高等职业教育iPraclass新形态教材

高等数学

（建筑与经济类）

第4版

刘之林　鲁韦昌 / 主编

北京理工大学出版社
BEIJING INSTITUTE OF TECHNOLOGY PRESS

高等职业教育 iPraclass 新形态教材

高等数学

（建筑与经济类）

第 4 版

主　编　刘之林　鲁韦昌
副主编　李兴莉　谭启军　万　轩
参　编　孙　佳　屠　娟　陈万清
主　审　陈锦连

北京理工大学出版社
BEIJING INSTITUTE OF TECHNOLOGY PRESS

内容简介

本书是根据国务院《关于加快发展现代职业教育的决定》文件精神，结合当前高职教学的现状与特点而编写的．在编写时，始终坚持“以应用为目的，以必需、够用为度”的原则，突出实用性、专业性，侧重基础，淡化理论推导，注重利用数学方法解决相关专业问题的能力培养．

本书的特色是通过引入数学在建筑、经济等相关领域的应用实例，彰显“贴近实际，面向专业”的教学思想；通过引入数学历史，感受数学文化的熏陶，领悟数学的思想和方法，激发学生学数学、用数学的极大兴趣．

本书的主要内容包括：初等函数、极限与连续、导数与微分、不定积分、定积分及其应用，微分方程，矩阵与线性代数、概率论基础、统计基础、MATLAB 数学实验等．

本书可供高职高专院校中建筑类、经济管理类等少学时专业学生使用．

图书在版编目（CIP）数据

高等数学：建筑与经济类/刘之林，鲁韦昌主编．—4 版．—北京 ：北京理工大学出版社，2019.10

ISBN 978-7-5682-7690-0

Ⅰ．①高…　Ⅱ．①刘… ②鲁…　Ⅲ．①高等数学-高等学校-教材　Ⅳ．①O13

中国版本图书馆 CIP 数据核字（2019）第 226591 号

出版发行 / 北京理工大学出版社有限责任公司
社　　址 / 北京市海淀区中关村南大街 5 号
邮　　编 / 100081
电　　话 / （010）68914775（总编室）
（010）82562903（教材售后服务热线）
（010）68948351（其他图书服务热线）
网　　址 / http：//www.bitpress.com.cn
经　　销 / 全国各地新华书店
印　　刷 / 三河市天利华印刷装订有限公司
开　　本 / 787 毫米×1092 毫米　1/16
印　　张 / 21.5　　责任编辑 / 江　立
字　　数 / 505 千字　　文案编辑 / 江　立
版　　次 / 2019 年 10 月第 4 版　2019 年 10 月第 1 次印刷　　责任校对 / 周瑞红
定　　价 / 43.80 元　　责任印制 / 施胜娟

图书出现印装质量问题，请拨打售后服务热线，本社负责调换

前言

21 世纪，世界进入了经济全球化和技术激烈竞争的崭新时代．为了适应这一形势，国家多部委制定了《现代职业教育体系建设规划》，要求高等职业教育培养的高级技术型人才做到无缝衔接行业的新业态、新产业、新技术，以服务于产业化发展需要．因此，我们希望通过高等数学的教学，着力发展学生获得知识及知识转向技能的能力，提升学生的实作水平及职业技术的创新力．通过高等数学的学习，使学生学会运用微积分的基本思想及理论，逻辑分析与辩证思考问题，利用 MATLAB 软件编程，科学地解决房地产行业发展中出现的数量关系的问题，智慧地决策建筑工程和房地产经营服务领域的实际问题．

本书在编写时，将多年的教学经验与房地产行业的实际问题，融会贯通于基本理论与方法之中，既考虑行业发展和学生学业发展的前瞻性，又考虑知识、文化继承发扬的公益性．满足了房地产职业对高等数学的基本要求，其特点：行业突出、理论系统、举例详实、讲解透彻、言简意赅、难度适宜．

本书的针对性和实用性都非常强，我们真心希望读者能开卷受益，因此，给予推荐与建议．

致教师：教材中的数学知识脉络清晰，知识点剖析透彻，提纲挈领，采用多种教学手段逐步渗透，达到学生领会及运用．教材中的数学实验为学生掌握 MATLAB 软件编程而备，运用在数据化的计算、分析、建模、决策之所需．教材中的第一至六章是一元函数微积分学，为基本模块，建议教学时数为 75 学时；第七章是线性代数为应用模块 I，建议教学时数 10 学时；第八至十章是概率论与数理统计，为应用模块 II，建议教学时数 20 学时．两个应用模块相互独立，根据各专业要求及学生实际情况可采取基础模块与应用模块组合教学．

致学生：教材中包含丰富有趣的实例，大量同步的练习，所论知识主线清楚，文字浅显易懂．若要参加专升本考试，认真研读内容，独立完成练习，吃透知识点，也就足矣．若要深入学习房地产专业相关知识与技能，多动脑动手，也有足够的底气应对专业技能中的问题．

本书第一版、第二版、第三版由重庆房地产职业学院的教师刘之林、鲁韦昌主编，李元红、李兴莉、谭启军、杨凤勤、高仕学、屠娟、孙佳、陈万清等参与编写．

本书的第三版自2018年出版以来，已经经历了多次教学实践．我们根据在实践中积累的丰富教学经验，再一次对其进行了全面修订，包括优化教材内容结构，降低部分例题和习题的难度，增加习题中的基础题等，充分体现“以应用为目的，以必需、够用为度”的原则．主要参编者有刘之林、鲁韦昌、李兴莉、谭启军、万轩等，陈锦连主审．

本书在编写过程中，得到了重庆房地产职业学院副院长何超的精心指导，以及各系部领导、老师和学生的大力支持，以及同仁的亲切关怀，在此，一并表示最诚挚地谢意！

由于作者水平所限，书中难免有不足之处，恳请专家、学者和广大读者给予批评指正，我们不胜感激！

编　者

目 录

第一章
函　数

初等数学的研究对象基本上是常量及其运算，而高等数学的研究对象主要是变量及变量之间的依赖关系．这种依赖关系的主要表现形式就是函数．函数是近代数学的基本概念之一．本章将介绍函数的概念、初等函数及其性质．

第一节　函数的概念

一、集合　区间　邻域

（一）集合

1．集合的概念

集合是现代数学中一个重要的基本概念．所谓**集合**，就是指具有某种共同属性的事物的全体．构成集合的每一个事物称为该集合的**元素**．

例如：

（1）某工厂生产的全部产品；

（2）某班级的全体同学；

（3）学校图书馆的全部藏书；

（4）全体偶数；

（5）方程 $x^2-4x+3=0$ 的根．

由有限个元素组成的集合称为**有限集**，上例中（1）、（2）、（3）这三个集合都是有限集；由无穷多个元素组成的集合称为**无限集**，上例中（4）、（5）这两个集合都是无限集．

习惯上，用大写字母 A，B，C，…表示集合，而用小写字母 a，b，c，…，x，y，…表示集合中的元素．若 x 是集合 A 中的元素，那么记作 $x\in A$，读作“x 属于 A”；若 x 不是集合 A 中的元素，记作 $x\notin A$，读作“x 不属于 A”．

以后用到的集合主要是数集，即元素都是数的集合．如果没有特别声明，以后提到的数都是实数．

自然数集记作 $\mathbf{N}$；正整数集记作 $\mathbf{N}^*$；整数集记作 $\mathbf{Z}$；有理数集记作 $\mathbf{Q}$；实数集记作 $\mathbf{R}$；不含任何元素的集合称为空集，记作 $\varnothing$．

集合的元素必须是确定的，也就是说，给定一个集合以后，任何一个事物是不是这个集

合中的元素也就确定了，不能模棱两可. 例如，给定自然数集 $\mathbf{N}$，则可以判定 $3\in\mathbf{N}$，但 $\sqrt{2}\notin\mathbf{N}$，$\frac{2}{5}\notin\mathbf{N}$. 又如，“全体好人”就不能组成一个集合，因为组成它的元素是不确定的.

集合中的元素又是互异的，即集合中的元素是不能重复出现的，任何两个相同的元素在同一个集合中只能算作一个元素.

集合中的元素是没有顺序的. 例如，由数字 2，4，6，8 组成的集合与由数字 8，4，6，2 组成的集合是同一个集合.

2. 集合的表示方法

集合常用的表示方法有：列举法、描述法.

把集合中的元素一一列举出来，写在大括号内，元素之间用逗号隔开，这种表示集合的方法称为**列举法**. 例如，由 1，3，5，7 组成的集合 A，可表示为 $A=\{1,3,5,7\}$.

把集合中的所有元素具有的共同属性描述出来，写在大括号内，这种表示集合的方法称为**描述法**，描述法表示集合的一般形式为：

$$A=\{x\mid x\text{ 所具有的共同属性}\}$$

例如，不等式 $x^2-4x+3\geqslant 0$ 的解组成的集合（解集）可表示为 $\{x\mid x^2-4x+3\geqslant 0\}$.

3. 集合的运算

（1）交集

一般地，对于两个给定的集合 A、B，由属于集合 A 且属于集合 B 的元素组成的集合叫做 A 与 B 的**交集**，记作 $A\cap B$，读作“A 交 B”. 即 $A\cap B=\{x\mid x\in A\text{ 且 }x\in B\}$.

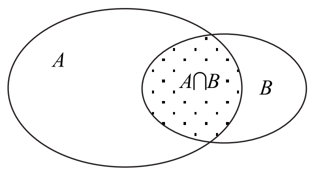

图 1-1

集合 A 与集合 B 的交集可用图 1-1 中的阴影部分来表示.

对于任意集合 A、B、C，交集有以下运算规律：

①交换律：$A\cap B=B\cap A$；

②结合律：$(A\cap B)\cap C=A\cap(B\cap C)$.

例 1 设 $A=\{(x,y)\mid x+y=0\}$，$B=\{(x,y)\mid x-y=4\}$，求 $A\cap B$.

解 解方程组 $\begin{cases}x+y=0\\x-y=4\end{cases}$ 得 $\begin{cases}x=2\\y=-2\end{cases}$，所以 $A\cap B=\{(2,-2)\}$.

例 2 设 $A=\{x\mid -1<x\leqslant 2\}$，$B=\{x\mid 0<x\leqslant 3\}$，求 $A\cap B$.

解 $A\cap B=\{x\mid -1<x\leqslant 2\}\cap\{x\mid 0<x\leqslant 3\}=\{x\mid 0<x\leqslant 2\}$，如图 1-2 所示.

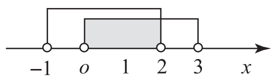

图 1-2

（2）并集

一般地，由所有属于集合 A 或属于集合 B 的元素构成的集合，称为集合 A 与 B 的**并集**，记作 $A\cup B$，读作“A 并 B”. 即 $A\cup B=\{x\mid x\in A\text{ 或 }x\in B\}$.

集合 A 与集合 B 的并集可用图 1-3 来表示.

对于任意集合 A、B、C，并集有以下运算规律：

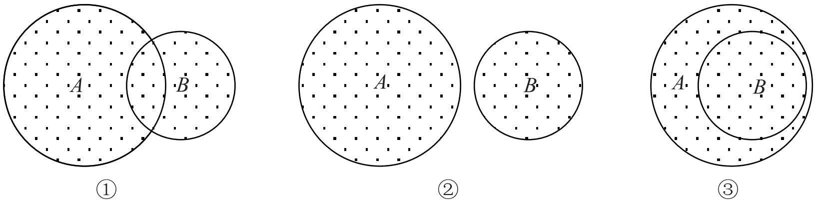

图 1-3

①交换律：$A\cup B=B\cup A$；

②结合律：$(A\cup B)\cup C=A\cup(B\cup C)$.

例 3　已知集合 A、B，求 $A\cup B$.

① $A=\{2,4\}$，$B=\{-1,0,1\}$；

② $A=\{1,3,5\}$，$B=\varnothing$；

③ $A=\{2,4\}$，$B=\{1,2,3,4\}$.

解　① $A\cup B=\{2,4\}\cup\{-1,0,1\}=\{-1,0,1,2,4\}$；

② 因为$\varnothing$是不含任何元素的集合，所以 $A\cup B=\{1,3,5\}\cup\varnothing=\{1,3,5\}$；

③ 集合 A 是集合 B 的子集，$A\cup B=\{1,2,3,4\}=B$.

(3) 补集

一般地，如果一个集合含有我们所研究问题中涉及的所有元素，那么就称这个集合为**全集**，通常记作 U.

对于一个集合 A，由全集 U 中不属于集合 A 的所有元素组成的集合称为集合 A 相对于全集 U 的**补集**，简称为集合 A 的补集，记作 C_UA，读作"A 在 U 中的补集".

集合 A 在全集 U 中的补集可用图 1-4 来表示.

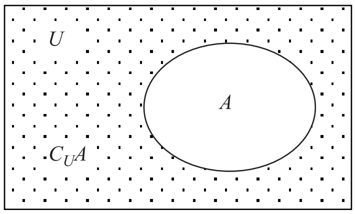

图 1-4

例 4　设 $U=\{0,1,2,3,4,5,6,7,8,9\}$，$A=\{1,3,4,5\}$，$B=\{3,5,7,8\}$. 求 C_UA 及 C_UB.

解　$C_UA=\{0,2,6,7,8,9\}$；$C_UB=\{0,1,2,4,6,9\}$.

(二) 区间

区间是用得较多的一类数集的表示法. 下面介绍一些常用的区间记号.

开区间：　$(a,\ b)=\{x|a<x<b\}$；

闭区间：　$[a,\ b]=\{x|a\leqslant x\leqslant b\}$；

半开半闭区间：　$(a,\ b]=\{x|a<x\leqslant b\}$，$[a,\ b)=\{x|a\leqslant x<b\}$；

无穷区间：　$(a,\ +\infty)=\{x|x>a\}$，$(-\infty,\ b)=\{x|x<b\}$，

$[a,\ +\infty)=\{x|x\geqslant a\}$，$(-\infty,\ b]=\{x|x\leqslant b\}$，

$(-\infty,\ +\infty)=\{x|-\infty<x<+\infty\}$.

注意"∞"(读作无穷大)不是数，它只是一个符号.

由于实数与数轴上的点一一对应，所以，有限区间可用数轴上从点 a 到点 b 的线段来表示，无穷区间可用射线或整个数轴来表示. 其中 a，b 称为区间的端点（a 称为左端点，b 称

为右端点），根据区间类型，端点有时包含在线段内，有时不包含在线段内．在区间内而不是端点的点称为区间的内点．如图1-5（a）、图1-5（b）分别表示开区间（a，b）及闭区间［a，b］，图1-5（c）、图1-5（d）分别表示［a，$+\infty$）和（$-\infty$，b）．

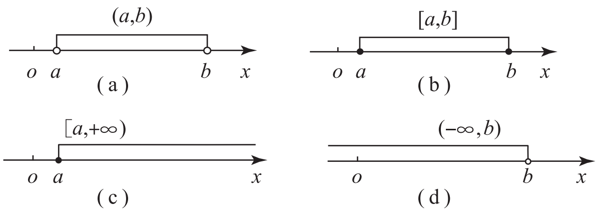

图1-5

（三）邻域

邻域是开区间的又一种记法．我们知道有限区间是由两个端点确定的．除此之外，我们还可以把区间记为对称的两部分，这时，确定区间的两个因素就是中心和半径．

例如：区间（2，9），它的中心是$\dfrac{2+9}{2}=\dfrac{11}{2}$，半径是$\dfrac{9-2}{2}=\dfrac{7}{2}$．所以

$$(2,\ 9)=\left\{x\,\middle|\,\left|x-\frac{11}{2}\right|<\frac{7}{2}\right\}=\left(\frac{11}{2}-\frac{7}{2},\quad \frac{11}{2}+\frac{7}{2}\right)$$

一般地，设a，δ为两个实数，且$\delta>0$，称数集$\{x \| x-a|<\delta\}$为**点a的δ邻域**，记为$U(a,\ \delta)$，其中点a称为**邻域的中心**，δ称为领域的**半径**．$U(a,\ \delta)$就表示一个以a为中心，长度为2δ的区间（$a-\delta$，$a+\delta$）（图1-6（a）），即

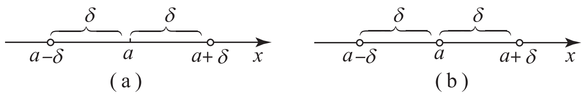

图1-6

$$U(a,\ \delta)=\{x \| x-a|<\delta\}=(a-\delta,\ a+\delta)$$

不包含中心的邻域，称为**去心邻域**（图1-6（b）），记为$U(\hat{a},\ \delta)$，即

$$U(\hat{a},\ \delta)=\{x\mid 0<|x-a|<\delta\}$$

这里$0<|x-a|$就表示$x\neq a$，这时，

$$U(\hat{a},\delta)=\{x|0<|x-a|<\delta\}=(a-\delta,a)\cup(a,a+\delta)$$

一般地，开区间（$a-\delta$，a）称为a的**左邻域**，开区间（a，$a+\delta$）称为a的**右邻域**．

二、函数的概念

在自然界或工程技术中，存在着各种各样的量．有些量在研究的过程中可以相对地保持一定的数值而不发生变化，这种保持一定数值而不变的量，数学上称为**常量**．习惯上用字母a，b，c，…来表示常量．但是，在自然界和工程技术中还大量存在着另一类量——**变量**，它们是在所研究的过程中要发生变化，可以取得不同数值的量．常用字母x，y，z，…表示变量．

在事物的运动过程中，发生变化的量往往不止一个，并且这些变量的变化也不是孤立的，而是相互影响的，常常存在着某种确定的依赖关系．正如恩格斯所说："在自然界里，同样的辩证法的运动规律在无数错综复杂的变化中发生作用．"（恩格斯：《反杜林论》）．变量与变量之间的依赖关系正是高等数学研究的主要问题．现在我们就两个变量的情形考察几个实例．

例5 记圆的面积为A，半径为r，则r与A之间的依赖关系可由公式$A=\pi r^2$给定．若r发生变化，则A也相应地发生变化．一般地，当半径r在区间（0，$+\infty$）内任意取定一

个数值时，由上式就可以确定圆面积 A 的相应数值.

例 6　某气象台用自动温度记录仪把一天的气温变化情况自动描绘在记录纸上，得到如图 1－7 所示的曲线. 由这条曲线可以看出，对于一天 $[0,24)$ 时内的每一时刻 t，都有唯一确定的气温 T 与之对应.

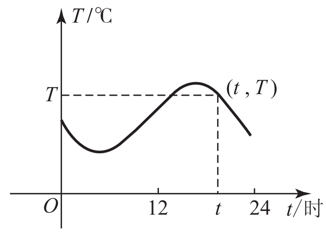

图 1－7

例 7　根据全国大学生数学建模组委会提供的信息，从 2008 年至 2017 年重庆赛区参赛队数如表 1－1 所示.

表 1－1

年份 t	2008	2009	2010	2011	2012	2013	2014	2015	2016	2017
参赛队数 N	576	604	726	805	789	821	884	883	1 038	1 241

由表 1－1 可以看出，在参赛队数 N 与年份 t 之间存在明确的对应关系，当年份 t 在 $[2008,2017]$ 内每取一个整数值时，由上表即可得到参赛队数 N 的唯一一个对应值.

以上三例的实际意义虽不相同，但却具有共同之处：在所描述的变化过程中都有两个变量，当其中的一个变量在**一定的变化范围**内取定一个数值时，按照**某个确定的法则**，另一个变量有**唯一确定**的数值与之对应. 变量之间的这种**对应关系**就是函数概念的实质.

1. 函数的定义

定义 1.1　设 x，y 是两个变量，D 是一个给定的数集. 若对于任意的 $x\in D$，按照一定的法则 f，变量 y 总有唯一确定的数值与之对应，则称变量 y 是变量 x 的**函数**，记作

$$y=f(x),\ x\in D$$

其中 x 称为**自变量**，y 称为**因变量**. 自变量 x 的变化范围 D 称为函数的**定义域**.

当 x 取数值 $x_0(x_0\in D)$ 时，与 x_0 对应的 y 的数值称为函数 $y=f(x)$ 在点 x_0 处的**函数值**，记作 $f(x_0)$ 或 y_0，也可记作 $y|_{x=x_0}$，此时称函数 $y=f(x)$ 在点 x_0 处有定义. 当 x 遍取 D 中的每一个数值时，对应的函数值的全体组成的数集 $W=\{y|y=f(x),x\in D\}$ 称为函数$y=f(x)$的**值域**.

在函数的定义中，表示对应法则的记号是可以任意选取的，除了常用的 f 外，还可用其他的字母，如 F，φ，g 等.

由函数的定义可知，函数的值域是由定义域和对应法则确定的，所以定义域和对应法则是函数的两个要素．当且仅当两个函数的定义域和对应法则分别都相同时，两个函数才是同一函数.

例 8　设有函数 $f(x)=x-1$ 和 $g(x)=\dfrac{x^2-1}{x+1}$，判断二者是否为同一函数？

解　当 $x\neq-1$ 时，函数值 $f(x)=g(x)$，即二者的对应法则相同，但 $f(x)$ 的定义域为 $(-\infty,+\infty)$，而 $g(x)$ 的定义域为 $(-\infty,-1)\cup(-1,+\infty)$. 由于二者的定义域不同，所以它们不是同一函数.

例 9　设有函数 $f(x)=1$ 和 $g(x)=\sin^2x+\cos^2x$，判断二者是否为同一函数？

解　$f(x)$ 与 $g(x)$ 的定义域都为 $(-\infty,+\infty)$，且对每一个 $x\in(-\infty,+\infty)$，它们都有函数值 1 与之对应，因此它们的对应法则也相同. 所以，$f(x)$ 与 $g(x)$ 是相同的

函数.

例 10 函数 $y=\sqrt{x}$和函数 $u=\sqrt{v}$是否为同一函数？

解 函数 y 和 u 的定义域相同，都是 $[0, +\infty)$；对于自变量的每一个取值，它们对应的函数值都是自变量的算术平方根，因此，它们的对应法则也相同. 所以，它们是相同的函数.

由以上各例可以清楚地看到，函数由它的定义域和对应法则完全确定，而与它的自变量和因变量用什么符号表示没有关系，因此，在必要时可对函数的变量名称进行更换.

2. 函数的定义域

关于函数的定义域，通常按以下两种方式确定：一种是有实际背景的函数，应根据变量的实际意义来确定. 另一种是用代数式来表达的抽象函数，通常约定这种函数的定义域是使得代数式有意义的一切自变量取值组成的集合. 这种定义域称为函数的**自然定义域**. 定义域可以用集合表示，也可以用区间表示.

确定函数的定义域一般应满足以下基本原则：

(1) 分式的分母不能为 0；

(2) 负数不能开偶次方；

(3) 对数的底数要大于 0 且不等于 1，真数要大于 0.

例 11 求函数 $y=\sqrt{16-x^2}+\dfrac{1}{x+1}$的定义域.

解 要使函数有意义，必须满足

$$\begin{cases}16-x^2\geqslant 0\\ x+1\neq 0\end{cases}$$

解此不等式组得

$$\begin{cases}-4\leqslant x\leqslant 4\\ x\neq -1\end{cases}$$

即
$$-4\leqslant x\leqslant 4 \text{ 且 } x\neq -1$$

故函数的定义域为$\{x\mid -4\leqslant x\leqslant 4 \text{ 且 } x\neq -1\}$.

例 12 求函数 $y=\ln(x+1)+\dfrac{x-1}{\sqrt{x^2+2x-15}}$ 的定义域.

解 要使函数有意义，必须满足

$$\begin{cases}x+1>0\\ x^2+2x-15>0\end{cases}$$

解此不等式组得

$$\begin{cases}x>-1\\ x<-5 \text{ 或 } x>3\end{cases}$$

即
$$x>3$$

故函数的定义域为 $\{x\mid x>3\}$.

在实际问题中，有时会遇到一个函数在定义域的不同范围内用不同的解析式来表示的情形，这样的函数称为**分段函数**.

如符号函数

$$y=\operatorname{sgn}x=\begin{cases}1 & x>0\\ 0 & x=0\\ -1 & x<0\end{cases}$$

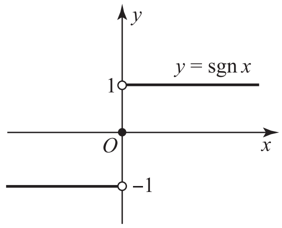

图 1-8

它的定义域 $D=(-\infty,+\infty)$，值域 $W=\{-1,0,1\}$ （如图 1-8所示），但是它的定义域被分成三部分，在每一部分有不同的对应法则.

又如绝对值函数

$$y=|x|=\begin{cases}x & x\geqslant 0\\ -x & x<0\end{cases}$$

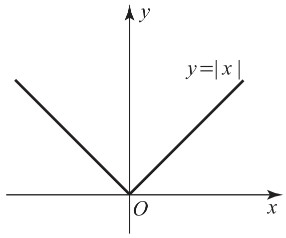

图 1-9

它的定义域 $D=(-\infty,+\infty)$，值域 $W=[0,+\infty)$（如图 1-9所示）.

注意

(1) 分段函数在整个定义域上是一个函数而不是几个函数；

(2) 求分段函数的定义域时只需将后面的分段区间合并起来即可.

3. 函数值

关于函数值的计算，我们应将函数表达式中自变量的位置理解为一个空位. 例如，函数 $f(x)=x^2-5x-9$，可理解为 $f(\quad)=(\quad)^2-5(\quad)-9$，这三个空位应填入相同的对象，它可以是一个数，也可以是一个代数式，甚至可以是一个抽象的函数符号.

例 13　设 $f(x)=\sqrt{4+x^2}$，求下列函数值：$f(1)$，$f(-1)$，$f\left(\dfrac{1}{a}\right)$，$f(x_0)$，$f(f(x))$.

解　$f(1)=\sqrt{4+1^2}=\sqrt{5}$；

$f(-1)=\sqrt{4+(-1)^2}=\sqrt{5}$；

$f\left(\dfrac{1}{a}\right)=\sqrt{4+\left(\dfrac{1}{a}\right)^2}=\dfrac{\sqrt{4a^2+1}}{|a|}$；

$f(x_0)=\sqrt{4+x_0^2}$；

$f(f(x))=\sqrt{4+(f(x))^2}=\sqrt{4+(\sqrt{4+x^2})^2}=\sqrt{8+x^2}$.

例 14　设 $\varphi(x)=\begin{cases}|\sin x| & |x|<\dfrac{\pi}{3}\\ 0 & |x|\geqslant\dfrac{\pi}{3}\end{cases}$，求 $\varphi\left(\dfrac{\pi}{6}\right)$，$\varphi(-2)$，$\varphi\left(-\dfrac{\pi}{4}\right)$.

解　$\varphi\left(\dfrac{\pi}{6}\right)=\left|\sin\dfrac{\pi}{6}\right|=\dfrac{1}{2}$；

$\varphi(-2)=0$；

$\varphi\left(-\dfrac{\pi}{4}\right)=\left|\sin\left(-\dfrac{\pi}{4}\right)\right|=\left|-\dfrac{\sqrt{2}}{2}\right|=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$.

4. 函数的主要表示方法

函数的主要表示方法有三种：表格法、图像法、解析法.

表格法就是用表格来表示自变量与因变量之间的函数关系．其优点是可以直接由表格得出自变量所对应的函数值，缺点是函数的变化趋势不直观，而且表格法有时不能穷尽一切函数值.

图像法就是用图像来表示自变量与因变量之间的函数关系．所谓函数 $y=f(x)$，$x\in D$ 的图形，即坐标平面上的点集

$$\{(x,\ y)\mid y=f(x),\ x\in D\}$$

如图 1－10 所示．其优点是函数的变化趋势直观形象，缺点是不能穷尽一切函数值，而且不能由图形得到精确的函数值.

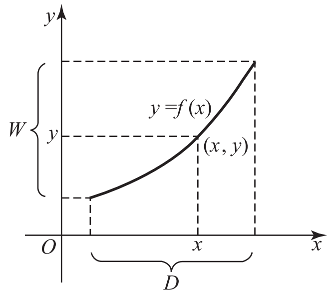

图 1－10

解析法就是将自变量与因变量之间的关系用一个等式来表示，这个等式叫做函数的解析式．其优点是对于任意一个自变量的取值，可以通过计算得到精确的函数值．通过函数的计算，可以由一个或几个函数构成新的函数，同时还可以预测新函数的性质．例如，海王星和冥王星的发现就不是首先被天文学家看到的，而是先被科学家计算出来，然后“按图索骥”，在茫茫星海中大海捞针一般搜索出来的．函数计算的优点可见一斑．解析法的缺点是不直观，有些函数的计算很复杂，而且不是所有的函数关系都能用解析式来表达.

习题 1－1

1. 下列各题中，函数 $f(x)$ 与 $g(x)$ 是否相同？为什么？

(1) $f(x)=\dfrac{x^2-1}{x-1}$，$g(x)=x+1$；　　(2) $f(x)=\sqrt{x^2}$，$g(x)=|x|$；

(3) $f(x)=\sqrt[3]{x^3}$，$g(x)=x$；　　(4) $f(x)=\sqrt{x^2}$，$g(x)=x$.

2. 求下列函数的定义域：

(1) $y=\dfrac{1}{1-x}$；　　(2) $y=\sqrt{3x+2}$；

(3) $y=\sqrt{x^2-4}$；　　(4) $y=\dfrac{1}{x}-\sqrt{1-x^2}$；

(5) $y=\sqrt[3]{2x+1}$；　　(6) $y=\dfrac{1}{\sqrt{x+2}}+\ln(2x-1)$.

3. 已知 $f(x)=\sqrt{x^2+x+1}$，求 $f(0)$、$f(-1)$、$f(1)$、$f(2)$.

4. 已知 $f(x)=\dfrac{x-1}{x+1}$，求 $f(0)$，$f(a+h)$，$f[f(x)]$.

5. 设 $f(x)=\begin{cases}2x+5 & x>0\\ 1 & x=0\\ x^3 & x<0\end{cases}$，求 $f(0)$，$f\left(\dfrac{1}{2}\right)$，$f(-1)$，$f[f(0)]$.