



高等院校核心课程辅导丛书

# 信号与系统

## 答疑解惑与典型题解

XINHAO YU XITONG

DAYI JIEHUO YU DIANXING TIJIE

尹龙飞 尹霄丽 编著



北京邮电大学出版社  
www.buptpress.com

核心

高等院校核心课程辅导丛书

# 信号与系统答疑解惑与典型题解

尹龙飞 尹霄丽 编著



北京邮电大学出版社  
[www.buptpress.com](http://www.buptpress.com)

## 内 容 简 介

本教材主要面向电子信息类本科生,也可以作为社会学习者自学和复习“信号与系统”课程的学习指导书,其内容主要是对“信号与系统”主流教材中对应知识点的整理,并从初学者的角度入手,补充所需数理基础以及各种不同分析方法的出发点、应用前提和主要特点,并对典型例题进行详细分析。

本教材侧重降低初学者理解和掌握基本概念的难度,尽量细致地展现学习“信号与系统”课程的具体过程,对先修课知识进行补充,做好课程间内容衔接,再慢慢引入越来越多的新知识,逐步提高学习者的信心和兴趣。

### 图书在版编目(CIP)数据

信号与系统答疑解惑与典型题解 / 尹龙飞, 尹霄丽编著. -- 北京: 北京邮电大学出版社, 2022. 5  
ISBN 978-7-5635-6586-3

I. ①信… II. ①尹… ②尹… III. ①信号系统—高等学校—题解 IV. ①TN911.6—44

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2021)第 274717 号

策划编辑: 姚 顺 刘纳新 责任编辑: 徐振华 米文秋 封面设计: 七星博纳

出版发行: 北京邮电大学出版社

社 址: 北京市海淀区西土城路 10 号

邮政编码: 100876

发 行 部: 电话: 010-62282185 传真: 010-62283578

E-mail: publish@bupt.edu.cn

经 销: 各地新华书店

印 刷: 保定市中国画美凯印刷有限公司

开 本: 787 mm×1 092 mm 1/16

印 张: 16

字 数: 398 千字

版 次: 2022 年 5 月第 1 版

印 次: 2022 年 5 月第 1 次印刷

ISBN 978-7-5635-6586-3

定价: 45.00 元

· 如有印装质量问题,请与北京邮电大学出版社发行部联系 ·

# 前 言

“信号与系统”是电子信息类本科生的专业基础课。通过对信号与系统理论的基本概念和基本分析方法的学习,学生要掌握利用多种不同的数学模型分析、解决问题的方法,建立以频域视角看待声、光、无线电等波动信号的基本思想。学好“信号与系统”课程,能够为进一步学习信号处理、通信原理、自动化控制等课程打下良好的基础,也是从事电子信息类相关研究工作的必要前提。

本课程很早就被引入国内高等院校的理工学科培养体系中,大量教育工作前辈数十年的教学实践积攒了丰富的经验,现已有多套优质的教材可供学生学习参考。本书作者结合个人教学经验,对本课程的核心知识体系进行了重新整理,对学生在学习过程中觉得困难、吃力的概念和方法进行了补充或展开,使之更贴近学生或初学者视角,旨在降低学习难度,增强学生学好本课程的信心。

除了电子、信息与通信领域的基本知识以外,本课程所涉及的很多分析问题的思路和方法,实际上在更广泛的领域中普遍使用:如本课程中进行时域与频域转换的傅里叶变换分析法,在很多近现代物理方程的求解中也非常重要;利用希尔伯特变换构造解析信号,在电磁场、微波、光学研究中也有非常相似的处理方法;拉普拉斯变换、状态变量分析法则现代控制理论的基础。本书侧重“信号与系统”课程中基本知识体系的建立、基本数学知识的整理、基本分析方法与其他学科的联系和对比,并在思路和方法上开阔视野,以建立系统性的知识体系。

全书共包含7章,对应北京邮电大学“信号与系统”课程的7个教学重点。

第1章绪论部分介绍了信号与系统的基本表示方法和基本性质,重点补充了有起点信号的概念,欧拉公式和复平面基本知识,单位冲激信号的缘起、发展,以及运算性质的分类和说明。

第2章介绍了时域分析方法,包含连续时间系统的微分方程求解和离散时间系统的差分方程求解。重点补充了微分方程的基本数学求解方法,让学生能够衔接上“高等数学”课程的相关知识,也让学生在同步学习其他涉及微分方程求解的数学、物理课程时,能够知道工程求解方法与数学求解方法的区别和联系。并重新梳理了卷积运算的性质和基本运算方法。

第3章介绍了傅里叶级数和傅里叶变换的频域分析方法,重点补充了在函数空间中做变换或分解时投影系数的概念、谐波的选择等。

第4章介绍了傅里叶变换在通信系统中的应用,重点梳理了抽样过程的基本逻辑,调制解调的基本目的,解析信号分析方法与电磁场中的相量形式、光学复振幅形式的异同。

第5章、第6章介绍的拉普拉斯变换、 $z$ 变换分析方法是工程上非常成熟的手段,本书主要做了核心知识点梳理。

第7章介绍了状态变量分析方法,本书结合MATLAB例程,重点分析了系统可控制性和可观测性的判定方法。

北京邮电大学电子工程学院信号、电路与系统教研中心和“信号与系统”课程的众多老师多年的教学研讨、教学实践经验分享对本书的内容形成起到了重要的作用,在此向各位老师表示衷心的感谢!

由于作者水平有限,本书难免存在错漏之处,恳切希望同行专家、学者及广大读者提出宝贵意见,以便今后改进、提高。作者联系方式如下:

尹龙飞,北京邮电大学电子工程学院,100876,yinlongfei@bupt.edu.cn;

尹霄丽,北京邮电大学电子工程学院,100876,yinxl@bupt.edu.cn。

作者

# 目 录

第 1 章 绪论	1
1.1 连续时间信号的描述	2
1.2 连续时间信号的运算	5
1.2.1 信号的时移、反转和尺度变换/线性变换	5
1.2.2 信号的四则运算	6
1.2.3 微分与积分运算	7
1.3 单位阶跃信号和单位冲激信号	8
1.3.1 单位阶跃信号	8
1.3.2 单位冲激信号	11
1.4 单位冲激信号的数学解释	13
1.4.1 筛选性质	14
1.4.2 尺度变换性质	15
1.4.3 积分性质	17
1.4.4 微分运算/冲激偶函数	17
1.4.5 冲激信号的逼近函数	19
1.5 离散时间信号的描述和运算	20
1.5.1 离散时间信号的描述	20
1.5.2 单位样值信号	21
1.5.3 单位阶跃序列	22
1.5.4 常见函数序列	22
1.5.5 离散时间信号的累加和差分	23
1.5.6 离散时间信号的抽取和内插	23
1.6 信号的周期、能量和功率	24
1.6.1 连续时间信号的周期性	24
1.6.2 离散时间信号的周期性	25
1.6.3 连续时间信号的能量和功率	25
1.6.4 离散时间信号的能量和功率	27
1.7 信号分解	28

1.7.1 直流分量与交流分量	28
1.7.2 奇分量与偶分量	29
1.7.3 实分量与虚分量	29
1.7.4 脉冲分量	30
1.8 系统的描述	31
1.8.1 连续时间系统	31
1.8.2 离散时间系统	33
1.9 线性时不变系统	34
<b>第2章 系统的时域分析方法</b>	<b>45</b>
2.1 微分方程的基本求解方法	45
2.1.1 数学基础解法	46
2.1.2 工程经典解法	48
2.2 有起点激励信号的经典解法	51
2.3 零输入响应与零状态响应	53
2.4 单位冲激响应	54
2.5 卷积	58
2.5.1 卷积的定义	58
2.5.2 基本卷积运算	59
2.6 卷积运算性质	60
2.6.1 代数运算性质	60
2.6.2 时移性质与边界性质	60
2.6.3 微积分性质	62
2.7 差分方程与单位样值响应	62
2.7.1 差分方程的经典求解方法概述	62
2.7.2 单位样值响应	64
2.8 卷积和与卷积和运算性质	66
2.8.1 卷积和的定义	66
2.8.2 基本卷积和运算	66
2.8.3 卷积和的代数运算性质	67
2.8.4 卷积和的移位性质和边界性质	67
2.8.5 对位相乘法	68
<b>第3章 连续时间信号的频域分析</b>	<b>78</b>
3.1 周期信号的傅里叶级数展开	79

3.1.1	投影系数与正交分解	79
3.1.2	周期信号的谐波分量	81
3.1.3	傅里叶级数展开	83
3.1.4	帕塞瓦尔约束	86
3.2	周期矩形脉冲信号的傅里叶级数频谱	87
3.3	傅里叶变换	89
3.3.1	傅里叶变换的定义	89
3.3.2	矩形脉冲信号	90
3.3.3	单边指数信号	90
3.3.4	阶跃信号	91
3.3.5	直流信号	92
3.3.6	符号函数	93
3.3.7	单位冲激信号及冲激偶	93
3.4	傅里叶变换的性质	93
3.4.1	线性性质	93
3.4.2	对称性质	94
3.4.3	奇偶虚实性	95
3.4.4	尺度变换性质	96
3.4.5	时移性质	96
3.4.6	频移性质	97
3.4.7	时域微分性质	97
3.4.8	时域积分性质	98
3.4.9	频域微分性质	99
3.5	卷积定理	100
3.6	周期信号的傅里叶变换	101
3.6.1	三角函数的傅里叶变换	101
3.6.2	周期冲激脉冲序列的傅里叶变换	101
3.6.3	一般周期信号的傅里叶变换	102
3.7	功率谱与能量谱	104
<b>第4章</b>	<b>傅里叶变换在通信系统中的应用</b>	<b>120</b>
4.1	傅里叶变换形式的系统函数	120
4.2	无失真传输系统	123
4.3	理想低通滤波器	124
4.4	抽样及抽样定理	128

4.5 调制与解调 .....	130
4.6 希尔伯特变换 .....	133
4.6.1 解析信号 .....	133
4.6.2 希尔伯特变换系统 .....	134
4.6.3 单边带调幅 .....	136
4.6.4 因果系统的频域约束条件 .....	137
<b>第5章 连续时间信号与系统的复频域分析</b> .....	<b>149</b>
5.1 单边拉普拉斯变换 .....	150
5.1.1 单边拉普拉斯变换的定义和收敛域 .....	150
5.1.2 典型信号的单边拉普拉斯变换 .....	151
5.2 拉普拉斯变换的性质 .....	152
5.2.1 线性性质 .....	152
5.2.2 时移性质 .....	152
5.2.3 $s$ 域平移性质 .....	153
5.2.4 尺度变换性质 .....	153
5.2.5 时域微分性质 .....	154
5.2.6 时域积分性质 .....	155
5.2.7 复频域微分性质 .....	156
5.2.8 卷积定理 .....	157
5.2.9 拉普拉斯变换式的零、极点 .....	157
5.2.10 初值定理和终值定理 .....	158
5.3 拉普拉斯反变换 .....	159
5.3.1 单阶实数极点的拉普拉斯反变换 .....	160
5.3.2 多重极点的拉普拉斯反变换 .....	161
5.3.3 共轭复极点的拉普拉斯反变换 .....	161
5.3.4 系数求解方法 .....	162
5.3.5 包含冲激项(有理假分式)的拉普拉斯反变换 .....	163
5.3.6 包含时移因子的拉普拉斯反变换 .....	164
5.4 利用拉普拉斯变换求解微分方程 .....	164
5.5 利用拉普拉斯变换分析动态电路 .....	165
5.5.1 电路元件的复频域模型 .....	165
5.5.2 动态电路的复频域分析 .....	167
5.6 系统函数 .....	169
5.6.1 系统函数的定义 .....	169

5.6.2 系统函数的运算 .....	170
5.7 系统函数的零、极点图和时域特性 .....	171
5.7.1 零、极点图的基本规律 .....	171
5.7.2 利用零、极点分析系统响应分量 .....	172
5.8 系统的稳定性 .....	174
5.9 利用零、极点分析系统频域特性 .....	175
<b>第 6 章 <math>z</math> 变换及 <math>z</math> 域分析</b> .....	<b>191</b>
6.1 $z$ 变换的定义及收敛域 .....	191
6.2 典型离散时间信号的 $z$ 变换 .....	193
6.2.1 单位样值序列 .....	193
6.2.2 阶跃序列 .....	193
6.2.3 指数序列 .....	194
6.2.4 斜变序列 .....	195
6.3 $z$ 变换的性质 .....	196
6.3.1 线性性质 .....	196
6.3.2 位移性质 .....	196
6.3.3 序列线性加权性质 .....	197
6.3.4 序列指数加权性质 .....	198
6.3.5 时域卷积性质 .....	198
6.4 逆 $z$ 变换 .....	199
6.5 单边 $z$ 变换及差分方程求解 .....	202
6.5.1 单边移位性质 .....	202
6.5.2 初值定理与终值定理 .....	203
6.5.3 利用单边 $z$ 变换求解差分方程 .....	204
6.6 离散时间系统的系统函数 .....	204
6.6.1 系统函数的基本概念 .....	204
6.6.2 系统函数零、极点图与时域响应 .....	205
6.7 系统的因果性与稳定性 .....	206
6.8 离散时间系统的零、极点与频率响应特性 .....	207
6.8.1 离散时间信号的频谱 .....	207
6.8.2 离散时间系统的频率响应特性 .....	208
6.8.3 利用零、极点图判断系统频率响应 .....	209
<b>第 7 章 状态变量分析方法</b> .....	<b>218</b>
7.1 状态变量与状态方程 .....	218

7.2 信号流图与梅森增益公式 .....	220
7.2.1 信号流图的基本概念 .....	220
7.2.2 梅森增益公式 .....	221
7.3 状态方程的建立 .....	222
7.3.1 连续时间系统的状态方程 .....	222
7.3.2 离散时间系统的状态方程 .....	224
7.4 状态方程的求解 .....	225
7.4.1 连续时间系统状态方程的求解 .....	225
7.4.2 离散时间系统状态方程的求解 .....	226
7.5 系统的可控制性和可观测性 .....	228
7.5.1 状态矢量的线性变换 .....	228
7.5.2 由对角化的状态空间描述判断系统的可控制性和可观测性 .....	229
7.5.3 系统的可控制性和可观测性的满秩判别法 .....	232
<b>参考文献</b> .....	245

# 第1章

## 绪 论



### 知识背景

广义的信号是指能承载信息的自然现象,如光信号、声信号、电信号等。这些信号在日常生活中广泛存在,各自具有不同的物理本质和特性。在信号与系统课程中,我们削弱了广义信号的物理背景,将可携带信息的不同物理量,如光信号的功率、声信号的强度、电信号的电压或电流等,融合为“信号值”这一概念,统一通过信号值随时间或其他自变量的变化来描述信号,这样便于使用简单的数学模型来分析信号与系统的特性<sup>①</sup>。本课程中的信号主要指这种简化后的信号概念,可以根据自变量和信号值的不同特征分为三大类,如下所述。

自变量为连续的时间变量,信号值也为连续变量,称为连续时间信号或模拟信号;自变量为离散的时间变量,信号值仍为连续变量,称为离散时间信号;自变量和信号值均离散化的信号,称为数字信号。

连续时间信号最贴近信号的真实形式,离散时间信号是连续时间信号与数字信号的中间概念,而数字信号则是现代通信及信息处理所使用的主要形式。本课程重点分析前两者,即主要讲述连续时间信号与离散时间信号这两大类信号的分析方法。



### 学习要点

1. 掌握使用数学函数和波形图表示信号的方法。波形图准确表达信号,至少需要坐标轴、坐标轴名称、信号波形、关键坐标值等。
2. 掌握复数的不同表示形式,其可以由实部加虚部的形式(直角坐标形式)表示,也可以由复指数形式(极坐标形式)表示。熟悉欧拉公式,通过复数坐标系熟悉三角函数和复指数之间的对应关系。
3. 掌握信号能量/功率的计算方法,熟悉三角函数几种常见的微积分运算。

<sup>①</sup> 这种知道某一时刻对应的信号值的信号称为确定性信号,对确定性信号的分析比较简单,便于学生了解信号与系统的基本概念。而实际情况中,很多时候都要在不知道确定信号值的情况下就准备好相应的信号发射、传输、接收和处理系统,这时只能根据信号的一些统计信息去完成任务,这时的信号就统称为随机信号。对随机信号的分析不属于本课程内容,可在后续课程中学习。

4. 掌握冲激信号、阶跃信号的基本性质和使用方法。熟练运用冲激信号筛选性进行信号运算,注意冲激信号在进行尺度变换时强度会发生改变。

5. 掌握离散时间信号的表示方法,熟悉单位样值信号与阶跃信号的基本概念和应用,了解数字角频率的概念,掌握正弦序列的周期判断方法。

6. 掌握信号中直流分量、交流分量、奇分量、偶分量的求解方法。

7. 掌握使用微分方程和系统框图描述系统的方法,掌握两种描述方法的相互转换方法,注意系统框图的绘制风格,推荐为积分器、加法器直列式。

8. 掌握线性、时不变性、因果系统的判断方法,初步了解线性时不变系统的性质。

9. 掌握离散时间信号的基本运算和变换,类比差分和累加与连续时间系统中的微分和积分运算的异同,类比离散时间信号能量/功率与连续时间信号能量/功率的异同。了解抽取和内插概念。

10. 掌握离散时间系统差分方程与系统框图的对应关系及相互转换的方法。



## 要点精讲

### 1.1 连续时间信号的描述

连续时间信号的描述方法与古典函数非常相似。古典函数可以认为是自变量集到因变量集的数值与数值的映射关系,连续时间信号则是时间变量到不同时刻的信号值之间的关系。若用  $t$  描述时间变量,则一个信号可以用  $f(t)$  来表示,若用  $t_0$  代表一个确定的时刻,则此时的信号值为  $f(t_0)$ 。本课程中信号与函数两名词大体通用,一些常用的信号可以用基本初等函数描述,包括以下几种。

#### 1. 常数信号

$$f(t) = E. \quad (1.1.1)$$

信号值在所有时刻均为固定常数  $E$ ,不随时间而改变。这种信号也被称为直流信号。

#### 2. 幂函数信号

$$f(t) = t^k, \quad k \text{ 为非零实常数}. \quad (1.1.2)$$

本课程涉及的幂函数信号大多为整数幂,尤其是正整数幂。

#### 3. 指数信号

$$f(t) = K \cdot e^{at}, \quad a \text{ 为非零实常数}. \quad (1.1.3)$$

以任意正实数为底的指数函数都可以转化为以自然常数  $e$  为底的指数函数。指数中系数  $a$  的符号反映了信号的增长或衰减趋势。定义时间常数  $\tau = \frac{1}{|a|}$ ,则  $\tau$  影响信号增长或衰减的速率。

#### 4. 简谐信号

$$f(t) = K \cdot \cos(\omega t + \varphi). \quad (1.1.4)$$

简谐信号使用三角函数来描述,正弦、余弦形式都可以,本书中以余弦形式为主。式中  $K$  为振幅, $\omega$  为角频率, $\varphi$  为初相位。标准形式的简谐信号中  $K$  和  $\omega$  都是正实数, $\varphi$  通常在区间

$(-\pi, \pi]$ 。若  $K$  和  $\omega$  出现了负号, 可以通过三角函数奇偶性和初相位  $\varphi$  来进行调整。

$$\begin{cases} K \cdot \cos(\omega t + \varphi) = K \cdot \cos(-\omega t - \varphi) \\ K \cdot \cos\left(\omega t + \varphi \pm \frac{\pi}{2}\right) = \mp K \cdot \sin(\omega t + \varphi) \\ K \cdot \cos(\omega t + \varphi \pm \pi) = -K \cdot \cos(\omega t + \varphi) \\ K \cdot \cos(\omega t + \varphi \pm 2n\pi) = K \cdot \cos(\omega t + \varphi) \end{cases} \quad (1.1.5)$$

**【例 1-1】** 将信号  $\cos\left(-2t + \frac{\pi}{4}\right)$ ,  $-\cos\left(t + \frac{\pi}{4}\right)$  调整为标准形式的简谐信号。

**解:** 标准形式的简谐信号中振幅和角频率都是正实数, 利用余弦函数的偶函数性质, 有  $\cos\left(-2t + \frac{\pi}{4}\right) = \cos\left(2t - \frac{\pi}{4}\right)$ , 利用三角函数相移  $\pi$  会变号, 有  $-\cos\left(t + \frac{\pi}{4}\right) = \cos\left(t - \frac{3\pi}{4}\right)$ 。

相同角频率的正弦信号和余弦信号以任意比例的组合都可以合并为同频简谐信号形式。

$$A \cdot \cos(\omega t) + B \cdot \sin(\omega t) = \sqrt{A^2 + B^2} \cos[\omega t + \arg(A - B \cdot j)], \quad (1.1.6)$$

式中:  $j$  是虚数单位, 满足  $j^2 = -1$ ;  $\arg$  是辐角函数, 可得到复数自变量的辐角值, 其值域一般为  $(-\pi, \pi]$ 。反之, 简谐信号也可以展开为相同角频率的正弦信号和余弦信号以某种比例的组合。

## 5. 抽样信号

$$\text{Sa}(t) = \frac{\sin t}{t}. \quad (1.1.7)$$

抽样信号是本课程中引入的新函数之一, 具有以下性质:

$$\text{Sa}(0) = \frac{\sin t}{t} \Big|_{t=0} = \frac{(\sin t)'}{(t)'} \Big|_{t=0} = \frac{\cos t}{1} \Big|_{t=0} = 1, \quad (1.1.8)$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} \text{Sa}(t) dt = \pi, \quad (1.1.9)$$

$$\int_0^{\infty} \text{Sa}(t) dt = \int_{-\infty}^0 \text{Sa}(t) dt = \frac{\pi}{2}. \quad (1.1.10)$$

式(1.1.8)运用了洛必达法则, 式(1.1.9)和式(1.1.10)的证明方法比较复杂, 将在第3章中具体讲述。

## 6. 虚指数信号及欧拉公式

首先了解一下虚指数形式及其运算意义:

$$A \cdot e^{j\varphi}, \quad (1.1.11)$$

当指数为有理实数时, 指数运算有较为清晰的算术意义, 如  $y = x^{M/N}$  (有理实数可表示为两个整数  $M$  和  $N$  的比值) 指的是  $N$  个  $y$  的乘积与  $M$  个  $x$  的乘积相等。但当指数为虚数时, 这种有理实数规则下的算术意义就无法成立了。瑞士数学家欧拉(Euler, 1707—1783年)赋予了虚指数形式特殊的意义, 将式(1.1.11)定义为一个复数, 且

$$\begin{cases} |A \cdot e^{j\varphi}| = A \\ \arg(A \cdot e^{j\varphi}) = \varphi \end{cases} \quad (1.1.12)$$

为理解虚指数的意义,可以把  $e^j$  视为一个整体符号,其左侧系数  $A$  是这个复数的模,其右上角系数  $\varphi$  是这个复数的辐角。若通过模和辐角把这个复数画到复平面中,就与极坐标非常类似,模即极径,辐角即极角,因此虚指数可以视作复数的极坐标形式表达,大家相对熟悉的实部与虚部相加的表达则可以视作复数的直角坐标形式,这两种表达形式是等价且可以互换的。复数的极坐标形式便于对复数进行乘除法运算,而直角坐标形式便于进行加减法运算,可在运算中根据需要转换形式。

从图 1-1 所示的复平面中可以明显看出极坐标形式的复数对应的实部和虚部分别是什么,从这种对应关系中可以得到欧拉公式

$$\begin{cases} e^{j\varphi} = \cos \varphi + j\sin \varphi \\ e^{-j\varphi} = \cos \varphi - j\sin \varphi \end{cases}, \quad (1.1.13)$$

以及三角函数的共轭虚指数展开形式

$$\begin{cases} \cos \varphi = \frac{e^{j\varphi} + e^{-j\varphi}}{2} \\ \sin \varphi = \frac{e^{j\varphi} - e^{-j\varphi}}{2j} \end{cases} \quad (1.1.14)$$

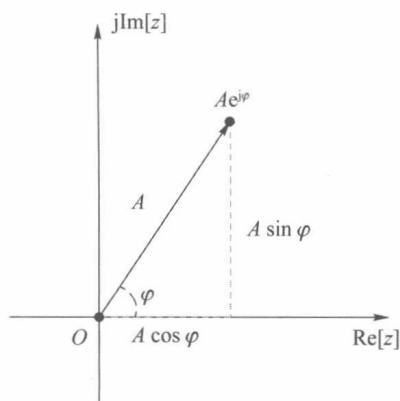


图 1-1

根据虚指数的数学意义,可以建立虚指数信号,其典型形式为

$$f(t) = K \cdot e^{j\omega t}, \quad (1.1.15)$$

描述的是一个辐角以固定角频率变化的复信号,也可以有以下直角坐标形式表达:

$$\begin{cases} K \cdot e^{j\omega t} = K \cdot [\cos(\omega t) + j\sin(\omega t)] \\ K \cdot e^{-j\omega t} = K \cdot [\cos(\omega t) - j\sin(\omega t)] \end{cases} \quad (1.1.16)$$

对于标准形式的虚指数,  $e^j$  符号左侧系数代表复数的模,理应为非负值,若出现了系数为负的虚指数,可以根据欧拉公式  $e^{j\pi} = -1$  将负号转为相位变化,

$$-K \cdot e^{j\omega t} = K \cdot e^{j\pi} \cdot e^{j\omega t} = K \cdot e^{j(\omega t + \pi)}. \quad (1.1.17)$$

虚指数信号可以和指数信号共同组成复指数信号:

$$f(t) = K \cdot e^{\sigma t} \cdot e^{j\omega t} = K \cdot e^{(\sigma + j\omega)t} = K \cdot e^s, \quad (1.1.18)$$

其中  $s = \sigma + j\omega$ ,  $\sigma$  是复数  $s$  的实部,  $\omega$  是其虚部。这种复指数信号会在第 5 章中出现。

## 7. 波形图法

除了用数学表达式来描述信号,我们也经常使用波形图来使信号表现得更加直观。本

课程重点分析的连续时间信号仅包含时间和信号值两个实数变量,可用两个实轴垂直组合而成的笛卡儿坐标系来展示信号变化情况。一个完整的信号波形图应该包含坐标轴、坐标轴名称、信号波形和关键坐标值,几种典型信号的波形图如图 1-2 所示。

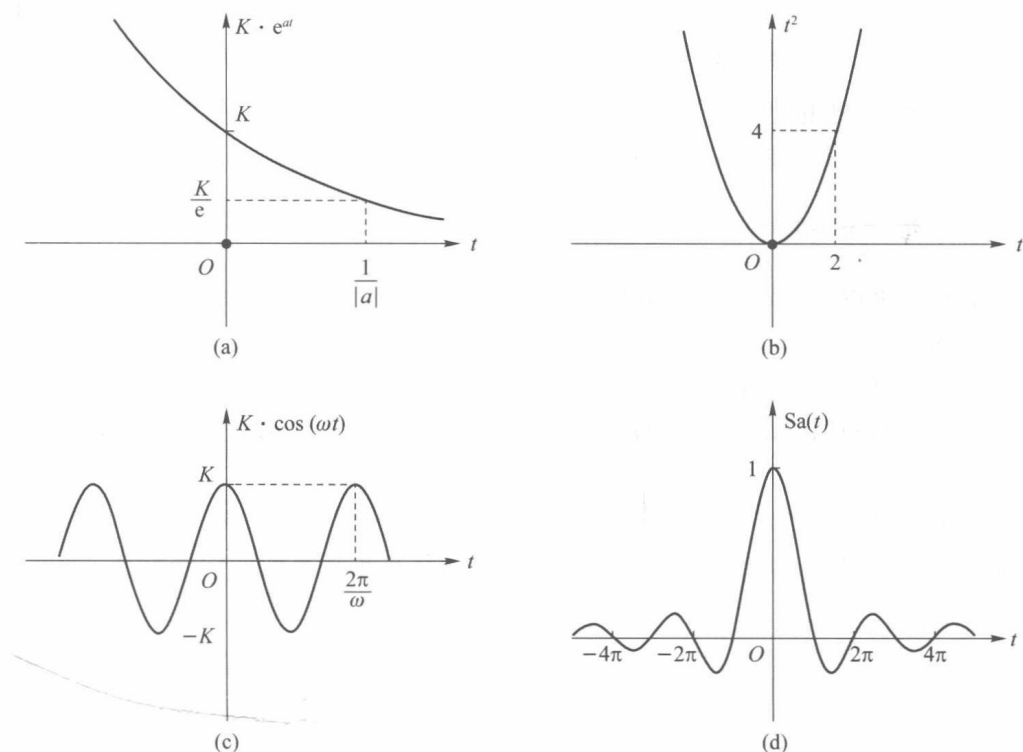


图 1-2

## 1.2 连续时间信号的运算

信号的产生、发送、传输、接收和存储过程中往往要对信号进行处理,使信号发生一定的改变以适应不同的需要,包括信号的时移、反转、尺度变换、加减乘除及微分、积分等。这些处理方法统称为信号的运算。本课程不展开这些运算的具体物理实现过程,而是直接使用数学模型建立理想的信号运算过程。

### 1.2.1 信号的时移、反转和尺度变换/线性变换

在相同的时间基准下,同一个信号的传递过程中,不同位置处接收到的信号就存在时移。例如用大喇叭喊话,靠近大喇叭的人马上就听到了声信号  $f(t)$ ,远离大喇叭的人  $t_0$  ( $t_0 > 0$ ) 时间后才听到,若用相同的时间坐标轴,远离大喇叭的人听到的信号(暂不考虑信号衰减)就是  $f(t-t_0)$ 。在以右方向为时间轴正方向的坐标系里,  $f(t-t_0)$  相对于  $f(t)$  波形就是整体右移了  $t_0$ 。同理,  $f(t+t_0)$  相对于  $f(t)$  波形就是整体左移了  $t_0$ 。

信号的反转是把  $f(t)$  变换为  $f(-t)$ ,从波形图上看是把信号以  $t=0$  为轴做了  $180^\circ$  水平翻转。注意反转是把负号加在自变量  $t$  上,例如,  $f(t-t_0)$  做反转应得到  $f(-t-t_0)$ ,而不是  $f(-t+t_0)$ 。

信号的尺度变换指信号值  $f$  随自变量  $t$  变化的速率发生了改变, 数学形式是把  $f(t)$  变换为  $f(at)$  ( $a > 0$ ), 从波形图上看是把信号波形以  $t=0$  为基准轴调整为  $\frac{1}{a}$  倍。当  $0 < a < 1$  时, 波形会被拉伸, 当  $a > 1$  时, 波形会被压缩。尺度变换的系数同样是加到自变量  $t$  上, 例如, 把  $f(t-1)$  以  $t=0$  为基准轴压缩为原来的  $\frac{1}{2}$  得到的是  $f(2t-1)$ , 而非  $f(2t-2)$ 。

信号的时移、反转和尺度变换等运算都是对自变量  $t$  进行处理, 由于变换后形式  $at-t_0$  的代数图形是一条直线, 因此也可统称为对信号的线性变换运算。

### 1.2.2 信号的四则运算

信号的减法可以视为与系数为负的信号相加, 除法可以视为与信号的倒数形式相乘, 所以可做一定的概念合并, 把四则运算分为相加和相乘两类运算。信号相加是把两个信号在相同时刻的信号值相加; 信号相乘是把两个信号在相同时刻的信号值相乘。可通过  $\sin(\Omega t) + \sin(8\Omega t)$  和  $\sin(\Omega t) \cdot \sin(8\Omega t)$  的对比看出加法运算和乘法运算的不同。同时可以发现, 当参与运算的信号中包含一个高频振荡信号时, 如  $\sin(8\Omega t)$ , 波形图会勾勒出与另一个信号有关的轮廓, 例如, 图 1-3 中用虚线表示的轮廓曲线与  $\sin(\Omega t)$  有明显联系, 这种轮廓曲线被称为包络曲线, 包络曲线能够在一定程度上体现出运算前的信号特征。

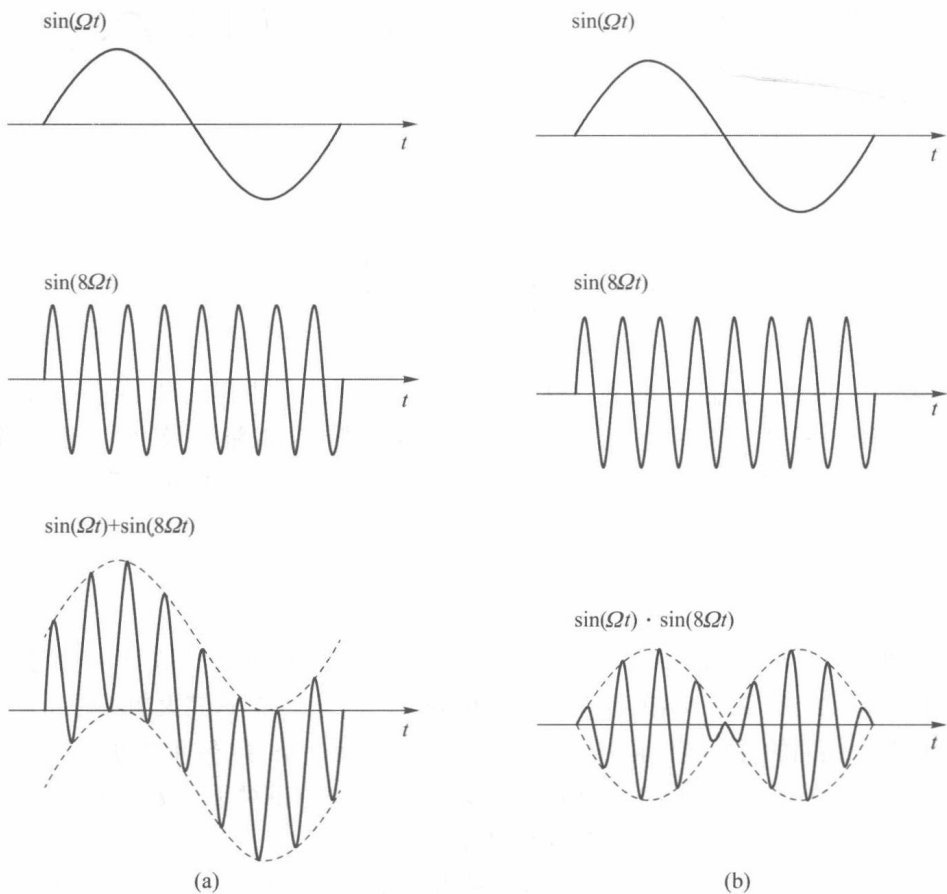


图 1-3