经济应用数学

学习指导

屈思敏 ◎ 主编

北京理工大学出版社
BEIJING INSTITUTE OF TECHNOLOGY PRESS

经济应用数学学习指导

屈思敏　主　编
黄凤丽　副主编

北京理工大学出版社
BEIJING INSTITUTE OF TECHNOLOGY PRESS

内 容 简 介

本书是经济应用数学课程学习的辅助教材．全书共分7章，分别是：函数、函数的极限、导数与微分、中值定理与导数的应用、不定积分、定积分及其应用、二元函数微积分学简介，以及6套综合测验试题．前面7章中，每章由内容提要与基本要求、基本概念、重要性质及计算方法、典型例题与练习题、单元测验试题等组成，包括大量的例题、习题，并附有习题参考答案．

本书可作为财经管理类专科各专业学生的学习辅导书，也可作为其他专业学生的学习参考书．

图书在版编目（CIP）数据

经济应用数学学习指导/屈思敏主编．—北京：北京理工大学出版社，2020.5
ISBN 978－7－5682－8438－7

Ⅰ．①经…　Ⅱ．①屈…　Ⅲ．①经济数学－高等学校－教学参考资料　Ⅳ．①F224.0

中国版本图书馆 CIP 数据核字（2020）第078669号

出版发行／北京理工大学出版社有限责任公司
社　　址／北京市海淀区中关村南大街5号
邮　　编／100081
电　　话／（010）68914775（总编室）
（010）82562903（教材售后服务热线）
（010）68948351（其他图书服务热线）
网　　址／http：//www.bitpress.com.cn
经　　销／全国各地新华书店
印　　刷／三河市华骏印务包装有限公司
开　　本／787毫米×1092毫米　1/16
印　　张／8.5
字　　数／200千字
版　　次／2020年5月第1版　2020年5月第1次印刷
定　　价／22.80元

责任编辑／孟祥雪
文案编辑／孟祥雪
责任校对／周瑞红
责任印制／李志强

前 言

本书是经济应用数学课程的学习指导书．多年来，在财经管理类专科的数学教学中，我们注意到，学生学习数学遇到的一些困难，比如，概念的理解、内容重点和难点的把握、定理结论及计算方法的掌握等．为此，我们根据这门课程的内容特点和教学的实际情况，编写了这本《经济应用数学学习指导》辅助教材，以便学生搞好数学课程学习．

本书的内容按章编写，基本与《经济应用数学》教材章节同步，共 7 章和 6 套综合测验试题，每章包括：内容提要与基本要求、基本概念、重要性质及计算方法、典型例题与练习题、单元测验试题等．各章中内容的基本要求按了解、理解、掌握表示程度上的差别，使学生明确相应内容的要求程度和重要性．典型例题的解析注重分析解题思路，揭示解题规律，引导学生思考问题和归纳解题技巧及方法．各章练习题及单元测验试题附有参考答案，学生通过练习能够很好地理解章节内容，熟悉基本计算方法，加上后面的 6 套综合测验试题，有助于提高学生分析问题和解决问题的能力．总之，本书设置的这些内容能够帮助学生系统地学习数学理论，理解数学概念，把握重点、难点，熟练掌握重要的计算方法．

本书由屈思敏担任主编，黄凤丽担任副主编，韦秋凤、何利萍、薛广明、吉建华参加编写．

由于编写时间有限，书中难免存在不足之处，希望读者批评指正．

编　者

目 录

第一章

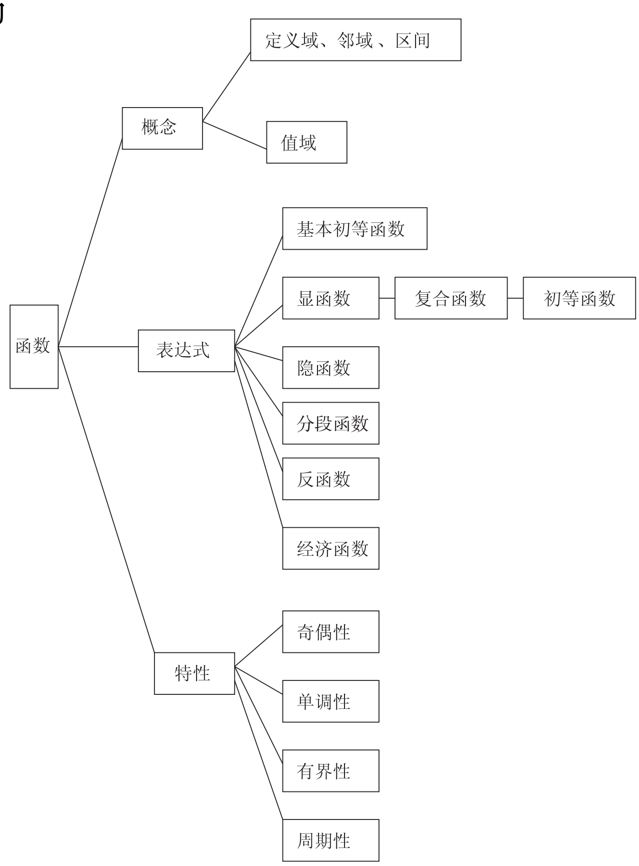
函　　数

一、内容提要与基本要求

（一）内容提要

本章介绍函数的基本知识，包括函数概念及性质、确定函数的要素、函数的表示法、显函数、隐函数、反函数、复合函数、初等函数、分段函数等；函数的主要特性：有界性、奇偶性、单调性及周期性 .

（二）内容结构



（三）**重点与难点**

重点：函数概念，基本初等函数及其性质．

难点：建立函数关系．

（四）**基本要求**

（1）理解函数的概念，了解确定函数的两个要素：定义域、对应关系．

（2）了解函数的三种常用表达方法．

（3）掌握函数定义域和函数值的计算．

（4）熟练掌握基本初等函数的特性、图形．

（5）了解函数的周期性、奇偶性、单调性和有界性，会判断函数的奇偶性．

（6）了解复合函数、初等函数的概念，会分析复合函数的复合过程，能把一个复合函数分解成若干个简单函数．

（7）能够建立简单的函数关系式，了解一些简单的经济函数．

二、基本概念、重要性质及计算方法

（一）**基本概念**

1. 函数

设 D 为一个非空实数集，如果对于 D 中的每一个确定的实数 x，按照某种对应规则 f，总存在唯一的实数 y 与之对应，则称 y 是 x 的函数，记为 $y=f(x)$．

x 称为自变量，y 称为因变量．

函数 $y=f(x)$ 反映了 x 和 y 按照一定的变化规律而相互依赖的关系．

称这个非空实数集 D 为函数的定义域．

函数的定义域常用区间表示，常见的区间有：

有限区间 (a,b)，$[a,b]$，$[a,b)$，$(a,b]$；

无限区间 $(a,+\infty)$，$[a,+\infty)$，$(-\infty,b)$，$(-\infty,b]$，$(-\infty,+\infty)$．

确定函数的两个要素：定义域和对应规则．

换言之，无论自变量、因变量采用什么样的符号，只要定义域和对应规则相同，就是同一函数．

例如，$y=\sin x$，$x=\sin y$，$z=\sin t$ 表示同一个函数．

函数的表示法有三种：解析法、图形法、表格法．

2. 分段函数

分段函数：一个函数在定义域内的不同范围中，用不同的解析式表示．

3. 基本初等函数

共有六大类：

常数函数 $y=c$（c 为常数）．

幂函数 $y=x^{a}$（a 为常量）．

指数函数 $y=a^{x}$（$a>0$，$a\neq 1$）．

对数函数 $y=\log_a x$（$a>0$，$a\neq 1$），常见的对数是自然对数 $y=\ln x$．

三角函数 $y=\sin x$，$y=\cos x$，$y=\tan x$，$y=\cot x$，$y=\sec x$，$y=\csc x$.

反三角函数 $y=\arcsin x$，$y=\arccos x$，$y=\arctan x$，$y=\operatorname{arccot} x$.

4. 复合函数

若 $y=f(u)$，而 $u=\varphi(x)$，且函数 $\varphi(x)$ 的值域与函数 $f(u)$ 的定义域的交集不是空集，y 通过 u 也是自变量 x 的函数，则称 y 是 x 的复合函数，记为 $y=f[\varphi(x)]$. 其中，u 称为中间变量.

5. 初等函数

由基本初等函数经过有限次四则运算，以及有限次复合运算所构成的，并且用一个解析式表示的函数称为初等函数.

分段函数不是初等函数.

6. 显函数和隐函数

显函数：因变量用自变量表达式表示的函数 $y=f(x)$.

隐函数：x 与 y 的函数关系由方程 $F(x, y)=0$ 确定.

7. 反函数

函数 $y=f(x)$，$x\in D$，如果 x 与 y 是一一对应的，且当 $x\in D$ 时，$y\in W$，则存在一个定义在 W 上的函数 $x=f^{-1}(y)$，称之为函数 $y=f(x)$ 的反函数，也可记为 $y=f^{-1}(x)$，$x\in W$.

$y=f(x)$ 与 $y=f^{-1}(x)$ 互为反函数，它们关于直线 $y=x$ 对称.

（二）重要性质与计算方法

1. 函数的特性

（1）函数的奇偶性.

偶函数：在定义域内，恒有 $f(-x)=f(x)$，偶函数的图形关于 y 轴对称.

奇函数：在定义域内，恒有 $f(-x)=-f(x)$，奇函数图形关于原点对称.

（2）函数的单调性.

设 I 为函数 $y=f(x)$ 定义域内的一个区间.

如果对于区间 I 内的任意两点 x_1，x_2，当 $x_1<x_2$ 时，恒有 $f(x_1)<f(x_2)$，则函数 $y=f(x)$ 在区间 I 上单调增加.

如果对于区间 I 内的任意两点 x_1，x_2，当 $x_1<x_2$ 时，恒有 $f(x_1)>f(x_2)$，则函数 $y=f(x)$ 在 I 上单调减少.

单调函数一定存在反函数，且它们具有相同的增减性.

（3）函数的周期性.

设函数 $y=f(x)$ 的定义域为 D，若存在一个正数 $T\neq 0$，使得对于任意 $x\in D$，必有 $x\pm T\in D$，且使 $f(x\pm T)=f(x)$ 成立，则称 $f(x)$ 为周期函数，T 为函数 $f(x)$ 的周期.

注意：周期函数的周期通常指的是它的最小正周期.

（4）函数的有界性.

设函数 $y=f(x)$ 的定义域为 D，区间 $I\subset D$，如果存在一个正数 M，使得对于任意 $x\in I$，都有 $|f(x)|\leqslant M$，则 $f(x)$ 在 I 上有界，$f(x)$ 是 I 上的有界函数；否则，$f(x)$ 是 I 上的无界函数.

2. 复合函数的分解

掌握复合函数的分解有利于了解函数的结构，以便解决复杂函数的极限、导数、积分等问题．如 $y=f\{g[\varphi(x)]\}$：$y=f(u)$，$u=g(v)$，$v=\varphi(x)$．

由于初等函数是由基本初等函数经过有限次四则运算或有限次复合步骤而成的，因此任何一个初等函数都可以分解成简单函数．

3. 求函数的定义域

分式函数，分母不能为零．

偶次根式函数，根号内的表达式不能为负数．

对数函数，真数必须大于零．

正切函数 $y=\tan x$，$x\neq k\pi+\dfrac{\pi}{2}$（$k=0$，$\pm1$，$\pm2$，$\cdots$）．

余切函数 $y=\cot x$，$x\neq k\pi$（$k=0$，±1，±2，$\cdots$）．

反正弦 $y=\arcsin x$，反余弦 $y=\arccos x$，$|x|\leqslant1$．

若函数是一个四则运算表达式，则其定义域是各个子式取值范围的交集．

分段函数的定义域是各段自变量取值范围的并集．

具有实际背景的函数表达式，其定义域还要考虑自变量的实际意义．

4. 计算函数值

5. 判别函数的奇偶性

6. 求反函数

7. 复合函数的构成与分解

三、典型例题与练习题

（一）典型例题

例1　求 $y=\dfrac{\sqrt{1-x}}{\ln(1+x)}+x$ 的定义域．

［**分析**］　函数 $y=\dfrac{\sqrt{1-x}}{\ln(1+x)}+x$ 中，同时包含平方根、分母、对数，所以，必须同时满足

$$1-x\geqslant0,\ \ln(1+x)\neq0,\ 1+x>0$$

解　要使函数有意义，必须 $\begin{cases}1-x\geqslant0\\ \ln(1+x)\neq0\\ 1+x>0\end{cases}$，即 $\begin{cases}x\leqslant1\\ x\neq0\\ x>-1\end{cases}$，因而，所求函数的定义域是 $(-1,0)\cup(0,1]$．

例2　已知函数 $f(x+1)=x$，求 $f(1)$，$f(e^x)$．

［**分析**］　由 $f[g(x)]$ 先求出 $f(x)$，可令 $t=x+1$．

解　令 $x+1=t$，则 $x=t-1$．

将 $x=t-1$ 代入 $f(x+1)=x$ 中，即有 $f(t)=t-1$，所以

$$f(1)=1-1=0$$

$$f(e^x)=e^x-1$$

例 3　设 $f\left(\frac{1}{x}\right)=x$，求 $f\left(\frac{1}{2}\right)$.

［**分析**］ $f[f(x)]$ 中的“$f(x)$”相当于 $f(x)$ 中的“x”，在 $f[f(x)]$ 中，只要令 $t=f(x)$ 即可．

解　令 $t=\frac{1}{x}$，得 $x=\frac{1}{t}$，将 $f\left(\frac{1}{x}\right)=x$ 转化成通常的显函数：$f(t)=\frac{1}{t}$.

因而，$f\left(\frac{1}{2}\right)=2$.

例 4　求函数 $y=\begin{cases}x^2, & -2\leqslant x\leqslant 0\\ x^2+4, & 0<x<2\end{cases}$ 的定义域．

［**分析**］　分段函数的定义域就是各段函数表达式取值范围的并集．

解　分段函数的定义域为 $[-2,0]\cup(0,2)$，即 $[-2,2)$.

例 5　已知 $g(x)$ 与 $f(x)=\frac{2x-1}{x+1}$ 关于直线 $y=x$ 对称，求 $g(x)$.

［**分析**］　关于 $y=x$ 对称的函数就是 $f(x)$ 的反函数 $g(x)$，所以 $g(x)=f^{-1}(x)$.

解　由 $f(x)=\frac{2x-1}{x+1}$，解得 $x=\frac{1+y}{2-y}$，因而，$g(x)=\frac{1+x}{2-x}$.

例 6　判断下列函数的奇偶性：

（1）$f(x)=e^{-x^2}+|x|$；　　（2）$f(x)=\ln(x+\sqrt{x^2+1})$；

（3）$f(x)=x+\cos x$.

［**分析**］　在定义域内，偶函数满足：$f(-x)=f(x)$；奇函数满足：$f(-x)=-f(x)$.

解　（1）$f(-x)=e^{-(-x)^2}+|-x|=e^{-x^2}+|x|=f(x)$，所以，$f(x)=e^{-x^2}+|x|$ 是偶函数．

（2）
$$\begin{aligned}f(-x)&=\ln(-x+\sqrt{(-x)^2+1})\\&=\ln(\sqrt{x^2+1}-x)\\&=\ln\frac{x^2+1-x^2}{\sqrt{x^2+1}+x}\\&=\ln\frac{1}{\sqrt{x^2+1}+x}\\&=-\ln(\sqrt{x^2+1}+x)\\&=-f(x).\end{aligned}$$

因此，函数 $f(x)=\ln(x+\sqrt{x^2+1})$ 是奇函数．

（3）$f(-x)=-x+\cos(-x)=-x+\cos x$，因而函数 $f(x)=x+\cos x$ 既非奇函数又非偶函数．

例 7　将下列函数分解成简单函数．

（1）$y=e^{\sqrt{\sin x}}$；　　（2）$y=\ln\sin\sqrt{x^3-1}$；

(3) $y=\sqrt[3]{1+2^x+\cos x}$.

[**分析**] 把复合函数分解成简单函数，首先要搞清楚它们的复合关系（结构），然后再把它们拆成简单函数.

解 (1) $y=e^{\sqrt{\sin x}}$可分解为 $y=e^u$，$u=\sqrt{v}$，$v=\sin x$，即 $y=e^{\sqrt{\sin x}}$由 $y=e^u$，$u=\sqrt{v}$，$v=\sin x$ 复合而成.

(2) $y=\ln\sin\sqrt{x^3-1}$可分解为 $y=\ln u$，$u=\sin v$，$v=\sqrt{t}$，$t=x^3-1$.

(3) $y=\sqrt[3]{1+2^x+\cos x}$可分解为 $y=u^{\frac{1}{3}}$，$u=1+2^x+\cos x$.

（二）练习题

1. 简答题.

(1) 单调增加函数是否一定无界？为什么？

(2) 是否任何函数在定义域内都存在反函数？

2. 选择题.

(1) 下列各对函数中，相同的是（　　）.

(A) $f(x)=(\sqrt{x})^2$，$g(x)=x$　　(B) $f(x)=\ln x^2$，$g(x)=2\ln x$

(C) $f(x)=\cos x$，$g(t)=\cos t$　　(D) $f(x)=\dfrac{x^2-1}{x-1}$，$g(x)=x+1$

(2) 设函数 $f(x)$ 的定义域为 $(-\infty,+\infty)$，则函数 $f(x)-f(-x)$ 的图形关于（　　）对称.

(A) $y=x$　　(B) x 轴　　(C) y 轴　　(D) 坐标原点

(3) 设函数 $f(x)$ 的定义域为 $(-\infty,+\infty)$，则函数 $G(x)=f(x)\cdot f(-x)-\cos x$ 是（　　）.

(A) 单调减函数　　(B) 有界函数

(C) 偶函数　　(D) 周期函数

(4) $y=\dfrac{1}{\sqrt{1-x^2}}-1$ 的定义域为（　　）.

(A) $[-1,1]$　　(B) $[-1,1)$　　(C) $(-1,1)$　　(D) $(0,1]$

(5) 设 $f(x)=\begin{cases}-1, & x<0\\ 0, & x=0\\ 1, & x>0\end{cases}$，则 $f(-3)=$（　　）.

(A) -1　　(B) 0　　(C) 1　　(D) 不存在

3. 填空题.

(1) 设 $f(x-1)=x^2-2x$，则 $f(x+1)=$________.

(2) 函数 $f(x)=\dfrac{1}{\ln(x-2)}$的定义域是________.

(3) 设 $f(x)=\dfrac{x-1}{x+1}$，则 $f^{-1}(x)=$________.

练习题参考答案

1.（1）不一定无界．例如，函数 $f(x)=1-\dfrac{1}{x}$ 在 $(0,+\infty)$ 内单调增加，但在 $(0,+\infty)$ 内有界．

（2）不一定．例如，$f(x)=x^2$ 在定义域 $(-\infty,+\infty)$ 的反函数不存在．

2.（1）(C)．因为 (C) 中的函数定义域相等，且对应关系相同，所以选项 (C) 正确．而 (A)，(B)，(D) 三个选项中的每对函数的定义域都不同．

（2）(A)．设 $F(x)=f(x)-f(-x)$，则对任意 x 有

$$F(-x)=f(-x)-f(x)=-F(x)$$

即 $F(x)$ 是奇函数，因而，图形关于 $y=x$ 对称．

（3）(C)．对任意 x 有 $G(-x)=f(-x)\cdot f(x)-\cos(-x)=G(x)$，即 $G(x)$ 是偶函数，所以 (C) 正确．

（4）(C)．因为要使函数 $y=\dfrac{1}{\sqrt{1-x^2}}-1$ 有意义，须 $1-x^2\geqslant 0$ 且 $x^2\neq 1$，即 $x\in(-1,1)$.

（5）(A)．因为 $x=-3<0$，所以 $f(-3)=-1$.

3.（1）x^2+2x. 设 $x-1=t$，则 $x=t+1$，得 $f(t)=(t+1)^2-2(t+1)=t^2-1$.

因此，$f(x+1)=(x+1)^2-1=x^2+2x$.

（2）$(2,3)\cup(3,+\infty)$. $\ln(x-2)\neq 0$，即 $x>2$ 且 $x\neq 3$，得函数定义域为 $(2,3)\cup(3,+\infty)$.

（3）$\dfrac{1+x}{1-x}$.

四、单元测验试题

单元试题一

1. 选择题（18 分，每题 3 分）．

（1）下列函数中偶函数是（　　）．

(A) $3^{-x^2}-\cos x$　　(B) $x^2\sin x+1$　　(C) $\dfrac{x^3}{|x|}$　　(D) $x^3+\cos x$

（2）已知函数 $f(x)$ 在 $(-\infty,+\infty)$ 内有定义，则下列函数中为奇函数的是（　　）．

(A) $y=f(-x)-f(x)$　　(B) $y=f(x)f(x)$

(C) $y=|f(x)|$　　(D) $y=f(x)+f(-x)$

（3）函数 $y=\ln(x+1)+1$ 在区间（　　）内有界．

(A) $(-1,+\infty)$　　(B) $(2,5)$　　(C) $(-1,2)$　　(D) $(2,+\infty)$

（4）函数 $y=|\cos x|-1$ 的周期是（　　）．

(A) 4π　　(B) 2π　　(C) π　　(D) $\frac{\pi}{2}$

(5) 下列函数中，复合函数有（　　）.

(A) $y=\sqrt{\sin x-2}$　(B) $y=\sqrt{-e^{x^2}}$　(C) $y=5^x$　(D) $y=\cos e^{-x}$

(6) 函数 $y=2\sin 3x$ 的反函数为（　　）.

(A) $y=\arcsin\frac{3}{2}x$　(B) $y=\frac{1}{3}\arcsin\frac{x}{2}$　(C) $y=3\arcsin 2x$　(D) $y=\frac{1}{2}\arcsin 3x$

2. 填空题（15 分，每题 3 分）.

(1) $f(x)=e^x$ 与 $f(x)=\ln x$ 关于________对称.

(2) 偶函数关于________对称.

(3) 设 $f(x)=\frac{1}{1-x}$，则 $f[f(x)]=$________.

(4) 已知函数 $y=\begin{cases}\frac{1}{x-1}, & x>2\\ \frac{1}{3-x}, & -1\leqslant x\leqslant 2\end{cases}$，则其定义域是____________.

(5) 函数 $y=1-e^x$ 的反函数是________.

3. 计算题（40 分，每题 8 分）.

(1) 若 $\varphi(x)=x^3-1$，求 $\varphi(x^3)$，$[\varphi(x)]^3$.

(2) 求函数 $y=\frac{x}{x^3-3x^2+2x}$的定义域.

(3) 设函数 $\varphi(x)=\begin{cases}e^x, & -1<x\leqslant 0\\ \frac{1}{x-2}, & 0<x<1\\ \cos x, & 1\leqslant x\leqslant 3\end{cases}$，求 $\varphi(-\pi)$，$\varphi(0)$，$\varphi(2)$.

(4) 若函数 $f(x)=2\sin x-2\cos x$，求 $f\left(\frac{\pi}{2}+2n\pi\right)$（其中 n 为整数）.

(5) 求函数 $y=\cos\frac{x-1}{x+1}$的反函数.

4. 综合题（27 分）.

(1) 已知需求函数 $Q_p=\frac{100}{3}-\frac{2}{3}P$，供给函数 $Q_s=-20+10P$，计算市场均衡价格 $\overline{P}$.（13 分）

(2) 某厂生产某产品 1 500 吨，每吨定价为 130 元，销售量在 500 吨以内时，按原价出售，超过 500 吨时，超过部分需打 9 折出售. 试将销售总收益与总销售量的函数关系用数学表达式表示.（14 分）

单元试题二

1. 选择题（18 分，每题 3 分）.

（1）下列函数中，既是奇函数，又在其定义域上是单调增函数的是（　　）.

（A）2^x+x　（B）x^3+1　（C）$\ln x$　（D）$\sin x^2$

（2）若 $f(x)$ 是奇函数，$g(x)$ 是偶函数，且 $f(x)$、$g(x)$ 不恒为零，则 $f(x)g(x)$ 是（　　）.

（A）奇函数　（B）偶函数

（C）既奇又偶函数　（D）非奇非偶函数

（3）对于定义域是 D 的任意偶函数 $f(x)$ 都有（　　）.

（A）$f(x)-f(-x)>0$，$x\in D$　（B）$f(x)-f(-x)\leqslant 0$，$x\in D$

（C）$f(x)f(-x)\geqslant 0$，$x\in D$　（D）$f(x)f(-x)\leqslant 0$，$x\in D$

（4）函数 $y=\cos^4 x$ 的周期是（　　）.

（A）4π　（B）2π　（C）π　（D）$\dfrac{\pi}{2}$

（5）已知 $f(x)$ 的定义域是 $[-1, 2]$，则 $F(x)=f(2+x)+f(2x)$ 的定义域是（　　）.

（A）$[-3, 0]$　（B）$[-3, 1]$　（C）$\left[-\dfrac{1}{2}, 1\right]$　（D）$\left[-\dfrac{1}{2}, 0\right]$

（6）函数 $f(x)=\dfrac{x(e^x-1)}{(e^x+1)}$ 是（　　）.

（A）奇函数　（B）偶函数

（C）非奇非偶函数　（D）单调函数

2. 填空题（15 分，每题 3 分）.

（1）若 $f(x)$ 是奇函数，$f(x)$ 在 $x=0$ 处有定义，则 $f(0)=$________.

（2）已知 $f(x)$ 是偶函数，且 $f(1)=-1$，则 $f(-1)=$________.

（3）函数 $y=\sqrt{x^2-1}$（$x\leqslant -1$）的反函数是________.

（4）函数 $y=x+\sqrt{3-x}$ 的定义域是________.

（5）函数 $y=1-\ln(x-2)$ 的反函数是________.

3. 计算题（40 分，每题 8 分）.

（1）若 $\varphi(x)=\begin{cases}|\sin x|, & |x|<1\\ x, & |x|\geqslant 1\end{cases}$，求 $\varphi(\pi)$ 和 $\varphi\left(-\dfrac{\pi}{4}\right)$.

（2）计算函数 $y=x-\sqrt{\dfrac{1+x}{1-x}}$ 的定义域.

（3）设函数 $\varphi(x)=\begin{cases}-1, & -2\leqslant x<1\\ 0, & x=1\\ 1, & 1<x\leqslant 4\end{cases}$，求 $\varphi(-1)$，$\varphi(1)$，$\varphi(2)$.

（4）判断 $f(x)=1+\sqrt{x^2-1}$ 在 $[1, 2)$ 内的增减性.

（5）求函数 $y=\sqrt{\sin x}$的反函数．

4. 综合题（27 分，每题 9 分）．

（1）已知 $f(\sqrt{x}+1)=x+2\sqrt{x}$，求 $f(x)$ 和 $f(e^x)$．

（2）已知 $y=u^2$，$u=\sqrt[3]{x-1}$，$x=e^t$，将 y 表示为 t 的函数．

（3）某工厂生产某产品，固定成本为 500 元，每生产一单位的产品，成本增加 10 元，产品的售价为 110 元，且产销平衡，求利润函数．

单元试题参考答案

单元试题一

1.（1）（A）；（2）（A）；（3）（B）；（4）（C）；（5）（D）；（6）（B）.

2.（1）$y=x$；（2）y 轴；（3）$\dfrac{x-1}{x}$；（4）$(-1,+\infty)$；（5）$f(x)=\ln(1-x)$.

3.（1）x^9-1，$(x^3-1)^3$；（2）$(-\infty,0)\cup(0,1)\cup(1,2)\cup(2,+\infty)$；

（3）$e^{-\pi}$，1，$\cos 2$；（4）2；（5）$y=\dfrac{1+\arccos x}{1-\arccos x}$.

4.（1）$\overline{P}=\dfrac{16}{5}$；（2）$R(Q)=\begin{cases}130Q, & 0\leqslant Q\leqslant 500\\ 65\ 000+117Q, & 500<Q\leqslant 1\ 500\end{cases}$.

单元试题二

1.（1）（B）；（2）（A）；（3）（C）；（4）（C）；（5）（D）；（6）（B）.

2.（1）0；（2）-1；（3）$y=-\sqrt{x+1}$；（4）$(-\infty,3]$；（5）$y=e^{1-x}+2$.

3.（1）π，$\dfrac{\sqrt{2}}{2}$；（2）$[-1,1)$；（3）-1，0，1；（4）增函数；（5）$y=\arcsin x^2$.

4.（1）$f(x)=x^2-1$，$f(e^x)=e^{2x}-1$；（2）$y=\sqrt[3]{(e^t-1)^2}$；（3）$L(Q)=100Q-500$.

第二章

函数的极限

一、内容提要与基本要求

（一）内容提要

本章介绍极限的基本知识，包括数列极限的概念、函数极限的概念，极限的运算法则及两个重要极限，无穷大量与无穷小量的概念及性质，连续性与间断点，闭区间上函数连续的性质．

（二）内容结构