与实验评价具有指导作用。第 3 章介绍了的多目标优化测试问题，较详细地描述了目前在该领域常用的四个系列的多目标基准测试问题集。第 4 章讨论了多目标烟花爆炸算法，较详细地介绍了两种多目标烟花爆炸算法。第 5 章讨论了多目标萤火虫优化算法，较详细地描述了两种多目标萤火虫算法。第 6 章讨论了多目标粒子群算法，较详细地介绍了两种多目标粒子群优化算法。第 7 章讨论了多目标进化算法，较详细地阐述了三种多目标进化算法。

本书的大部分内容都是我和我指导的硕士生的研究成果，他们包括王志杰硕士、许雷硕士、肖驰硕士、余伟伟硕士和张飞龙硕士。感谢他们刻苦钻研和辛勤的工作。另外，在本书初稿的整理过程中，南宁师范大学周慧讲师和硕士研究生龙广林、郭华和程文旗同学参与部分书稿的编写和整理工作。我与他们的共同努力将这些分散在各种学术论文中的研究成果整理成目前的状态，这里也给予他们特别的感谢。

我还要感谢丁立新教授对我多年的教导和关心，感谢邹秀芬教授在博士后研究期间给予我的关心与指导，感谢李元香教授润物无声的教诲，感谢闭应洲教授、吴志健教授和应时教授的关心和帮助。最后，感谢我的家人这些年来对我工作的大力支持，感谢他们辛劳的付出！

由于作者水平有限，书中难免会出现一些错误和不妥之处，敬请读者批评指正。

最后，希望本书的出版有助于推动我国在多目标群体智能优化算法方面的研究更加深入和广泛。

2019 年 11 月于广西南宁

目　录

第1章　多目标优化问题

1.1　多目标优化问题的发展

1.1.1　多目标优化问题的历史

现实中存在大量需要同时优化多个目标的问题[1]，例如在设计一种新型产品时，既要考虑使用性能，又要考虑制造成本，同时还要考虑产品的可制造性、可靠性和可维护性等。这些设计目标的改善可能相互抵触，譬如，好的可维护性会引起可靠性的降低，因而需要在这些设计目标之间进行折中。还有，人们在购买汽车时通常会考虑性能和价格这两个因素，希望能够买到性能高而价格低的产品。实际上，这是一个包含两个目标的决策问题，它要求在最大化性能的同时最小化产品价格。一般说来，使用了新技术和新材料的汽车，性能会比较高，但同时价格也比较高；相反，价格低的汽车在选材和技术上就会降低标准，从而性能也会有所下降。因此，人们实际上无法以最低的价格买到性能最好的汽车，他们只能在性能和价格之间做一个折中选择。类似的问题还有很多，在投资管理问题中，希望在最小化风险的同时最大化收益回报；建造桥梁时，通常要求总的重量轻、硬度高，同时花费也尽可能低；在车辆路径问题中，要求有最短的行驶路径与最少的用车数量[2]；在机器学习中，有监督学习问题要求有最小的训练误差和最低的模型复杂度[3]，聚类问题要求有最大的类内紧密度和最小的类间紧密度[4]，模式挖掘问题要求寻找最频繁且最完整的模式[5]等。鉴于多目标优化问题（Multi - objective Optimization Problem，MOP）在科学研究和实际应用中普遍存在，因此，研究 MOP 问题的求解具有重要的现实意义。

多目标优化问题最早在经济和管理科学中得以研究。多目标优化这一概念在早期的研究文献中也被称为多准则决策或多属性决策。多目标优化的起源可以追溯到经济学家 A. Smith[6]关于经济平衡和 F. Y. Edgeworth[7]对均衡竞争的研究。意大利经济学家 L. Pareto[8]于 1896 年在其关于经济福利的著作中最早提了到多目标优化问题以及后来被称为 Pareto 最优的均衡状态。

为了获得多目标优化问题的解，一些研究者提出了多种方法，这些方法概括起来可以分成两大类：直接搜索方法和群体搜索方法。

在多目标优化研究的早期，即从 20 世纪 50 年代初到 20 世纪 80 年代中期，主要采用直接搜索方法，它们是源自运筹学和数学上的理论和方法。这一时期处理多目标优化问题的方法主要有加权求和法、ε 约束法、最小 - 最大法等。加权求和法最早由 Zadeh[9]提出，该方法将各目标函数乘以预设的权值后相加，把多目标优化问题转换为单目标优化问题，然后再采用单目标问题的方法求解。加权求和方法的优点是简单，而且对于凸 MOP 问题，通过一组权值可以保证获得一个 Pareto 最优解。但加权求和方法的缺点也十分明显，即各目标函数

的权重不易设定，只有通过使用多组权值才能获得多个解，而且对于非凸 MOP 问题，很难求得其 Pareto 最优解。ε 约束法由 Marglin[10] 于 1967 年提出，它是一种局限于优化 Pareto 最优前沿为凸的方法，即它指定一个优化目标，而将其他的目标视为约束条件，然后再用单目标优化方法求解。因此，ε 约束法实质上是将 MOP 问题转化为带约束的单目标优化问题进行求解。这种方法的优点是，可以通过设置不同的 ε 值获得不同的 Pareto 最优解，可以用于非凸问题的求解。但该方法的缺点是获得的解对 ε 的取值依赖较大，并且随着目标数目的增加，需要更多的信息来帮助用户选择合适的 ε 值。最小 - 最大法[11] 则是通过最小化各目标值与预设的目标值之间的最大偏差来求解 MOP 问题。

上述直接搜索方法的优点是它们具有数学理论基础，是一种确定性算法，算法获得的结果是稳定的，但它们亦存在明显的缺陷。首先，直接搜索方法通常需要梯度信息来支持，要求问题满足某些数学特征如连续、可微等，但并非所有的问题都具备这些特征。其次，直接搜索方法一般没有同时考虑所有的目标。大多数直接搜索方法将多目标优化问题转换为一个单目标优化问题，从而可以利用单目标优化方法求解。但这种方法一次执行只能得到一个解。尽管也可以通过多次运行算法获得多个解，但不能保证这些解在目标空间上均匀分布，而且在非凸问题中不能保证得到 Pareto 最优解[12]。

1.1.2 多目标进化算法

人们在求解现实中的各类优化问题时发现，有些优化问题在现有的传统方法和计算机软硬件等条件下无法在合理的时间内获得满意的答案，因此，迫切需要发展新的方法来解决这些问题，而向自然界学习已成为探索复杂优化问题解决方案的一种途径。在人类向自然学习的过程中，以模拟自然进化过程、自然现象以及生物体行为特征为根本的一类计算方法也得以诞生和发展，这类算法通常统称为进化算法（Evolutionary Algorithm，EA）。

进化算法是一类基于种群的、模拟自然进化的随机搜索算法。进化算法在没有任何先验知识的情况下，通过迭代循环搜索黑盒问题的解或解集。进化算法一般范式如下：随机初始化种群，在每一次迭代过程中利用父代种群生成子代种群，再利用适应度函数筛选优秀个体作为下一代种群，直至终止条件满足为止。进化算法以其搜索的全局性逐渐成为解决 MOP 问题的有效工具。

早在 1985 年，Schaffer[13] 就提出了矢量评价遗传算法（Vector - Evaluated Genetic Algorithm，VEGA），其被视为利用进化算法求解 MOP 问题的开创性工作。20 世纪 90 年代以后，各国研究者基于不同的研究背景和视角相继提出了许多种多目标进化算法（Multi - Objective Evolutionary Algorithm，MOEA），这些 MOEA 算法以其单次运算可以获得整个解集的优良特性而获得了良好的发展。以下按照 Coello Coello[14,15] 的总结方式来简介多目标进化优化领域的一些代表性算法。

（1）第一代多目标进化算法

1989 年，Goldberg 建议用非支配排序和小生境技术来解决 MOP 问题。非支配排序的过程为：对当前种群中的非支配个体分配等级 1，并将其从竞争中移去；然后从当前种群中选出非支配个体，并对其分配等级 2，……，如此重复，直至种群中所有个体都分配到等级次序后结束。小生境技术则用来保持种群的多样性，防止群体早熟收敛。Goldberg 虽然没有把他的思想具体实施到 MOEA 算法中，但其思想对以后的研究具有重要的启发意义。随后，

一些学者基于这种思想提出了 MOGA[16]、NSGA[17]和 NPGA[18]算法等。

Fonseca 和 Fleming 在 1993 年提出 MOGA（Multi－objective Genetic Algorithm，MOGA）算法，该方法对每个个体划分等级（rank），所有非支配个体的等级定义为 1，其他个体的等级定义为支配它的个体数目加 1，具有相同等级的个体用适应度共享机制进行选择。其适应度赋值方式如下：首先，种群按照等级排序；然后，对所有个体分配适应度，方法是采用 Goldberg 提出的线性或非线性插值的方法来分配，具有相同等级的个体适应度值是一样的。通过适应度共享机制采用随机采样进行选择。MOGA 由于过于依赖共享函数的选择，而且可能产生较大的选择压力，容易导致早熟收敛。

NSGA 算法也是基于 Goldberg 的非支配排序的思想设计的。首先确定种群中的非支配解，然后赋予它们一个很大的虚拟适应度值。为了保持种群的多样性，这些非支配解利用它们虚拟的适应度值进行共享。随后，这些非支配个体暂时不予考虑，接下来从余下的种群中确定第 2 批非支配个体，然后赋予它们一个比先前非支配个体共享后的最小适应度值还要小的虚拟适应度值。重复该过程，直至整个种群都被划分为若干等级为止。

NPGA 算法构造了基于 Pareto 支配关系的锦标赛选择机制，其具体思想如下：随机地从进化种群中选择两个个体，再随机地从进化群体中选取一个比较集合，如果只有其中一个个体不受比较集的支配，则这个个体被选中进入下一代；当它们全部支配或全部被支配于该比较集合时，则采用小生境技术实现共享来选取其中一个个体进入下一代。算法选取共享适应值大的个体进入下一代。在该算法中，确定合适的小生境半径和比较集合的规模具有一定的难度。

第一代多目标进化算法以基于非支配排序的选择和基于共享函数的多样性保持为其主要特点，但这一代 MOEA 算法的缺点也十分明显。首先，能否找到替代小生境（共享函数）的方法来保持种群的多样性。其次，适应度共享是由 Goldberg 和 Richardson[19]针对多峰函数优化提出来的，它们需要关于有限峰数量的先验知识和解空间小生境均匀分布的假设，而对于 MOP 问题，同样需要确定共享半径的先验信息，且其计算复杂度为种群大小的平方。

（2）第二代多目标进化算法

第二代多目标进化算法以 NSGA－Ⅱ（Non－dominated Sorting Genetic Algorithm Ⅱ，NSGA－Ⅱ)[20]、强度 Pareto 进化算法（Strength Pareto Evolutionary Algorithm，SPEA）[21]及其改进版本 SPEA2[22]、Pareto 存档的进化策略（Pareto Archived Evolutionary Strategy，PAES）[23]等为代表。由于当前种群中的非支配解不一定非支配于算法此前产生的解，保存算法此前得到的非支配解集显得尤为重要。精英策略不仅择优保留到当前为止所获得的非支配解，而且其中部分优秀个体也可通过某种选择策略被复制到下一代种群。精英策略能使算法的性能维持单调非减。理论上也已证明，精英策略是保证进化算法收敛的必要因素之一。因此，第二代多目标进化算法普遍使用了精英策略。在这一代算法中，除了部分算法如 NSGA－Ⅱ等采用$(\mu+\lambda)$之选择来实现精英策略，其他算法的精英策略主要通过创建一个外部种群保存历代获得的非支配解，并利用当前代的非支配解对外部档案集合实施更新操作。

在 NSGA－Ⅱ中，对父代种群 P_t 中的个体执行仿二进制交叉和多项式变异，产生后代种群 Q_t，然后对 P_t 和 Q_t 合并后的群体 R_t 进行分级排序。新的父种群 P_{t+1} 按级别高者优先的原则使用 R_t 中的个体进行填充，其中最后填入的一些同级个体按拥挤距离大者优先的原则进行选择。该算法产生新一代种群的过程即是利用父子竞争的（$\mu+\lambda$）之选择来实现精英策略的。

在 SPEA 中，采用外部种群保留迄今为止所获得的非支配解，而且外部种群中的非支配

解也会执行进化操作。在每一代中，外部种群和当前的父种群进行合并。对于合并种群中的所有非支配解，按照它们支配其他解的计数进行适应度分配。为了兼顾解的收敛性和分布性，支配更多解的非支配解被赋予更高的适应度，另外被更多解所支配的解个体也被分配更高的适应度。在 SPEA 的改进版本 SPEA2 中，外部档案的规模保持不变，如果非支配解的数量少于档案集的容量，则使用被支配解填充档案集。另外，SPEA2 还使用了与 SPEA 略有不同的适应度分配机制，且它利用了 k - 最近邻方法来区分适应度相同的解。

在 PAES 算法中也使用档案集来保存非支配个体。PAES 使用了（1 + 1）的进化策略，即在父个体与其产生的子个体之间竞争生存机会，若子个体支配父个体，则子个体被接受为下一代的父个体，反之，若父个体支配子个体，则抛弃子个体，继续产生新的个体。如果父个体与子个体彼此非支配，则执行多样性保持策略进行取舍。具体的做法是，子个体与档案集中的个体进行比较，移除档案集中被子个体所支配的解，并接受子个体为下一代的父个体；若档案集中没有解被子个体所支配，则检查父个体与子个体在档案集中的拥挤程度，若父个体处于更拥挤的区域，则接受子个体为新的父个体，并加入档案集中。

在 PAES 的改进版本 PESA[24] 中，该算法利用了 SPEA 和 PAES 的优点，PESA 使用了两个种群，一个父种群和一个规模更大的档案集。基于非支配的概念和 PAES 中的拥挤度的概念，使用新产生的子个体来更新档案集。而在 PESA 的改进版本 PESA - Ⅱ[25] 中，首先以目标空间超盒中解的数量作为选择依据来选择超盒，然后从选择的超盒中随机选取一个要保留的解。实验结果表明，PESA - Ⅱ 基于区域的选择过程要优于 PESA 中基于个体的选择过程。

除了上述提及的算法，还有一些其他的多目标进化算法，如 Veldhuizen 等[26] 提出的多目标混乱遗传算法（Multi - objective Messy Genetic Algorithm，MOMGA）、Coello Coello 等[27] 提出的 Micro - GA 等。按照上述的分类依据，它们亦可归为第二代多目标进化算法，这些算法的独特之处在于它们采用了新的选择策略或变化算子。

1.1.3 多目标进化优化方法的新趋势

随着多目标优化问题复杂性的加剧，一些新的进化机制也逐渐引入到多目标优化领域中，它们为有效地解决复杂的 MOP 问题提供了新的思路，比如，基于粒子群优化（Particle Swarm Optimization，PSO）的多目标粒子群算法 MOPSO[28]、基于分布估计算法（Estimation of Distribution Algorithm，EDA）的多目标分布估计算法 RM - MEDA[29]、基于分解的多目标进化算法 MOEA/D[30]，以及基于不同机制相混合的 MOEA 算法等。

Coello Coello 等提出了 MOPSO 算法，该算法引入了自适应网格机制的外部种群，算法不仅对种群的粒子进行变异，而且对于粒子的取值范围也进行变异，且变异的程度与种群进化的代数成正比。MOPSO 的创新点主要在于：1）该算法采用了自适应网格机制来保存外部种群，其采用的外部种群更新策略与多数精英保留策略类似，不同点在于，当外部种群中个体的数目超过规定的大小时，这些个体的目标函数空间被均分划分为间隔相等的网格，然后统计每个网格中个体的数目。那些位于个体较少的网格中的个体在参与锦标赛选择时将被赋予较高的选择概率；2）Coello Coello 认为，基于粒子群优化的算法收敛较快，但对于 MOP 问题而言，不仅要考虑解的收敛性，还要考虑解分布的均匀性和宽广性，所以，为了保证最终解的多样性，该算法引入了新的变异策略。首先对粒子分布的区域进行变异，然后再在变异后的区域内随机取值，变异的概率随着进化的代数而减少。如此便使得算法在刚开始时进行

广度搜索，随着进化代数的增加，逐渐加强深度搜索。MOPSO 算法的创新性设计及其优异的性能，使其成为利用粒子群优化算法求解多目标优化算法的经典范例。

分布估计算法（EDA）利用统计学习的手段构建解空间中个体分布的概率模型，然后运用进化的思想进化该模型。EDA 算法没有使用传统的交叉、变异算子，它是一种全新的进化模式。随着 EDA 算法的发展，一些基于分布估计思想的多目标优化算法相继提出，例如 Zhang 和 Zhou 等提出了基于正则模型的多目标分布估计算法（Regularity Model based Multi – objective Estimation of Distribution Algorithm，RM – MEDA），他们分析了决策空间解分布的特点，认为对于连续多目标优化问题，决策空间解分布的形式是分段连续的（$m-1$）维流形分布（m 是目标的数目）。基于此，他们设计了 10 个变量之间有联结关系的连续多目标优化问题，运用局部主分量分析来聚类决策空间中的解，并对每个类运用主分量分析构建概率模型，再采样该概率模型，产生新的解，然后利用 NSGA – Ⅱ 中的快速非支配排序和精英选择构造下一代种群。RM – MEDA 算法对于变量之间有联结关系的 MOP 问题的整体效果比 NSGA – Ⅱ 算法要好。

基于分解的多目标进化算法（Multi – objective Evolutionary Algorithm based on Decomposition，MOEA/D）采用分治的思想，利用一组目标空间中均匀分布的权值向量将待求解的 MOP 问题转化成多个更简单的子问题，利用子问题之间相互合作实现一次性输出整个解集。基于分解的多目标进化算法开辟了古典算法同进化算法相结合的先河。目前，基于分解的多目标进化算法获得了较快的发展。由于运用聚合函数[31]（Aggregation Function）将多目标优化问题转化为多个单目标子优化问题，因此如何选择合适的聚合函数就成为 MOEA/D 算法的重要问题。而且权重向量的分布决定了解集的多样性，对于具有不同形态的 Pareto 前沿，权重向量的动态调整也变得十分重要。因此不同的权重向量的调整方法也相继出现了[32]。此外，在子问题和个体之间的配对选择[33]、相似子问题邻域关系[34]，以及转化为多个目标数目较少的 MOP 问题[35]等方面均有研究。

基于不同机制相混合的 MOEA 算法将不同的 MOEA 算法的组件或策略相结合，根据不同方法之间的优缺点取长补短，以克服单个的 MOEA 或元启发式方法所固有的局限，从而增强混合型 MOEA 算法在解空间搜索的效果和效果。Molina 等[36]将分散搜索（Scatter Search）和禁忌搜索（Tabu Search）相结合以解决非线性多目标优化问题。Nebro 等[37]提出一种基于档案的混合分散搜索算法 AbYSS。Solima 等[38]将协同进化与局部搜索的思想融入多目标差分进化算法，以指导搜索向着 Pareto 最优解逼近。Tang 等[39]将 PSO 中的个体最优与全局最优以及进化算法中的杂交算子相结合以更新种群。Lu 等[40]将和声搜索（Harmony Search）、差分进化（Differential Evolution）和反馈机制相结合，以平衡多目标进化算法全局寻优和局部开采能力。混合型 MOEA 算法利用每个 MOEA 或元启发式方法的长处，并进行优势互补，从而克服单个 MOEA 或元启发式方法所固有的局限，可进一步增强算法在解空间中搜索的效率和效果。

1.1.4　高维多目标优化问题

MOEA 算法在解决目标数目较少的问题（比如具有 2 个或 3 个目标）时通常具有较好的性能，但如果将这些 MOEA 算法用于求解目标数较大的高维多目标优化问题（Many – objective Optimization Problem，MaOP）时，比如目标数大于等于 4，这些算法的性能会出现不同程度的下降，算法的开销也会快速增长[41]。MaOP 问题对主流的 MOEA 算法提出了巨大挑战，其原因

在于[42]以下几方面：1）优化目标数目的增加使得种群中非支配解个体数目呈指数级增长，这就严重削弱了基于 Pareto 排序进行选择与搜索的能力，最终使得 MOEA 算法退化成随机搜索方法。另外，高维目标空间中存在许多支配抵触解（Dominance Resistant Solution，DRS），这些解是一些远离真实 Pareto 前沿的非支配解，它们对提升算法的性能亦构成了挑战。2）传统杂交和变异算子面临失效的境地。高维目标空间中的解个体存在更大可能彼此相距较远，而由相距较远的父代产生的子代一般与其父代具有较大的差异，在这种情况下，重组算子的作用将被严重削弱。3）Pareto 前沿表示的困难。对于具有 M 个目标的 MaOP 问题，如果按每个目标上分布 k 个解来计，则需要 Mk^{M-1} 个解来表示其 Pareto 前沿。而实际使用算法时，很少会按这个数目来设置档案集的容量，其原因在于，设置过大规模的档案集将不利于决策者的选择。但由此带来的问题却是，档案集规模的缩减将使得控制 MaOP 问题非支配解的分布变得更加困难。4）度量多样性的计算代价更高。一方面，为了计算高维目标空间中解个体的拥挤度需要确定解个体的邻域，而这个过程的计算代价通常是很高的；另一方面，那些使用近似方法来估计个体密度的做法亦可能导致所获解集的多样性无法接受。5）难以可视化 Pareto 前沿。按人类的认识水平，对 4 维及以上的空间其图形特征无法准确地刻画。

为有效求解高维多目标优化问题，研究者从不同的方面开展研究，概括起来可分成如下几类。

（1）使用改进的支配关系

为提升 Pareto 支配关系在高维多目标优化问题上的选择压力，一些改进的支配关系陆续提了出来。例如，有的通过扩展解的支配区域来提升每个解支配其他解的概率，例如 GPO 支配[43]等；有的通过对目标空间划分超网格来增加支配概率，例如 grid 支配[44]等；有的利用模糊逻辑来定义新的强支配关系，例如自适应模糊支配[45]等；有的利用基于目标分解算法中所使用的权值向量来定义新的支配关系，例如 θ 支配[46]和 RP 支配[47]等；以及基于目标向量角度的增强支配关系 SDR[48]等。

（2）修改密度估计策略

传统的密度估计策略倾向于保留解集中远离 Pareto 前沿的非支配解，这样虽然保证了解集在目标空间分布的均匀性，但也导致解集的收敛性降低。Adra 等[49]利用多样性管理算子（Diversity Management Operator，DMO）控制选择阶段对多样性的需求，以平衡解集的分布性和收敛性。Li 等[50]利用基于变换的密度估计方法（Shift – based Density Estimation，SDE）变换稀疏个体在目标空间中的位置，使其具有较大的密度值。Zhang 等[51]提出一种基于拐点的进化算法 KnEA，该算法通过优先选择非支配解中的局部拐点来提高解集的收敛性和分布性。

（3）目标降维的方法

这类方法假定问题的目标集中存在冗余的目标，通过分析目标之间的关系，在尽可能保持解集支配结构的前提下消除与其他目标不相冲突的冗余目标或者组合彼此不冲突的目标。Sinha 等[52]将最大方差展开方法与 PCA 结合，提出了一种非线性目标降维方法。Jaimes 等[53]将所有正相关的目标划分至同一组，并在每一组内选出一个目标函数作为最终的优化目标。Yuan 等[54]将高维多目标降维问题视为一个 3 – 目标的优化问题，并从维持解群的支配结构和目标相关性出发定义了目标函数。Cheung 等[55]将冗余的目标加权成一个新的目标予以优化。

（4）基于聚合的方法

多重单目标Pareto采样方法[56]（Multiple Single Objective Pareto Sampling，MSOPS）预先设定一系列均匀分布的参考向量，这些参考向量表明了算法在目标空间中的搜索方向。由于每一个个体都可获得一组不同的适应值，以代表其在各个参考向量下的优劣，取最优者为该个体的最终适应值，因此，MSOPS总能保持足够多的优劣等级，以保证Pareto最优解的选择压力。基于分解的MOEA算法，即MOEA/D算法，也是基于聚合函数的方法，但不同于MSOPS中每一个体对应多个参考向量，MOEA/D中的每一个体对应一个参考向量。必须指出，在高维目标空间中，通过均匀分布的参考向量并不一定能获得均匀分布的解集。为了解决这一问题，带约束的总体适应度排序算法[57]（Ensemble Fitness Ranking with a Ranking Restriction Scheme，EFR－RR）通过限制个体与参考向量的垂直距离来提高解集的分布性。Gu等[58]利用自组织映射的方法产生权重向量以获得均匀分布的解群。Wang等[59]对常用的加权和标量化方法进行局部化，以克服传统的加权和方法不能有效求解非凸问题的缺陷。此外，Cheng等[60]针对MOEA/D算法提出了一些自适应生成参考向量的方法。

（5）基于性能评估指标的方法

这类方法通过计算解相对于种群在某些性能指标上的贡献度来判断解的质量。换言之，基于性能指标的多目标和（或）高维多目标进化算法利用贪心策略选出种群中具有最好性能指标值的那一部分解。比如，HypE[61]、GDE－MOEA[62]、MOMBI－Ⅱ[63]和MaOEA/IGD[64]就分别利用了HV、GD、R2和IGD指标作为解个体的选择标准，SRA算法[65]则同时用到了SDE指标和$I_{\varepsilon+}$指标。由于超体积指标HV与Pareto支配关系具有一致性，使得HV指标获得广泛使用。上述性能指标大都能同时评价一个种群的收敛性和分布性，故基于性能指标的MOEA算法最终能获得一个收敛性与分布性均衡较优的种群。但必须指出，超体积指标偏好于Pareto前沿中的关节点和边界点，这就使得算法难以获得均匀分布于整个Pareto前沿的解集；另外，超体积指标的计算复杂度随着目标数目的增多而呈指数量级增长，这也制约了HV指标在更高维目标空间中的使用。

（6）基于参考集的方法

这一类方法利用一组参考点来评估解个体的质量，并通过参考点来引导算法搜索。文献[66]提出一种参考点集与种群协同进化的策略，但该算法仍采用传统的Pareto占优准则评价个体。文献[67]提出一种基于双档案的进化算法TAA，Wang等[68]在TAA的基础上提出一种改进的Two－Arch2算法。TAA和Two－Arch2均从历史群体和当前种群中选择解点构造参考点集合，它们属于实参考集方法。与此相对的是，NSGA－Ⅲ[69]、TC－SEA[70]和REF－I－MOPSO[71]等算法都是基于预设参考点的，它们属于虚拟参考集方法。由于许多优化问题的Pareto前沿往往是未知的，如果给定的参考点与真实的Pareto前沿不一致，将会显著降低算法的搜索性能。为克服预设参考点这类做法的弊端，一些自适应生成参考点的算法也相继出现，例如Liu等[72]提出的RPEA算法和Xiang等[73]提出的PaRP/EA算法等。利用自适应方式产生参考点有效地利用了进化过程中的一些信息，将有可能显著地提高所获解集的性能。

（7）基于偏好的方法

对于MaOP问题而言，将大量分布在Pareto前沿上的最优解提供给决策者（Decision Maker，DM）进行选择，既浪费计算资源又无必要性。因为DM更希望获得Pareto前沿上少量的满足其偏好的解。偏好多目标进化算法通过引入DM的偏好信息（Preference）而将算法的搜索

集中在 DM 感兴趣的区域（Region of Interest，ROI），这样既可以有效地利用算法的计算资源，提高算法的求解效率，降低计算复杂度，同时又有利于 DM 进行高效地决策。Said 等[74]提出一种 r－占优方法，该方法通过在 Pareto 非支配解上建立严格的偏序集，引导算法朝 ROI 区域搜索。但是 r－占优关系只能保证弱 Pareto 最优性，特别是在具有不连续 Pareto 前沿的问题上会产生大量弱 Pareto 最优解，因而严重影响了算法的收敛性。章恩泽等[75]改进了 r－占优关系，并将其用在高维多目标粒子群算法中，也取得了不错的效果。邱飞岳等[76]同时考虑 DM 的正、负偏好信息，提出了双极偏好占优机制，并将其融入 NSGA－Ⅱ算法。Jaimes 等[77]利用切比雪夫支配关系比较解个体，将 DM 的 ROI 区域定义成目标点（Goal Point）的邻域，实验表明了这种新型支配关系的优越性。文献[78]基于偏好多面体理论提出一种交互式进化算法，决策者在算法搜索过程中可以周期性地获得一个非支配解集，并从中选取一个最偏好的解。张兴义等[79]提出一种基于权重向量偏好的 MOEA 算法，该算法首先将均匀分布的权重向量映射到偏好点附近，随后根据映射后的权重向量搜索偏好点附近的 Pareto 最优解。王丽萍等[80]提出一种基于角度惩罚距离及精英选择策略的偏好高维多目标优化算法 G－RVEA，该算法利用等比缩放的偏好向量生成策略产生目标空间中均匀分布的偏好向量，避免了参考点位置对算法性能的影响，有效地利用了计算资源，提高了算法求解效率。考虑到 DM 通常以不同的方式表达其偏好信息，Wang 等[81]提出了基于偏好集的混合交互式协同进化算法 iPICEA－g，该算法能够同时处理多种偏好类型（例如权重、期望等）。

当前，多目标进化算法呈现出蓬勃发展之势，一些性能很好的算法相继出现，但同时人们对多目标优化问题的认识仍具历史局限性。随着社会的进步和经济的发展，多目标以及高维多目标优化问题将会不断涌现，如何利用新型群体智能优化模型高效求解这些问题，是当前多目标优化领域的热点问题，同时也是本书的中心内容。

1.2 多目标优化问题及相关概念

1.2.1 多目标优化问题的模型

多目标优化问题（MOP）又称为多准则决策或矢量优化问题。不失一般性，一个具有 n 个决策变量、m 个目标函数的多目标优化问题可表示为

$$
\begin{aligned}
\min \quad & y = F(\boldsymbol{x}) = (f_1(\boldsymbol{x}), f_2(\boldsymbol{x}), \cdots, f_m(\boldsymbol{x})) \\
& \text{subject to}: g_i(x) \leqslant 0, i = 1, 2, \cdots, q \\
& h_j(\boldsymbol{x}) = 0, j = 1, 2, \cdots, p \\
& \boldsymbol{x} = (x_1, x_2, \cdots, x_n) \in X \subset \mathbf{R}^n \\
& \boldsymbol{y} = (y_1, y_2, \cdots, y_m) \in Y \subset \mathbf{R}^m
\end{aligned}
\tag{1.1}
$$

式中，$\boldsymbol{x} = (x_1, x_2, \cdots, x_n) \in X \subset \mathbf{R}^n$ 称为决策向量，$x_i (i = 1, 2, \cdots, n)$ 称为决策变量，X 是 n 维的决策空间；$\boldsymbol{y} = (y_1, y_2, \cdots, y_m) \in Y \subset \mathbf{R}^m$ 称为目标向量，Y 是 m 维的目标空间；目标函数 F 定义了映射函数和需要同时优化的 m 个子目标；$g_i(\boldsymbol{x}) \leqslant 0, (i = 1, 2, \cdots, q)$ 定义了 q 个不等式约束；$h_j(\boldsymbol{x}) = 0, (j = 1, 2, \cdots, p)$ 定义了 p 个等式约束，m 为优化问题的子目标数目。

在多目标优化中，对于不同的子目标函数可能有不同的优化目标，有的可能是最大化目标函数，有的可能是最小化目标函数，概括起来不外乎下列三种可能的情况[82]：