

高中 数学 实验



GAOZHONG SHUXUE SHIYAN

张倬霖 王国江 王东 杨柏村 张建国 © 编著



上海社会科学院出版社
SHANGHAI ACADEMY OF SOCIAL SCIENCES PRESS

高中 数学 实验



GAOZHONG SHUXUE SHIYAN

张倬霖 王国江 王东 杨柏村 张建国 © 编著



上海社会科学院出版社
SHANGHAI ACADEMY OF SOCIAL SCIENCES PRESS

图书在版编目(CIP)数据

高中数学实验 / 张倬霖等编著. — 上海 : 上海社会科学院出版社, 2019

ISBN 978-7-5520-2097-7

I. ①高… II. ①张… III. ①中学数学课—高中—教学参考资料 IV. ①G634.603

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2020)第 054799 号

高中数学实验

编 著 / 张倬霖 王国江 王东 杨柏村 张建国

责任编辑 / 何红燕

封面设计 / 郁心蓝

出版发行 / 上海社会科学院出版社

上海顺昌路 622 号 邮编 200025

电话总机 021-63315947 销售热线 021-53063735

<http://www.sassp.cn> E-mail:sassp@sassp.cn

照 排 / 北京林海泓业文化有限公司

印 刷 / 上海新文印刷厂

开 本 / 787 毫米×1092 毫米 1/16

印 张 / 8.75

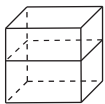
字 数 / 189 千字

版 次 / 2019 年 12 月第 1 版 2019 年 12 月第 1 次印刷

ISBN 978-7-5520-2097-7/G · 794

定价:59.80 元

版权所有 翻印必究



作者简介 ZUOZHEJIANJIE

张倬霖

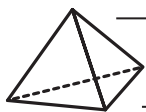
中学数学高级教师. 现任上海市行知中学数学教研组长, 被评为宝山区首席教师、宝山区第二届学科研究团队领衔人. 曾获上海市青年教师教学大奖赛一等奖、全国青年教师优秀课评选二等奖、区师德高尚教师称号、区教育系统十佳青年、区先进工作者.

主持参与市区级多个项目研究工作, 在省市级核心刊物上发表论文近 10 多篇, 其中《初高中数学衔接教学的研究》曾获上海市中学数学教研论文评选二等奖、区一等奖, 《数学新教材使用中的例习题选择及试题命制》曾获区教科研成果二等奖. 主持编写《高中数学解题策略》《基于核心素养的创新教学设计》《数学思想、方法、规律与技巧诠释》《高中数学学科指南》等书, 并参与 10 余本书的编写.

王国江

上海市杨浦区教育学院高中数学教研员; 上海市正高级教师, 上海市数学特级教师; 杨浦区教育系统第八批优秀专业技术人才; 区教科研工作先进个人, 学科带头人; 名师工作室主持人; 上海市教委教研室重大项目主持人; 上海市数学专业委员会理事; 中国高等教育学会教育数学专业委员会副秘书长、常务理事; 上海市青少年人才培养基地——上海大学数学科学实践工作站学术委员会专家; 上海师范大学教育硕士研究生导师; 杨浦区学科高地秘书长; 区骨干教师、学科带头人工作坊坊主; 上海教育评审专家库成员; 《上海中学数学》特聘编辑; “上海市教师资格教育能力测试”评审专家; 上海高考数学学科点评专家; 华东师范大学出版社教材、课程开发专家委员会委员.

承担过多项市级课题与项目, 并获奖. 在《数学教学》等 12 种杂志上发表论文 40 多篇, 主编或编著书 50 多本. 多篇学术论文及教研专业发展成果, 曾获国家级、市级、区级以上奖项. 所著的《中学数学教学艺术》《数学开放性问题》等书为上海市教师共享课程; “基于核心素养高中数学命题研究”为华东师范大学开放教育学院市级网络课程; 多次参加全国学术研讨会, 去山东、河南、贵州、天津、杭州、厦门等地讲学.



序言 XUYAN

高中数学大都是 17 世纪及其以前发现的知识,中学生学习这些数学知识的主要目的除了为继续学习打下基础外,最重要的是培养其创新精神和数学素养.数学素养是个人发展所需要的思维品质和关键能力,是在数学学习的过程中逐步形成的.在中学数学的日常教学中,突出引领学生如何去探索和发现知识,从问题出发,总结出定理,引导学生把所学内容重新“发现”一遍,实现对知识和方法的再创造,是培养和提升学生数学素养的行之有效的的重要途径.由王国江主编的“数学核心素养”系列丛书《高中数学实验》正是用上述思想培养学生数学素养的一部力作.

《高中数学实验》以教学实践为切入点、以改变学习方式为固着点,对数学实验这一全新数学教学模式从实践和理论两方面进行了有益探索,让学生在观察、实验、猜想、验证、推理与交流等丰富的数学活动中达到“想学”“会学”“学会”“数学好玩”的效果.

《高中数学实验》首先对高中数学实验的特质及其在教育教学中的目的性作了明确的表述,接着从不同的分类出发,编选了大量的实例,用生动形象的实际操作案例将本来抽象甚至枯燥的数学知识对读者娓娓道来,让普通的受众也能参与进来,体验数学探究的乐趣,同时又在不知不觉中渗透了在科学突破上至关重要的实验、猜想、归纳、创新等能力培养.对于教师,该书是一本很有价值的参考资料,在教学中进行借鉴和学习;对于学生,可以跟随每一个案例的操作流程,仔细品味数学知识是如何发现、如何发展、如何与自然科学及人文艺术相互交融,充分感受数学的魅力.

通览全书,《高中数学实验》既有普通人随时随地就能参与进来的趣味实践,如“滚动圆的自转问题”“两枚硬币就可以玩得不亦乐乎”,也有运用各种数学原理和编程技术进行探究的科学问题.可以看出,书中大量的案例都凝结着作者在大量的实践过程中的深入思考、灵光一现的感想,大量材料的分析汇总与深层次的综合研究,映射着他们对数学的挚爱、对教学的热情、对学生的真情.

《高中数学实验》的作者是高中数学教学一线的优秀教师.作者张倬霖是任职于上海市行知中学,是上海市数学高级教师、数学教研组长、宝山区首席教师;作者王国江是上海市杨浦区

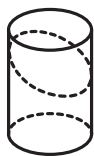
高中数学教研员、特级教师、正高级教师、杨浦区拔尖人才。值得一提的是,王国江还是中国高等教育学会教育数学专业委员会的副秘书长、常务理事,在大学数学与中学数学的衔接与贯通方面的研究也颇有造诣。

我深信这本书的出版发行,将会引领学生更好地认识数学与科学发展的本质,激发学生探索数学与科学的热情,有效提升学生的数学素养;同时会吸引更多的一线数学教师以培养学生的数学素养为宗旨进行数学教学与研究。

中国高等教育学会教育数学专业委员会理事长

上海大学二级教授博士生导师王卿文

2019年10月8日于上海大学



前言 QIANYAN

说起数学,长期以来,从小学到大学十几年,数学一直是一门主课,所讲的,所练的,所教所考的主要是计算方法、公式推算、定义的叙述、定理的证明……说起实验,也许大多数人的第一反应是物理、化学、生物等学科,眼前浮现的多半是试管、酒精灯、万用电表、显微镜等.那么当数学与实验这两个关键词相遇的时候,尤其是在其前面加上了“高中”这样一个定语,会催生出什么样的知识果实呢?

在本书中,我们通过长期的教学实践、阅读搜索、分析汇总、项目研究、博采众长,对数学实验的本质特征作了相对明确的阐述,并在此基础上,强调了高中数学实验与数学实验及其教学的不同,从实验环境、实验过程和实验目的三个不同的角度加以区分,并特别突出对高中数学实验的教育教学功能的研究.

根据学生的学习特点,并结合教育部倡导的学科核心素养的培养的精神,我们通过对实验、猜想、归纳、证明、创新等能力的培养,以激发学生的学习积极性为基础,渗透学生的体验、感悟和实践过程为核心,运用一定的物质手段,在教学思维活动的参与下,在典型的实验环境中或特定的实验条件下组织进行数学探究活动.高中数学实验是让学生在“做数学”中“学数学”和“用数学”,基于此,我们通过多年教学实践,基于改变教学方式,建立了高中数学实验团队,将大家在教学过程中遇到的、有一定的教育教学价值的问题汇总起来,经过筛选并进行深入研究,并逐步形成文字,汇总了一批数量可观的数学实验案例.这些案例,有的具有很强的可操作性,与其他学科知识相结合,通过简单的实验操作揭示出深刻的结论,如“等比定理的发现”;有的将高等数学的知识,通过实际操作将一个我们熟悉的问题用一个意想不到的方式呈现在我们眼前,如“折纸游戏探究椭圆”;有的则是在对一个数学知识或现象探究的过程中,促使学生去使用一些特定的辅助软件,如“MATLAB”“GeoGebra”等,在使用这些辅助软件的过程中,激发他们探究新事物的乐趣,从而促进其探索数学世界的乐趣——“数学好玩”.信息技术运用于数学教学,实现信息技术与数学教学的有效融合,可以改变“教师用嘴、学生用耳”的传统教学方式,为学生自主探究、合作交流创造条件,使数学教学更加生动活泼;信息技术运用于数学教学,又可以创造手脑结合和动态生成的环境,使学生亲身经历数学化的过程,共享数

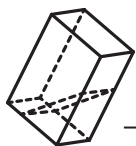
学实验过程,体会数学实验的作用与价值,感悟数学的真谛.

除此以外,本书的写作和出版还得到了很多专家的关心和支持,以及深入细致的指导与帮助.在此,要特别感谢上海大学二级教授、博士生导师、上海领军人才王卿文老师为本书作序,以及为本书提供案例的老师,本书如有一点点的开拓创新与他们的不惜赐教分不开.

总之,本书的定位是高中数学实验,我们意图通过本书给各位同仁提供一个参考,让我们在教学中更多地关注学生的学习兴趣、改变学习方式,关注知识结论的发生、经历的过程,体验知识形成的过程,也希望更多的人通过本书,感受到与你以往对数学的认识不一样的地方,在这里数学不再枯燥,而是妙趣横生,数学不再让你畏怯,而是可以供欣赏,让你陶醉,让你感受数学的优雅与美丽!

编著者

2019年10月5日于上海



第一章 高中数学实验概述 / 001

- 第一节 高中数学实验缘由与界说 / 002
- 第二节 高中数学实验分类 / 005
- 第三节 开展数学实验的困难、对策及教学有待解决的问题 / 012

第二章 高中数学实验的教学 / 017

- 第一节 高中数学实验教学 / 018
- 第二节 数学实验的教学模式 / 022
- 第三节 数学实验探究高考数学命题新视角 / 027

第三章 传统数学实验 / 033

- 第一节 验证性高中数学实验 / 034
- 第二节 解释性高中数学实验 / 040
- 第三节 探索性高中数学实验 / 048
- 第四节 应用型高中数学实验 / 055

第四章 现代数学实验 / 065

- 第一节 数学软件应用活动 / 066
- 第二节 代数问题计算机探究 / 074
- 第三节 立体问题计算机探究 / 083
- 第四节 三角问题计算机探究 / 091
- 第五节 解析几何计算机探究 / 100
- 第六节 数据统计与分析计算机探究 / 106

附录 A 对 CASIO FX-991 计算器中 SOLVE 功能的一些思考和应用 / 115

附录 B 利用图形计算器研究对数函数的相关性质 / 121

参考文献 / 127

第一章

高中数学实验概述

美国著名数学家和数学教育家 G·波利亚曾指出：“学习任何东西，最好的途径是自己去发现”“数学有两个侧面，一方面它是欧几里得式的严谨的科学，从这个方面看数学象是一门系统的演绎科学；但另一方面，创造过程中的数学，看起来却像一门试验性的归纳科学”。为使学生的数学素养得以全面提高，就要在教学中体现它的两个侧面，去建立以培养学生的创新精神和实践能力为重点，以学习方式改变为特征，以应用现代信息技术为标志的课程体系，关注学生体验、感悟和实践过程，去体现“以学生发展为本”的教学理念。通过对“数学实验”教学研究认为：“数学实验”的教学正是对“数学核心素养”精神的体现，也是朝着这个方向前进的一种努力，也更好地落实了这一问题。



第一节 高中数学实验缘由与界说



一、高中数学实验界定

数学实验所包含的思维特征,远远超过通常所说的物理、生化实验,目前为止还没有一个权威性的定义,或者说尚处于争鸣阶段,总结各家说法,大致有以下几种:

(1) 数学实验是为获得某种数学理论,检验某个数学猜想,解决某类问题,实验者运用一定的物质手段,在数学思维活动的参与下,在特定的实验环境下进行的探索、研究活动。

(2) 数学实验是在一定的数学(学习、研究、发现)目标的指导下,对具有一定数学意义的实物、模型、事物,以及数字、图形、数学符号、式子、题目等,进行观察、变换、制作、演示、求解以获取感性认识和和数学信息的活动。

(3) 数学实验是指在一定的数学思想、数学理论的指导下,经过某种预先的组织、设计,借助于一定的(物质)仪器和技术手段,进行数学化(而不是物理化学的)实际操作,包括对客观事物的数量化特性进行观察、抽样、测试、逼近、仿真等,进而解决数学和科学问题的一类科学研究方法。

(4) 数学实验就是利用计算机系统作为实验工具,以数学理论作为实验原理,以数学素材作为实验对象,以简单的对话方式或复杂的程序方式作为实验形式,以数值计算、符号演算或图形演示等作为实验内容,以实例分析、模拟仿真、归纳总结等为主要实验方法,以辅助数学、辅助用数学或做数学为实验目的,以实验报告为最终形式的上机实践活动。

(5) 数学实验是运用各种实验工具(实物模型、绘图工具、计算工具、计算机技术等),创设问题情境,引导学生自主探索、合作交流,促使学生观察问题、发现问题,产生归纳假设并不断尝试分析、修改、验证猜想,从而为探究问题提供认知体验和探究假说的教学活动。

(6) 数学实验是一种新的数学教学方式,它是实验者根据问题的特点和要求,经过反复思考和研究后,做出某些合理的假设、猜想,在抽象和概括的基础上建立数学模型,然后研究所建立的数学模型的方法和算法,求得结果并将结果返回到问题中去检验和解释。

上述6种观点,侧重点不同,从中可以看出数学实验的本质特征都体现在:借助一定的物质工具,在数学化的思维指导下,通过实际操作解决问题的数学实践。

“数学实验”与物理实验、化学实验等同属于科学实验范畴,本身具有科学实验的特点。但由于学科性质的不同,“数学实验”又不同于一般的科学实验。数学实验并不是什么新鲜事物,在日常生活中,要证实某件事情,最普通的办法就是对它进行检验、试验、试探或实验,数学也不外如是,过去数学教学中的测量、手工操作、制作模型、实物或教具演示等形式就是数学实验的形式。章建跃等认为,数学实验这个词所表达的意思是:当你的脑子中出现某种数学思想(一种想法)时,你就通过计算机去实验一下。通常这种实验是针对一些具体例子来进行的,如果你



有足够多的具体例证表明你的想法的正确性,那么就可以进一步通过逻辑推理的方法去证明它,而且证明的思想方法在很大程度上已经蕴涵在具体例证的获得过程中了,因此,设置“数学实验”,把抽象的结论寓于其中,使学生经历一个从具体到抽象的过程,对于学生理解知识是非常重要的.根据科学实验的定义及数学学科的特点,“数学实验”的概念指的是:为获得某种数学理论,验证某个数学猜想,解决某类数学问题,实验者运用一定的物质手段,在教学思维活动的参与下,在典型的实验环境中或特定的实验条件下所进行的一种数学探索活动.

高中数学实验具有中学基础教育的鲜明特征,与一般数学实验有一些具体方面的不同.

(1) 从实验环境来看,一般的数学实验对实验环境的要求不高,实验条件是可调整的;而高中数学实验是一种人为创设的典型实验环境,实验条件在中学范围内是受限制的.

(2) 从实验过程来看,一般的数学实验通常没有预先的组织与设计,它随着问题解决的进程自发而生;而高中数学实验通常是一种“再发现、再创造”的过程,需要有计划地安排实验进程如对“韦达定理”的再发现,就需要学生通过求解一定数量的一元二次方程,观察根与系数的关系,进行归纳性的猜想,然后严谨证明,这就需要教师精心设计实验步骤来实施教学.

(3) 从实验目的来看,一般的数学实验是为了解决一定的问题;而高中数学实验是让学生在“做数学”中“学数学”和“用数学”,高中数学实验的首要功能是辅助数学教学,使学生在实验中深刻理解数学知识,灵活应用数学方法,提高自主学习数学的能力.

(4) 从实验结果来看,高中数学实验属于教育维度下的数学实验,并不要求学生在研究中真正发现数学(尽管确实有学生发现了一些前人所未有的发现),而是以习得知识、发展能力、提高素养为指向.

二、高中数学实验研究思路与目标

在数学教学中,长期以来,从小学到大学十几年,数学一直是一门主课,所讲的,所练的,所考的主要是计算方法、公式推算、定义的叙述、定理的证明……看起来是一个十分严格的数学推理王国,是沿定义→公理→定理→推论→证明这么一条演绎道路进行的,往往片面地过分强调了形式化的逻辑推导和形式化的结果,淡化了在科学突破上至关重要的实验、猜想、归纳、创新等能力培养,以致使学生越来越不明白数学从何而来,在他们看来,数学成了内容多、负担重、枯燥乏味的公式、结论和习题的堆积.

1. 高中数学实验研究思路

从若干实例(问题)出发→运用现代(计算机)或传统等手段做大量实验(操作)→

(发掘教材)

(设计操作过程)

发现其中的内在规律→提出猜想→进行证明和论证

(归纳实验现象)

(形成实验结果)

2. 高中数学实验研究目标

在全方位落实“课标”精神的同时,以培养学生的创新精神和实践能力为重点,以学习方式



改变为特征,关注学生的体验、感悟和实践过程.探索高中数学实验教学理论与实践,探索高中数学实验教学的一般规律.研究如何进行高中数学实验教学具体操作,探求高中数学实验的一般规律,促使高中数学实验教学与传统数学教学的互动发展、和谐统一,去体现“课改”教学理念,寻求高中数学实验教学的发展价值,探索高中数学实验的教学模式.

三、高中数学实验实践意义和理论价值

数学实验教学研究旨在拓展教育空间、丰富教育理念、寻求运作规律、整合数学教学,培养学生创造性思维,对改变学习方式具有显著的实践意义与理论价值.

1. 高中数学实验的实践意义

数学实验是素质教育与创新教育的现实需要,也是“以学生发展为本”的需要;数学实验是数学教育改革所急需解决的问题,也是高中数学核心素养精神的具体再现;对高中数学教学,高中数学实验教学具有应用价值,对初中、小学 数学实验的开展具有指导意义,具有推广和普及价值;为数学教学论、数学方法论、心理学、哲学等学科的研究提供实践素材.

2. 高中数学实验的理论价值

充实、完善与发展素质教育与创新教育理论;丰富数学教学理念、使实验法、归纳法与演绎法一起成为研究数学的重要方法;打开数学实验教学的理论研究通道;探索数学实验教学的可行性、针对性、应用性、操作性与发展性,也是改变学习方式的一有益的尝试.

四、高中数学实验的研发过程

高中数学实验课的开发需要分阶段进行,首先要明确实验目的、制定实验计划、设计实验过程、完善实验内容.其次从选择实验工具、确定实验内容、设计实验程序等多方面研究与开发,不断总结并逐步使数学实验成为高中阶段的一门数学选修课.

1. 构建教育平台会用现代教育技术整合数学课程

我们所研究的实验在关注过程的同时,更注重现代技术手段的应用,因为它更适应时代的发展需要,虽然它不能完全代替实物的直观性,但是它更有其独特的优势,能做一些实物无法做到的虚拟实验.在注重高考所使用计算器学习的同时,还需加强几何画板等实验手段的学习.课程开发的关键在教师,教师不再是课程计划的简单的执行者,而是课程建设与课程改革的主体之一.课程的学习内容要通过教育技术处理成为学习资源,运用教育技术让学习者进行知识的整合和重构,使学习方式由被动变为积极主动的学习方式,才能成为时代要求的研究型教师.

2. 将某些教学内容开发为实验课并形成数学的课件

不是所有的教学内容课都可用数学实验来讲,有些内容、环节、过程在现代技术手段支



持下,把零散的知识不断整合为课程和改变学生学习方式的实验课件,就会不断产生新的思想,从而改编现行教材的某些内容,逐步设计成实验课,在开设中要处理好数学基础知识学习和数学实验课的比例关系,不断地对教师进行教育理论和计算机技术的培训.计算机辅助教学课件是一个单点独立的工作,要积少成多才能形成系统的课件和实验方案.尤其要注意核心课件的制作,它在整节课中突出重点、突破难点,起关键的作用,每个学生都应掌握生活和学习所需要的技术手段,而利用计算机开展数学实验是一种独特的教学探索方式,根据不同的教学内容,我们可以为不同的学生层次开设数学实验课,如初中、高中、大学或研究生.

第二节 高中数学实验分类



数学实验和物理、化学及生物实验相比,不仅需要动手,更需要动脑.思考量大是数学实验的基本特征之一,笔者认为数学实验大体上可分为:传统数学实验、现代数学实验、探索性数学实验、验证性数学实验、动态操作性数学实验、解释性数学实验及数学思想实验等.

一、传统数学实验

传统数学实验是指:通过用手工的方法、利用实物模型或数学教具等进行实验操作,从中发现并解决数学问题.

实验课题: 等比定理的发现.

实验工具: 一杯清水、一瓶盐、大小不同的一批玻璃杯.

实验过程: 教师(演示),把盐放进一个大玻璃杯内,添上水,均匀搅拌后,得一大杯盐水,然后随意分别倒在4个小杯中,记每小杯盐水的浓度为 a_i/b_i (这里 a_i, b_i 为正数,分别表示每小杯含盐与盐水,且 $i=1, 2, 3, 4$).

教师: 请同学想一想,这4个小杯盐水浓度有什么关系?

学生: 相同.即 $a_1/b_1 = a_2/b_2 = a_3/b_3 = a_4/b_4$.

教师: 如果我把这4个小杯盐水都倒进一个空的大杯中,那么混合后的盐水与原先4小杯盐水的浓度有什么关系?

学生: 相等.

教师: 非常正确,我把大杯盐水分成小杯,小杯盐水合成大杯,这说明什么数学现象,能从中提炼一个数学命题吗?



学生:混合后盐水浓度为 $(a_1+a_2+a_3+a_4)/(b_1+b_2+b_3+b_4)$ 与原来4个小杯盐水浓度相同. 所以有 $a_1/b_1=a_2/b_2=a_3/b_3=a_4/b_4=(a_1+a_2+a_3+a_4)/(b_1+b_2+b_3+b_4)$.

教师:好! 我们给上面同学的结论给起个名字, 就叫作“等比定理”吧. 我们从“盐水情境”到“等比定理”的发现过程, 正是从具体实验现象抽象到形式化的数学问题的过程. 正如常庚哲教授所说, “……大多数的定理和命题就是数学家‘瞎鼓捣’而玩出来的……‘鼓捣’数学其实就是数学实验; 数学实验是推动所有数学的一种方式”. 在“盐水情境”中, a_i, b_i 只能是正数, 并且 $b_i > a_i > 0 (i=1, 2, 3, \dots, n)$, 而作为等比定理, a_i, b_i 可以不需要这么多限制, 只要分母不为 0 即可.

二、现代数学实验

所谓现代数学实验是指: 以计算机数学软件为平台, 模拟实验环境结合数学建模的进行一种探索活动. 借助于计算机, 数学已经成为一种新的实验学科, 现代数学实验不仅扩大了数学实践的内容和范围, 从模型的建立到演绎, 归纳思维分析, 以及算法设计的估价……都可通过计算机来实现, 为研究数学问题的规律提供了方便可行的新途径.

实验课题: 比如, 有一矩形纸片 $ABCD$, 已知 $AB=4$ cm, $AD=8$ cm, 将 B 点向 AD 边对折 (B 在 AD 边上的相应点为 B'), EF 为折痕 (点 F 也可以落在 CD 边上); 过 B' 作 $B'T$ 垂直于 AD , 交 EF 于点 T , 如图 1-2-1 所示. 观察折痕 EF 的分布规律并观察 T 点的轨迹.

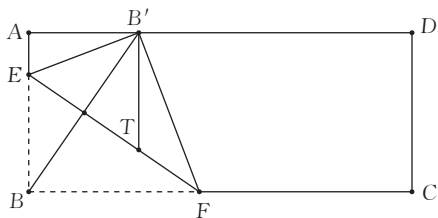


图 1-2-1

实验过程:

(1) 按题设要求, 将矩形纸片 $ABCD$ 中的 B 点向 AD 边对折 (折痕要在 15 条左右), 在折叠过程中按要求过 B' 作 EF 的交点 T (可用针尖打洞).

(2) 在实物实验的基础上, 让学生用“几何画板”或其他软件, 在电脑上再次模拟以上实验, 观察实验结果.

(3) 在电脑上改变矩形 $ABCD$ 的形状, 观察折痕 EF 和 T 点轨迹的变化.

实验结果:

如图 1-2-2, 直觉观察, 折痕 EF 边缘是一条抛物线的一部分, 而 T 点正好在此抛物线上.

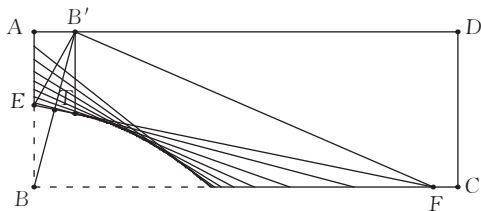


图 1-2-2

分析:如图 1-2-3 所示,连接线段 TB , \because 折痕 EF 是 $B'B'$ 的中垂线, $\therefore \triangle BTB'$ 是等腰三角形, 可得: $TB = TB'$, 且 EF 是 $\angle BTB'$ 的平分线. 按照抛物线的定义, 把 B 点看作为焦点, AD 看作为准线, 则动点 T 到焦点 B 和到准线 AD 的距离始终相等, 所以 T 点的轨迹是开口向下的抛物线. 以 AB 的中点 O 为原点, 以 AB 为 y 轴, Ox 为 x 轴, 建立直角坐标系, 可得: 焦点 $B(0, -2)$, 准线 $AD: y = 2$, 则焦准距离为 $p = 4$. 所以, T 点的轨迹为抛物线, 方程为: $x^2 = -8y (x \in [0, 8])$.

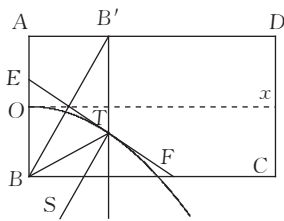


图 1-2-3

三、探索性数学实验

问题、实验、观察、猜想往往是实施探究学习的有效途径与方法, 是培养学生创新意识与探索精神的有效契机, 更是课堂实验教学的一项重要任务. 让学生通过实验、观察、发现和掌握规律, 提出猜想. 在教学过程中, 要充分发挥学生的自主性和创造性, 鼓励学生即兴去创造、去超越、去探究、去发现.

比如: 有一个折纸游戏, 规则如下:

- (1) 如图 1-2-4 所示, 将圆心记作点 F_1 , 然后在圆内任取一定点 F_2 ;

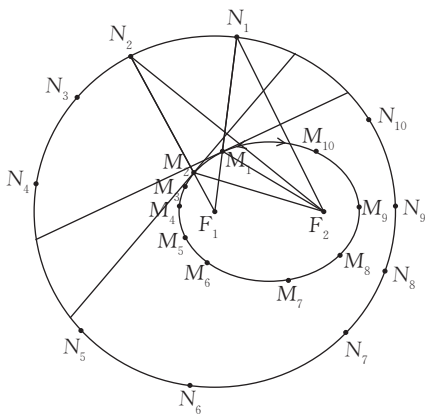


图 1-2-4



(2) 在圆周上任取 10 个点, 分别记作 $N_1, N_2, N_3, \dots, N_{10}$, 将它们与圆心相连, 得半径 $F_1N_1, F_1N_2, F_1N_3, \dots, F_1N_{10}$.

(3) 折叠圆形纸片, 使点 N_1 与点 F_2 重合, 将折痕与半径 F_1N_1 的交点记作 M_1 ; 然后再次折叠圆形纸片, 使点 N_2 与点 F_2 重合, 将折痕与半径 F_1N_2 的交点记作 M_2 ; \dots ; 以此类推, 最后折叠圆形纸片, 使点 N_{10} 与点 F_2 重合, 将折痕与半径 F_1N_{10} 的交点记作 M_{10} .

(4) 用平滑曲线顺次连接点 $M_1, M_2, M_3, \dots, M_{10}$. 你有何探索发现? 你能解释你的发现吗? 探索性数学实验, 也可通过“几何画板”或其他软件, 在电脑上来实现, 如探究函数 $y = ax + \frac{b}{x}$ 的图像及性质等.

四、验证性数学实验

验证式的实验主要是借助计算机. 作为一种多媒体信息的载体, 计算机的信息传输通道宽阔多样、容量大、速度快、效果好, 利用其强大的求值、计算、作图、动画等功能来验证数学问题的存在性、正确性及知识形成过程, 可以简便地解决诸如函数及其性质、图形的数形关系、轨迹、方程求解等问题, 直观形象地展示数学问题的背景、过程、结果, 揭示数学问题的“庐山真面目”.

实验课题: 用计算器验算函数 $y = \frac{\lg x}{x} (x > 1)$ 的若干个值, 可以猜想下列命题中的真命题只能是().

A. $y = \frac{\lg x}{x}$ 在 $(1, +\infty)$ 上是单调减函数

B. $y = \frac{\lg x}{x}, x \in (1, +\infty)$ 的值域为 $(0, \frac{\lg 3}{3}]$

C. $y = \frac{\lg x}{x}, x \in (1, +\infty)$ 有最小值

D. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\lg n}{n} = 0, n \in \mathbf{N}^*$

实验目的: 利用计算器的功能验证结论.

实验工具: 高考可使用的计算器.

实验任务: (1) 批量给出数据, 并直观比较数据之间的联系. (2) 由于计算器内存的限制, 列表功能可显示的数据有限, 需多次实验来完成.

实验过程:

(1) 采用计算器[MODE]中的 TABLE 模式. 在“f(x)=”后输入“ $\frac{\lg x}{x}$ ”, 根据题目中提供的信息, 不妨先研究区间 $(0, 20]$ 中的情况.