# PLASTICITY IN REINFORCED CONCRETE

# 钢筋混凝土塑性理论

[美]陈惠发（Wai-Fah Chen） 著
丁 祥 石峻峰
马 卓 杨坳兰 余天庆 译
[美]段 炼（Lian Duan） 校

華中科技大學出版社
http://www.hustp.com

湖北工业大学70周年校庆
70TH ANNIVERSARY OF HBUT

# PLASTICITY IN REINFORCED CONCRETE

# 钢筋混凝土塑性理论

[美]陈惠发（Wai-Fah Chen） 著
丁 祥 石峻峰
马 卓 杨坳兰 余天庆 译
[美]段 炼（Lian Duan） 校

華中科技大學出版社
http://www.hustp.com
中国·武汉

**图书在版编目(CIP)数据**

钢筋混凝土塑性理论/(美)陈惠发著;丁祥等译. —武汉:华中科技大学出版社,2022.4
ISBN 978-7-5680-8109-2

Ⅰ. ①钢… Ⅱ. ①陈… ②丁… Ⅲ. ①钢筋混凝土-塑性-研究 Ⅳ. ①TU528.571

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2022)第 063725 号

Copyright © 2007 by Wai-Fah Chen
本书简体中文版由 J. Ross Publishing,Inc. 授权华中科技大学出版社在全球独家出版、发行。

湖北省版权局著作权合同登记 图字:17-2022-066 号

**钢筋混凝土塑性理论**
Gangjin Hunningtu Suxing Lilun

[美]陈惠发(Wai-Fah Chen) 著
丁 祥 石峻峰 余天庆 译
马 卓 杨坳兰
[美]段 炼(Lian Duan) 校

策划编辑:王一洁 责任编辑:陈 骏
责任校对:刘 竣 封面设计:邹贻权 陈 静 张子怡
责任监印:朱 玢
出版发行:华中科技大学出版社(中国·武汉) 电话:(027)81321913
武汉市东湖新技术开发区华工科技园 邮编:430223
录 排:华中科技大学惠友文印中心
印 刷:湖北新华印务有限公司
开 本:710mm×1000mm 1/16
印 张:33
字 数:536 千字
版 次:2022 年 4 月第 1 版第 1 次印刷
定 价:198.00 元

本书若有印装质量问题,请向出版社营销中心调换
全国免费服务热线:400-6679-118 竭诚为您服务
版权所有 侵权必究

# 中 译 本 序

我的著作《Plasticity in Reinforced Concrete》于1982年由McGraw-Hill出版社出版，2007年由J. Ross出版社再次出版。我甚为赞赏湖北工业大学余天庆教授及他所带领的杰出团队适时翻译此书，也非常荣幸向中国读者推荐这本书的中文版《钢筋混凝土塑性理论》。

在本书中，我首先将极限分析应用于拉伸性能较弱的材料（如混凝土）的分析和设计中。此后我又借助于当时非常流行的基于计算机的有限元方法，建立了混凝土材料的本构方程，这些本构方程可以有效地应用于钢筋混凝土结构的分析和设计中。本书中文版的面世将有助于中国的学生、研究者，尤其是从事实际工作的工程师们理解如何将严格数学意义上的塑性理论作为一种强大的工具应用到最先进的钢筋混凝土设计中。

近年来，以塑性极限分析这个强有力理论为基础，混凝土研究领域有了长足的进步，尤其是发展出更为简洁快速的计算方式来设计深梁及结构节点。该应用在钢筋混凝土领域中被称为“拉压杆模型”。目前，它已被纳入美国混凝土协会（ACI）的《混凝土建筑设计规范》和美国各州公路和运输工作者协会（AASHTO）《美国公路桥梁设计规范——荷载与抗力系数设计法》。

最后，借此机会，我高兴地向您推荐我的最新著作《Structural Concrete：Strut-and-Tie Models for Unified Design》，该书2017年由CRC出版社出版，合著者是我昔日的博士研究生，埃及曼苏尔大学的Salah El-Metwally教授。欣闻其中文版《钢筋混凝土结构设计：拉压杆模型》由余天庆教授带领的团队翻译完成，近期也将由华中科技大学出版社出版。

**陈惠发**

**美国夏威夷，檀香山**

**2021年12月**

# 前　言

在现有的钢筋混凝土结构分析有限元计算程序中，混凝土的力学性能建模问题一直是结构混凝土工程领域中最艰巨的挑战之一。目前，对短期加载下钢筋混凝土的分析基本上是一维的，一般采用两个参数：混凝土的弹性模量和混凝土的抗压强度。人们通过对大量的双轴加载试验数据进行曲线拟合，建立了多种经验公式。其中较为著名的是由康奈尔大学的 Liu、Nilson 和 Slate 提出的经验公式。由于其形式简单，基于广泛的数据库，建立了关于混凝土弹性模量和各种混凝土强度、应变特性之间的相关性，使等效一维方法极具吸引力。众所周知，该模型主要适用于双轴应力的平面结构，如梁、板和薄壳。

目前，多维分析通常假定混凝土为增量弹性或分段弹性。因此，在整个过程中，必须定义泊松比。然而，在增量 Hooke 定律的框架中，由于可变模量是最大应力的函数，该方法不能准确地描述混凝土材料的三维应力-应变性能。

最近，对于在静态和动态荷载作用下混凝土结构的研究已经基于塑性和弹性原理来建立三维应力-应变关系。尽管学者们近年来在这一领域进行了大量的工作，但尚未建立统一处理混凝土的数学模型及其在钢筋混凝土结构中的应用方法。本书的目的就是介绍钢筋混凝土结构分析中常用的混凝土数学模型的统一处理方法。

本书第 1 章至第 5 章综合评述了以往钢筋混凝土分析实践中常用的混凝土本构方程及破坏准则的实用性和局限性，并提出了改进这些本构关系的理念和建议。在对部分实验数据进行综合讨论后，详细阐述了三种基本模型以及破坏准则：①单轴和等效单轴模型（第 2 章）；②线弹性和脆性断裂模型（第 3 章）；③非线性弹性和可变模量模型（第 4 章）；④混凝土的破坏准则（第 5 章）。

本书第 6 章至第 9 章详细讲解了经典塑性理论在钢筋混凝土领域中的

应用。塑性理论在钢筋混凝土中的应用已经发展了大约 15 年，大部分的研究和应用都集中在理想塑性理论上，其中板屈服线分析是最早的应用之一。近年来，研究人员一直试图通过刚塑性分析，确定不同横截面形状的墙和梁在弯曲、剪切和扭转的共同作用下的强度，并建立一个统一的方法。随着混凝土本构模型的发展，以及有限元在钢筋混凝土中应用的推进，建立了加工强化塑性理论。第 6 章至第 9 章综合评述了素混凝土力学性能的塑性模型及其在钢筋混凝土结构中的应用。其中包括：①理想弹塑性和断裂模型（第 6 章）；②素混凝土和钢筋混凝土结构极限分析（第 7 章）；③弹性-强化-塑性断裂模型（第 8 章）；④混凝土和钢筋混凝土结构的有限元分析（第 9 章）。

每一章节都包含应用本章所讨论的本构模型的典型实例，此外还讨论了理论计算值与实验室或现场实测数据之间的相关性。第 9 章则对不同本构模型下的混凝土和钢筋混凝土结构进行了比较性研究。

学习本书的学生应具备理论力学、材料力学、数学和材料性能的基础知识，以及对钢筋混凝土基础力学的理解。工程师及其他专业人员可以通过使用本书来加深对钢筋混凝土结构分析的理解，从而对设计中使用的各种混凝土本构模型的适用范围以及局限性有更清晰的认识（特别是在有限元分析中的应用）。科研人员可在本书中找到可靠的信息来源和参考文献。

此外，基于经典塑性理论的一组三维本构方程为进一步的发展提供了总体框架。尽管本书根据现有的实验数据做了许多工作，但随着实验数据更新，未来还须对其进行修正和改进。本书在此指出了发展和改进的方向。

本书基于一篇发表于国际桥梁和结构工程学会主办的“钢筋混凝土塑性理论学术研讨会”的学术论文《混凝土本构方程》（哥本哈根，1979）整合形成。撰写这篇论文启发了我，我尝试将它转化为更有用的教科书，为结构工程专业的低年级研究生和那些需要将这些数学模型和分析工具应用于工程项目中的结构工程师提供参考。为了科研人员的方便，本书特地列出参考文献以方便其查阅。

本书涉及材料的数学模型和结构的有限元模型，可以作为各类结构工程专业非线性分析课程的教材。基于塑性力学的教学经验，学习这门课的学生们一般具有多方面的经验知识，为此，我尽可能少地设定前提条件。我在本书中已经努力回顾所要求的基本概念，并不强制要求学生具备线弹性

理论和有限元方法的背景知识。我的目标是吸引具有足够钢筋混凝土知识及正处于结构非弹性性能初级学习阶段的一年级研究生，以及已经完成结构工程基础课程的执业工程师。

在理海大学和普渡大学的教学生涯中，我对钢筋混凝土结构本构建模以及有限元分析做过大量的研究。本书包含了以技术报告形式首次发表的大量研究成果，这些成果都是根据与此主题相关的各个研究项目的阶段性研究成果而编写的。赞助这项研究的部门包括美国能源部（海洋热能转换项目）、海军营建中心（海军土木工程实验室）、美国国家科学基金会（地震工程项目）和普渡大学（David Ross 基金）。我的很多学生在这些项目中的研究成果使我受益匪浅，在此感谢 A. C. T. Chen、H. Suzuki、Messrs. S. S. Hsieh、E. Mizuno 和 A. F. Saleeb. 博士。Hsieh 和 Saleeb 读完了整本手稿，提出了很多宝贵建议。

本书的创作还深受我曾经参与编写的一篇美国土木工程师协会（ASCE）关于钢筋混凝土结构有限元分析的调查报告的影响。该报告于 1977 年 5 月由加利福尼亚大学 A. C. Scordelis 教授发起，康奈尔大学 A. H. Nilson 教授主持。在准备这份专家委员会调查报告的过程中，对本构关系和破坏理论相关章节的信息交流对本书有重大帮助。在此，特别感谢西北大学的 Z. P. Bazant 教授、伊利诺伊大学的 W. C. Schnobrich 教授、堪萨斯大学的 D. Darwin 教授、麻省理工学院的 O. Buyukozturk 教授、斯图加特大学的 K. J. Wiliam博士。我还要感谢普渡大学的 E. C. Ting 教授和 Darwin 教授，他们阅读了手稿的部分内容并提出了宝贵建议。

最后，衷心地感谢我的妻子 Lily，在这本书的创作期间，她给予了我足够的耐心和理解。同时，我也要感谢我的儿子 Eric、Arnold 和 Brian，我因创作这本书而无法在周末和假期陪伴他们。感谢亲人对我的理解！

**陈惠发**

# 符　号　表

## 等效矢量标记

$\boldsymbol{V}=[v_i]$

## 应力和应变

偏应变张量—— $e_{ij}$

偏应力张量—— $s_{ij}$

主偏应力—— $s_1,s_2,s_3$

工程剪应变—— $\gamma$

八面体工程剪应变—— $\gamma_{\mathrm{oct}}=2\sqrt{\frac{2}{3}J'_2}$

应变张量—— $\varepsilon_{ij}$

八面体正应变—— $\varepsilon_{\mathrm{oct}}=\frac{1}{3}I'_1$

体应变—— $\varepsilon_v=I'_1$

主应变，拉应变为正—— $\varepsilon_1,\varepsilon_2,\varepsilon_3$

正应力—— $\sigma$

应力张量—— $\sigma_{ij}$

平均正应力—— $\sigma_{\mathrm{m}}=\sigma_{\mathrm{oct}}$

八面体正应力—— $\sigma_{\mathrm{oct}}=\frac{1}{3}I_1$

主应力，拉应力为正—— $\sigma_1,\sigma_2,\sigma_3$

剪应力—— $\tau$

平均剪应力—— $\tau_{\mathrm{m}}=\sqrt{\frac{2}{3}J_2}$

八面体剪应力—— $\tau_{\mathrm{oct}}=\sqrt{\frac{2}{3}J_2}$

## 不变量

应力张量第一不变量—— $I_1=\overline{I}_1=\sigma_1+\sigma_2+\sigma_3=\sigma_{ii}$

应变张量第一不变量—— $I_1'=\overline{I}_1'=\varepsilon_1+\varepsilon_2+\varepsilon_3=\varepsilon_v$

应力张量第二不变量—— $I_2=\sigma_1\sigma_2+\sigma_2\sigma_3+\sigma_3\sigma_1$

应力张量第三不变量—— $I_3=|\sigma_{ij}|=\sigma_1\sigma_2\sigma_3$

$$\overline{I}_2=\frac{1}{2}\sigma_{ij}\sigma_{ji}=\frac{1}{2}(\sigma_1^2+\sigma_2^2+\sigma_3^2)=\frac{1}{2}I_1^2-I_2$$

$$\overline{I}_3=\frac{1}{3}\sigma_{ij}\sigma_{jk}\sigma_{ki}=\frac{1}{3}(\sigma_1^3+\sigma_2^3+\sigma_3^3)=\frac{1}{3}I_1^3-I_1I_2+I_3$$

偏应力张量第二不变量——$J_2=\frac{1}{2}s_{ij}s_{ij}=\frac{1}{6}[(\sigma_x-\sigma_y)^2+(\sigma_y-\sigma_z)^2+(\sigma_z-\sigma_x)^2]+\tau_{xy}^2+\tau_{yz}^2+\tau_{zx}^2$

偏应变张量第二不变量——$J_2'=\frac{1}{2}e_{ij}e_{ij}=\frac{1}{6}[(\varepsilon_x-\varepsilon_y)^2+(\varepsilon_y-\varepsilon_z)^2+(\varepsilon_z-\varepsilon_x)^2]+\varepsilon_{xy}^2+\varepsilon_{yz}^2+\varepsilon_{zx}^2$

偏应力张量第三不变量——$J_3=\frac{1}{3}s_{ij}s_{jk}s_{kl}=|s_{ij}|=\frac{1}{3}(s_1^3+s_2^3+s_3^3)=s_1s_2s_3$

图 5.2 中定义的相似角 $\theta$—— $\cos3\theta=\frac{3\sqrt{3}}{2}\frac{J_3}{J_2^{3/2}}$

图 5.1 中定义的偏长度—— $r=\sqrt{2J_2}$

图 5.1 中定义的静水长度—— $\xi=\frac{1}{\sqrt{3}}I_1$

## 材料参数

弹性模量—— $E$

等双轴抗压强度（$f_{\mathrm{bc}}'>0$）—— $f_{\mathrm{bc}}'$

单轴圆柱体抗压强度（$f'_c>0$）—— $f'_c$

单轴抗拉强度（$f'_c=mf'_t$）—— $f'_t$

剪切模量—— $G=E/2(1+\upsilon)$

体积模量—— $K=E/3(1-2\upsilon)$

纯剪切屈服应力；Drucker-Prager 准则参数—— $k$

Drucker-Prager 准则参数—— $\alpha$

泊松比（Poisson 比）—— $\nu$

Mohr-Coulomb 准则中的黏聚力—— $c$

Mohr-Coulomb 准则中的摩擦角—— $\phi$

## 杂项

材料刚度张量—— $C_{ijkl}$

破坏准则或屈服函数—— $f(\cdot)$

应变能密度—— $W(\varepsilon_{ij})$

笛卡儿坐标—— $x,y,z;x_1,x_2,x_3$

克罗内克符号—— $\delta_{ij}$

余能密度—— $\Omega(\sigma_{ij})$

列向量符号——$\{\quad\}$

行向量符号——$\{\quad\}^T$

矩阵符号——$[\quad]$

行列式符号——$|\quad|$

# 目　　录

**第 1 章　导论** …… (1)
1.1　引言 …… (1)
1.2　钢筋混凝土本构建模 …… (4)
1.3　钢筋混凝土结构的有限元模型 …… (12)
1.4　最新文献 …… (14)
1.5　总结 …… (15)
**第 2 章　混凝土和钢筋的基本力学性能** …… (18)
2.1　引言 …… (18)
2.2　混凝土的单轴力学性能 …… (19)
2.3　混凝土的双轴力学性能 …… (26)
2.4　混凝土的三轴力学性能 …… (39)
2.5　钢筋的应力-应变关系 …… (43)
2.6　总结 …… (47)
**第 3 章　线弹性脆性断裂模型** …… (53)
3.1　引言 …… (53)
3.2　指标记法和求和约定 …… (54)
3.3　应力分析 …… (66)
3.4　应变分析 …… (75)
3.5　未开裂混凝土线弹性各向同性应力-应变关系 …… (78)
3.6　开裂混凝土线弹性横向同性应力-应变关系 …… (83)
3.7　海底抗压混凝土结构的线弹性断裂分析 …… (98)
3.8　梁的线弹性断裂分析 …… (111)
3.9　钢筋混凝土剪力板的非弹性分析 …… (119)
3.10　总结 …… (125)

**第 4 章　非线弹性断裂模型** …… (130)
4.1　引言 …… (130)
4.2　通过修正线弹性模型得到的各向同性非线弹性应力-应变关系 …… (135)
4.3　超弹性模型的一般公式 …… (151)
4.4　三阶超弹性本构模型公式 …… (171)
4.5　基于修正线弹性模型的增量应力-应变关系 …… (176)
4.6　各向同性亚弹性模型的一般公式 …… (182)
4.7　混凝土正交异性亚弹性本构模型的公式 …… (186)
4.8　总结 …… (195)
**第 5 章　混凝土的破坏准则** …… (202)
5.1　引言 …… (202)
5.2　应力和应变不变量 …… (203)
5.3　混凝土破坏面的特征 …… (214)
5.4　单参数模型 …… (217)
5.5　双参数模型 …… (223)
5.6　三参数模型 …… (231)
5.7　四参数模型 …… (240)
5.8　五参数模型 …… (256)
5.9　断裂模型 …… (261)
5.10　总结 …… (264)
**第 6 章　理想弹塑性断裂模型** …… (269)
6.1　引言 …… (269)
6.2　加卸载准则 …… (270)
6.3　弹性应变增量张量 …… (273)
6.4　塑性应变增量张量 …… (273)
6.5　理想弹塑性混凝土模型 …… (278)
6.6　Prandtl-Reuss 材料($J_2$ 理论) …… (280)
6.7　Drucker-Prager 材料 …… (286)
6.8　拉断的 Mohr-Coulomb 材料 …… (301)

6.9　Willam-Warnke 材料 …… (305)
6.10　总结 …… (310)
**第 7 章　理想塑性极限分析** …… (313)
7.1　引言 …… (313)
7.2　极限分析定理 …… (315)
7.3　混凝土塑性模型 …… (319)
7.4　圆柱体劈裂试验 …… (325)
7.5　施工缝抗剪能力 …… (330)
7.6　竖向箍筋梁的剪切 …… (340)
7.7　钢筋混凝土板的冲剪 …… (348)
7.8　混凝土路面的承载能力 …… (353)
7.9　总结 …… (362)
**第 8 章　弹性-强化-塑性-断裂模型** …… (369)
8.1　引言 …… (369)
8.2　加载函数与有效应力和有效应变的概念 …… (371)
8.3　强化准则 …… (373)
8.4　流动法则和 Drucker 稳定性假说 …… (378)
8.5　增量应力-应变关系 …… (382)
8.6　具有各向同性强化和软化帽盖的 Drucker-Prager 材料 …… (383)
8.7　混合强化 von Mises 材料 …… (391)
8.8　混凝土三参数各向同性强化模型 …… (399)
8.9　混凝土三参数独立拉压强化模型 …… (408)
8.10　总结 …… (413)
**第 9 章　弹塑性断裂模型的数值方法** …… (419)
9.1　引言 …… (419)
9.2　位移分析中的有限元过程 …… (420)
9.3　弹塑性模型的数值实现 …… (427)
9.4　弹塑性分析实例 …… (431)
9.5　断裂混凝土有限元分析 …… (442)
9.6　弹塑性断裂分析实例 …… (447)

9.7 抗外压混凝土壳体非线性分析 …… (456)
9.8 预应力混凝土反应堆容器顶盖的非线性分析 …… (478)
9.9 总结 …… (482)
**钢筋混凝土结构有限元分析的补充参考文献** …… (487)
**索引** …… (492)
**译后语** …… (508)