

# 基于对话的 数学课堂教学研究

马珏 著



ZHEJIANG UNIVERSITY PRESS  
浙江大学出版社

# 基于对话的 数学课堂教学研究

马珏 著



ZHEJIANG UNIVERSITY PRESS  
浙江大学出版社

## 图书在版编目 ( CIP ) 数据

基于对话的数学课堂教学研究 / 马珏著. — 杭州:  
浙江大学出版社, 2021.11  
ISBN 978-7-308-21537-4

I. ①基 … II. ①马 … III. ①小学数学课—课堂教学—教学研究 IV. ① G623.502

中国版本图书馆 CIP 数据核字 ( 2021 ) 第 123042 号

## 基于对话的数学课堂教学研究

JI YU DUIHUA DE SHUXUE KETANG JIAOXUE YANJIU

马珏 著

---

责任编辑 平 静

责任校对 陈静毅

装帧设计 乐读文化

出版发行 浙江大学出版社

( 杭州市天目山路 148 号 邮政编码 310007 )

( 网址: <http://www.zjupress.com> )

排 版 杭州乐读文化创意有限公司

印 刷 浙江省邮电印刷股份有限公司

开 本 710mm × 1000mm 1/16

印 张 15.5

字 数 295 千

版 印 次 2021 年 11 月第 1 版 2021 年 11 月第 1 次印刷

书 号 ISBN 978-7-308-21537-4

定 价 68.00 元

---

版权所有 翻印必究 印装差错 负责调换

浙江大学出版社市场运营中心联系方式 ( 0571 ) 88925591; <http://zjdxcb.tmall.com>

## “对话”课堂

课堂是实现教师理想,点燃学生梦想的地方。这个地方的主角永远是教师和学生,没有第三者。

不同师生之间,因为其互动方式的不同,经常会冠之以“××课堂”,以表达教师心中的理想或点燃理想的方式。

对话,是教师、学生之间交流的主要方式,对话的主要展开形式是“问”与“答”,在《学记》中谓之“叩问”与“待问”。

马珏并不是一个大家,而是扎根于小学数学课堂的美丽教师。在二十年的教学实践中,她总是在思考、践行与孩子的对话。她觉得与孩子的对话大有学问,“对话”的质量直接决定了课堂学习的质量。于是,她便痴心研究如何提高师生的对话质量,以及对话的展开方式。

每一位老师的善良都会萌动孩子的探索兴趣,每一位老师的努力都会换来孩子的成长笑容。

苏格拉底是十分重视师生“对话”的。在对话中启发了孩子的思维,史称为“产婆术”。

孔子先生是十分重视师生“对话”的。“对话”被记录为《论语》,“对话”的地方被称为“杏坛”。

所以,“对话”是古已有之的事情,但这些对话的主角都是成人了。

马珏老师的“对话”发生于儿童,这样的儿童“对话”体现了什么特点?且以“数

学”学习为对话的显性目标,以人格成长为对话的终极目标,需要为有效“对话”提供哪些支撑材料?怎样的“对话”才能让孩子挥着开心的翅膀走向深度思考?

这些问题,都是一位小小的西湖女子——杭州市求是教育集团的马珏老师所思考践行的。这是一件多么难得的事情。

教育的美好,正是由许许多多像马珏老师这样的研究者、探索者支撑起来的。让我们对这样的研究者,致以深深的敬意!

正高级教师  
浙江省数学特级教师  
浙江省金华师范学校附属小学校长 俞正强

## 写在前面：什么是数学课堂上的对话？ / 1

### 第一章 三种对话，引领学习深入 / 5

- 第一节 主题中心，对话学习对象 / 6
- 第二节 协同学习，对话学习同伴 / 15
- 第三节 多维表现，对话自我 / 24
- 第四节 三种对话实践的实施成效 / 35

### 第二章 四条路径，保障积极对话 / 49

- 第一节 生本理念下的“任务驱动” / 50
- 第二节 图式干预下的“问题解决” / 83
- 第三节 学习视角下的“微课开发” / 111
- 第四节 理解证据下的“持续评价” / 131

### 第三章 典型课例，展开对话实践 / 153

- 第一节 概念教学典型课例 / 154
  - 《平均分》/围绕意义，重组教材内容 / 154
  - 《真分数和假分数》/扎根质疑，体验产生过程 / 160
  - 《平行四边形和梯形的认识》/单元视角，凸显知识结构 / 166
  - 《旋转》/运动变化，把握本质特征 / 171
  - 《条形统计图》/对比关联，纳入原有体系 / 178
  - 《面积和面积单位》/聚焦核心，整体架构单元 / 183
- 第二节 问题解决典型课例 / 190
  - 《不规则物体的体积》/开放时空，促进思维碰撞 / 190

《观察物体》/丰富表象,提升空间想象 / 195

《涂色问题》/动手操作,主动探索规律 / 202

第三节 数学广角典型课例 / 207

《植树问题》/追本溯源,回归基本模型 / 207

《填数游戏》/配备“学习包”,支撑推理过程 / 214

第四节 拓展活动典型课例 / 220

《汉诺塔游戏》/借游戏之“形”,蕴思维之“神” / 220

《三角形的反转》/营造交流氛围,获得积极体验 / 226

《有趣的进制》/借助“格子图”,有效突破难点 / 232

后记 / 239

## 什么是数学课堂上的对话？

### 一、让课堂成为学习真正发生的地方

“让课堂成为学习真正发生的地方”是当前课堂教学转型的焦点。放眼世界，欧美各国的教学改革正在进行根本性、根源性的变化，重建“教师”的概念，重建“学生”的概念；重建“教”的概念，重建“学”的概念；重建“教材”的概念；重建“课堂”的概念，以及重建它们之间的相互关系。我国的教学改革在国际趋势的大背景下，提出：从“教师中心”转向“儿童中心”，从“教”的中心转向“学”的中心，从“传递、讲解”转向“支援、帮助”。国内外研究表明，教学应该遵循学习的本质，尊重每个学习个体，致力于学科素养的发展，在这样的课堂中，学习的意义得到复苏，学生才能真正感受到学习的快乐。

在课堂教学改革的背景下，作为一名一线教师，在数学课堂教学中需要改变什么？我们要有一些理性思考。

教学目标的转变，从重知识传递变为重过程体验。传统的数学课堂中，教学目标追求“有效传递”，考虑的是40分钟内如何让学生更好地理解教材上的知识，为了“快节奏、大容量”，更多使用多媒体（教师）演示代替学生的操作活动；习惯性按照学科体系进行课时分割，很少基于学习系统进行主题整合。转型后的数学课堂，教学目标追求的是学生经历学习的过程，能像“小数学家”一样，对学习对象进行动手操作，对知识的发生发展进行还原，直观感知，抽象概括，获得丰富的活动体验。

教学过程的转变，从重统一推进变为重同伴协作。传统的数学课堂中，教学过程追求“同质”：以整齐划一的“教师提问—学生回答—教师评价”推进教学进程；教师在课堂中有绝对的权威，忽视了学生是有个体差异的，需要有独立思考和合作分享的时间和空间。转型后的数学课堂，教学过程中教师把学生看成是独立的学习个

体,组织学生互动和交往,让每个学生都有机会交流不一样的想法和见解,让学生在合作、讨论、辨析中不断地去修正、完善、拓展知识。

教学评价的转变,从重练习习得变为重内在建构。传统的数学课堂中,教学评价通过习题练习来判断学生掌握的情况,但这只是一个方面,学生是否对知识真正理解,内在如何进行建构,无法很好体现。转型后的数学课堂,教师运用不同的方法评价学生在学习过程中展现出来的多样表现,分析学生内化的理解程度和存在问题,促进知识的意义建构;学生调动自身的内在需求,用元认知思维不断反省自身,内心世界反复经历着建构、解构、重构的过程。

## 二、对话,在沟通中展开意义的探究

课堂的转型需要基于对学习的新认识。日本教育家佐藤学的“学习三位一体”理论中提出:所谓学习,是学生与作为教学内容的对象世界的接触与对话(创造世界);与在此过程中发展的同其他学生或教师认识的接触与对话(人际交往);与新的自我的接触与对话(完善自我)。

什么是对话?对话,是通过和某个对象或他人,以及自我的沟通,表达、共享对知识的认识,展开意义探究的行为。数学课堂的学习内容具有思维性,学习方式需要探究性,学习目标注重建构性。在数学课堂上,学生将基于“三种对话实践”展开对知识的意义探究,获得真正的理解。

在《不规则物体的体积》课堂上,学生通过研究,知道了用“排水法”可以测量不规则物体的体积。教材在“回顾反思”环节,继续引发学生思考:用排水法可以测量乒乓球的体积吗?由此培养学生的创新精神。在小学阶段,还没有学习球的体积计算,学生仍然用排水法来测量乒乓球的体积,却碰到了新的问题:乒乓球不能在水中完全浸没,它的体积又该如何测量呢?对于学生来说这是一个新的挑战。他们与学习对象对话,自己动手做实验,探索测量的方法,在一次次尝试中不断更新认识。他们与学习同伴对话,在反馈交流中,有的学生提出可以借助手指、矿泉水瓶等将乒乓球压入水中;有的学生认为这样测量会有误差,可以用鹅卵石将乒乓球压入水底,上升部分水的体积减去鹅卵石的体积就是乒乓球的体积;还有的学生觉得这种方法虽然比较精确,但是操作麻烦,提出新的设想:是不是可以用“细沙”代替“水”,将排水法的思路进行迁移,变成“排沙法”,将乒乓球完全“埋没”来解决问题。他们与自身进行对话,在一次次的沟通、表达、共享中,不断对“不规则物体的体积测量”进行建构、解构、重构,在具体对象、情境的变化中体会数学思想方法的不变,加深对“转化”思想的理解。

从上述案例中可以看到,在数学课堂上,教师引领学生积极开展三种对话实践,

促使学习走向深入,学习的意义将在课堂教学中得到复苏:学生的学习热情被点燃,学习不只是知识传授,更是心态养成,学生在和学习对象能动对话中,激发了良好兴趣、动机和态度,是一种情感性学习;学生的学习能力获得提升,学习不只是掌握新知,更是潜能激发,学生在和学习同伴的差异对话中,提升思考力、判断力和表达力,是一种挑战性学习;学生的学习观逐渐形成,学习不只是课堂中的获得,更是课堂外的应用,学生在和自我的内省对话中,明晰学习促进学科素养发展的价值,是一种体验式学习。

“三种对话实践”是学习的核心。接下来我们要继续思考,在数学课堂上:如何构建对话语脉,让对话自然发生,引领学生和学习对象能动对话,重构客观世界;如何构建对话结构,让对话不断生成,引领学生和学习同伴差异对话,重建伙伴关系;如何构建对话文化,让对话形成氛围,引领学生和自身内省对话,重塑内在自我。

### **(一)构建对话语脉:教学内容“主题中心”**

践行对话的数学课堂构建了结构化、丰富化、活动化的对话语脉,教师对教学内容积极重组:课堂里的学习内容不是教材上去语脉的、抽象化的教学内容,而是精化数学结构、精选学习素材的学习主题;学生可以直接面对,通过观察、实验、操作等活动,运用概括化的概念和符号,建构学习对象的意义世界,并且构筑结构化的关系。“主题中心”的教学内容,引领学生与学习对象能动对话,重构客观世界。

### **(二)构建对话结构:教学组织“协同学习”**

践行对话的数学课堂构建了自主性、平等性和支撑性的对话结构,教师对教学组织积极重置:课堂里的学习活动是在师生关系和生生关系中实现的;把课堂环境设计成自主性、合作性的场所,对学习起到支撑作用;在这个场所中,每个学生都感受到互相尊重的平等氛围,教师成为诱发思维的“脚手架”,学习活动是一个你来我往,不停触动和生发的过程。“协同学习”的教学组织,引领学生与学习同伴差异对话,重建伙伴关系。

### **(三)构建对话文化:教学评价“多维表现”**

践行对话的数学课堂构建了表现性、反思性、持续性的对话文化,教师对教学评价积极重构:课堂里的学习反馈不仅关注学生群体外在学习的“量”的变化,更加关注学习个体内化学习的“质”的变化;通过各种途径的表现,学生在学习中不断以自己为对象展开元认知思维,从内部调动学习的根源性需求,重新建构自身,这是一种问题解决过程中的反省性思维。“多维表现”的教学评价,引领学生与自身内省对话,重塑内在自我。

在小学数学课堂中如何实践“三种对话”,促使学习走向深入,将在本书的第一章中具体进行阐述。

此外我们还应认识到,小学生的年龄特点决定了他们在数学课堂上进行“三种对话实践”不能是“抽象”的、“理性”的,而是需要借助挑战性的任务进行驱动,需要经历真实的问题解决过程,需要各种媒介的有效支撑,需要持续性的评价体系指导,这些都是开展积极对话的保障。任务驱动是为了让学生明确对话的目的,主动与学习对象进行对话;问题解决是为了让学生经历对话的过程,与学习对象、学习同伴和自我不断进行沟通、分享,进行意义探究;媒介支撑是为了营造对话的氛围,通过环境、媒体、工具等给予三种对话有效的支撑;持续评价是为了评估对话的成效,展现知识理解、同伴合作、自我建构的较好表现,让学习走向深入。

这四条路径如何为数学课堂中的积极对话提供保障,将在本书的第二章中具体进行阐述。

在行动研究的过程中,我们积累了一系列在数学课堂中展开对话实践的典型案例,内容涉及概念教学、问题解决、数学广角、拓展活动等,将在本书的第三章中具体进行阐述。

## 第一章

# 三种对话， 引领学习深入

在这一章中，我们具体阐述在小学数学课堂上践行“三种对话”的策略。

- 主题中心，对话学习对象：学习内容变为学习主题，让对话自然发生，激发学生学习的兴趣和动机，促使学生与学习对象能动对话，重构客观世界。
- 协同学习，对话学习同伴：学习方式变为协同学习，让对话不断生成，激发学生学习的思考力、判断力和表达力，促使学生和学习同伴实现差异对话，重建伙伴关系。
- 多维表现，对话自我：学习目标变为智慧发展，让对话形成氛围，学生通过与自己的内省对话，明晰学习的意义、知识的价值，形成正确的学习观，重塑自我。

## 第一节 主题中心,对话学习对象

学生在数学课堂上围绕主题,与学习对象展开对话。教师设计凸显数学本质、符合学生兴趣的探究主题,可以分为两种类型:以教材上的内容作为主题,在对话中获取知识的理解;以学生感兴趣的拓展内容作为主题,在对话中积累活动的经验。教师应激发学生学习的兴趣和动机,促使学生与学习对象能动对话,重构客观世界。

### 一、设计教材主题,获取知识理解

将教材进行有机整合,突出结构性和方法性,形成学习主题。从学科单元、学段、领域的视角,结构加工,对接学生的认知结构;了解学生的前在状态、潜在状态,内容激活,对接学生的思维发展。在主题学习中经历知识的“再创造”,促进对知识的深入理解。

#### (一) 结构加工:对接学生认知结构

在教学内容选择上进行结构加工,关注教材知识结构与学生认知结构的“对接”。根据学生对知识的认知和理解特点,对教材内容进行结构化重组,促进学生发现结构、灵活运用结构的结构化思维,更好地对知识进行迁移。

##### 1. 单元视角下的结构加工

教材在编排单元时,有时候会把一个知识点分割成几个部分进行教学,体现了认知过程的循序渐进。在学习过程中,不少学生容易“只见树木,不见树林”,甚至有可能产生疑问和误解。因此,教师应从单元教学的视角进行结构加工,找到知识间的横向联结点,引导学生先搭建整体的知识框架,再在后续的学习中,深入开展各部分的研究,不断完善知识理解。

以人教版数学教材二年级下册《平均分》的教学为例。单元编排时,对“平均分”的认识分成三个部分进行教学。第一部分是“平均分的意义”,有等分和包含分两种情况,分两个例题进行教学。第二部分是“平均分的方法”,用一个例题进行教学:当物体数量较少时,可以一个个分;当物体数量较多时,可以先估计着分,再进行调整。第三部分是“平均分的结果”,有时正好分完,有时分而有余,为接下来学习表内除法和有余数除法做好孕伏。

按照教材内容依次开展教学,小步前进,学习难度确实降低了。但在学习时由于

不能一览“平均分”的全貌，所以在学生的认知结构中，对平均分的认识是零散、割裂的，而不是系统的，容易产生疑惑。例如，在例1的学习中，学生知道等分是“平均分”；有了这样的先入为主，在例3的学习中，有的学生就想不通为什么包含分也是“平均分”。再例如，由于学习平均分时，提供的学习材料都是“正好分完”，有的学生在学习中就产生了误解：“平均分”肯定是正好分完，不是正好分完的就不是“平均分”，这就成为今后学习有余数除法的障碍。为此，教师可以采取如下教学策略。

打破例题局限，将平均分的类型、方法、结果三部分整合在1个课时进行教学，用平均分的意义“每份同样多”进行横向联结。围绕“平均分的意义”这一学习主题，整体架构“平均分”的认知框架：通过“分糖”，学生知道要根据实际情况选择不同的方法进行平均分；通过“分萝卜”，学生感悟到平均分有两种情况；通过“分小正方体”，学生对平均分的结果有了全面的了解，为后期学习“表内除法”和“有余数除法”铺垫伏笔。（图1-1）

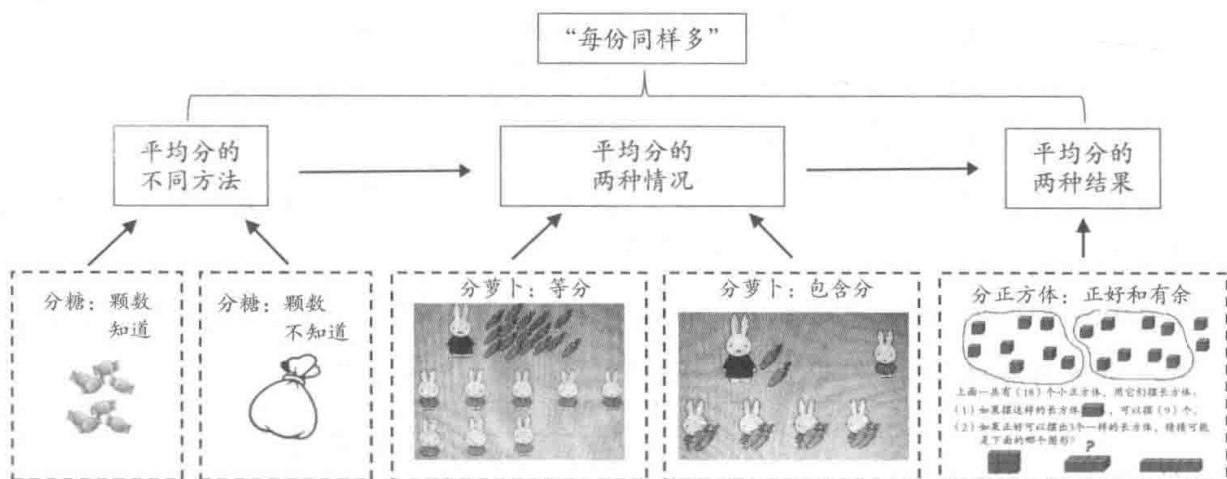


图 1-1

## 2. 学段视角下的结构加工

教材在编排时，有一些知识不会让学生一次性学完，而是安排在不同的学段，体现认知的螺旋上升。而学生在认知时容易遗忘前期的学习，产生知识的交叉重复，形成知识断层。教师可以从学段教学的视角进行结构加工，把同一部分内容进行有机整合，找到知识间的纵向链接点，以此让学生的学习经验“一脉相承”，感受到知识的发生发展过程，更好地形成知识体系。

以人教版数学教材五年级下册《真分数和假分数》的教学为例。在这之前，教材在三年级上册编排了《分数的初步认识》，学生已经初步认识了“分子比分母小”“分子和分母相等”的分数，五年级下册继续认识分数，对分数意义和性质进行再认识。在《真分数和假分数》内容前面，教材还编排了《分数与除法的关系》。

三年级教学“分数的初步认识”时,教材先安排了“几分之一”的认识,再安排了“几分之几”的认识,通过学习,学生已经初步感悟分数与平均分的关系,知道了几个“几分之一”就是“几分之几”。五年级进一步学习分数,在编排《真分数和假分数》这部分内容时,教材没有从学生对分数已有的认知结构出发,而是安排了一些图形,从“涂一涂”用分数表示阴影部分,“比一比”这些分数和“1”的关系来展开教学。因此,在学习过程中,学生很容易产生疑问:假分数不是分数,分子比分母大,取得的份数怎么可能比平均分的份数多呢?此外,教材在编排《真分数和假分数》之前,还编排了《分数与除法的关系》,除法算式可以表示平均分的过程,分数可以表示平均分的结果。但由于学生这时还没有学习假分数,除法算式的结果最多表示到“ $\frac{a}{a}$ ”,就不能往下了,当学生提出疑问,像“ $5 \div 4$ ”这样的除法算式的结果可不可以用分数来表示呢?教师又该如何做出解答?想要有效地解决这些疑问,教师可以采取以下教学策略。

对接三年级的认知结构,以“分数单位的累加”作为三年级和五年级教学的链接点,以“分数的意义”为主题展开学习:1个饼平均分给4个小朋友,每人分到几个?2个饼呢?3个饼呢?4个饼呢?5个饼平均分给4个小朋友,还能用分数表示结果吗?从分1个饼到分9个饼,师生将分饼的过程同步记录下来,平均分的过程用除法算式表示,平均分的结果用分数表示。纵向观察,学生发现分数单位在不断累加,当累加到一定程度时,就会产生“假分数”,与以前的分数学习一脉相承,完善分数的知识体系。同时,学生横向观察,得到“分数与除法的关系”,与《真分数和假分数》的教学有机进行整合。(图1-2)

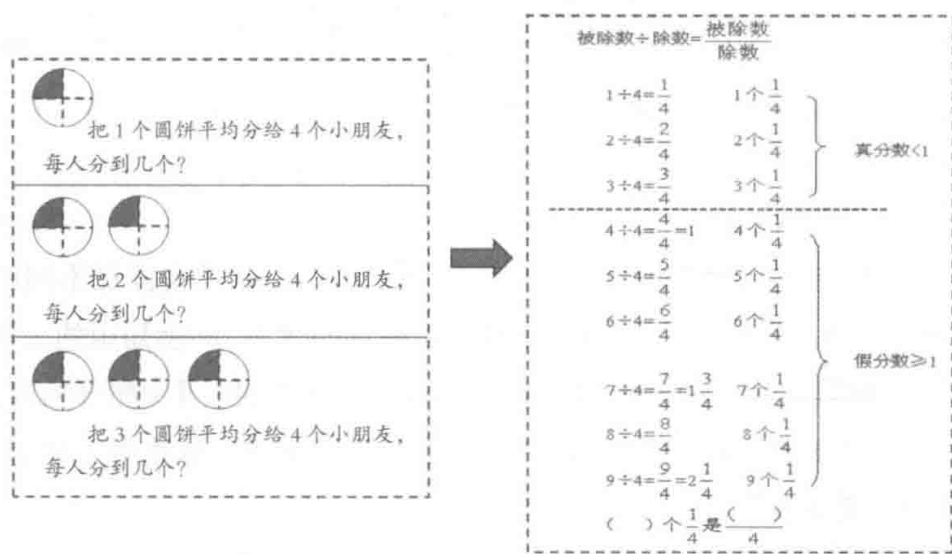


图 1-2

### 3. 领域视角下的结构加工

教材在编排时,分为不同的知识领域,每个领域自成体系,使得学生形成的认知

结构也相对独立,知识领域间缺少联系,很多时候需要从头学起,增加了学习的负担。其实,有一些知识看似属于不同领域,实则能找到相同的数学模型。教师应深入挖掘教材,找到知识间包含联系的融合点,使学生感受到知识可以不断创生,自主建构知识结构。

以人教版数学教材五年级上册的《植树问题》为例。“植树问题”原来是一个思维训练专项,有自己的知识体系:三种基本类型,以及不同变式。教材上依次呈现了不同类型的例题,在练习中出现变式。

教师往往把植树问题当成一个全新专题进行教学,按照教材编排,依次教学不同类型。因为思维含量大,类型多,还有灵活的变式,起点就比较高。学生以“新知”的角度进行学习,一种类型还能理解和应用,但是到后来,几种类型再加上变式一起出现,就越学越糊涂,错误频出,类型选择错误,数量关系混淆,普遍感觉难度比较大。针对这些问题,教师可以采取以下策略。

思考学生原有的认知结构中,什么可以成为学习植树问题的基础,从而降低学习难度。通过列表分析,可以发现植树问题和除法解决问题有关联。植树问题的解决过程在进行“平均分”,可以用“除法”解决。因此,将植树问题看成是特殊的除法解决问题,以“除法解决问题”为主题展开学习,将原来的除法解决问题和特殊的除法解决问题(植树问题)进行对比,发现都是用除法解决,可以融入原有的除法模型;学生以前有过结合实际对“余数”进行处理的经验,现在要结合实际对“商”进行处理,根据两端情况判断,有时“商+1”,有时“商-1”,有时“商不变”。(图1-3)

道路长度	(每隔5米种1棵)棵数			算式	数量关系
15米	4	3	2	$15 \div 5 = 3$	总数 $\div$ 每份数 = 份数
40米	9	8	7	$40 \div 5 = 8$	
100米	21	20	19	$100 \div 5 = 20$	
2000米	401	400	399	$2000 \div 5 = 400$	
.....					
除法模型	棵数 = 商 + 1	棵数 = 商	棵数 = 商 - 1	商的处理	

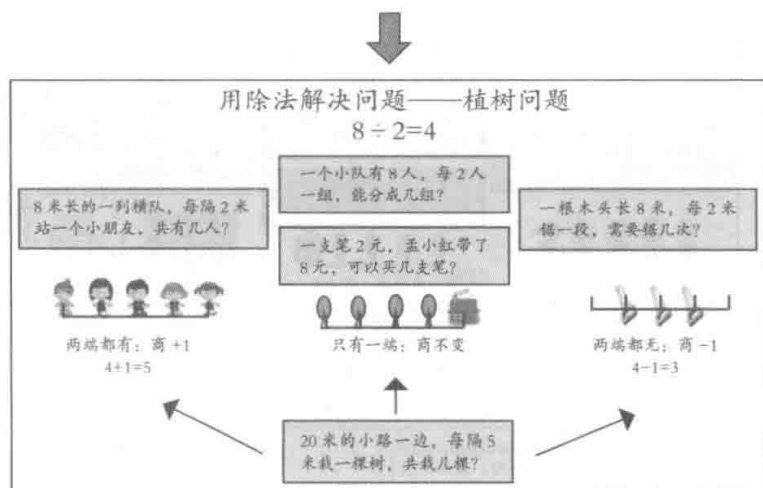


图 1-3

## (二) 内容激活: 对接学生思维发展

教师在教学内容呈现上进行生命激活, 关注教材的知识结构和学生的内在需求“对接”。根据学生对知识的前在状态、潜在状态、生活经验、发展需要, 对呈现形式进行激活化加工, 经历知识的“再创造”过程, 将文本知识转化为学生发展中的智慧。

### 1. 有意义的情境创设

教材在编写时会创设一些情境, 目的是让学生借助情境理解抽象的数学知识。但有的情境离学生的现实生活比较远, 不能调动生活经验; 有的情境和学生前面的学习没有发生联系, 不能调动学习经验。教师可以改编教材中的情境, 营造学生熟悉的真实场所, 即有意义的情境; 积极调动学生已有经验, 形成数学概念, 归纳数学规律, 建构数学模型, 提炼解决一类问题的数学策略, 进行知识“数学化”的“再创造”。

以人教版数学教材五年级上册的《植树问题》教学为例。教材上的3个例题和变式题, 呈现的情境大部分是“植树”。

通过访谈, 我们发现: 很少有学生会去观察生活中是怎么植树的, 生活经验不能支撑他们自主探索植树问题的不同类型; 对于“棵数、间隔数、间距”这样的“术语”, 学生没有办法和以前学习的知识对应起来, 学习经验不能支撑他们建构植树问题的模型, 常常需要教师先做具体说明。怎样帮助学生轻松理解知识点, 建构植树问题的模型呢? 教师可将简单情境变成真实场所, 设计一组有意义的情境。

先出示学生自己编的“除法问题”, 唤起学习经验“求总量里面有几个几, 可以用除法解决”。接着出示学生熟悉的“排队”和“锯木头”的生活情境, 学生运用除法解决问题的学习经验, 自觉用除法进行解决。根据生活经验, 学生认为商并不是结果, 要对商进行处理: “排队”两头都要站人, 因此“商+1”; “锯木头”两头都不需要锯, 因此“商-1”。最后出示“植树问题”情境, 学生主动迁移学习经验和生活经验, 自主探究三种不同类型, 建构植树问题的模型, 顺利完成生活现象“数学化”的“再创造”。(图1-4)

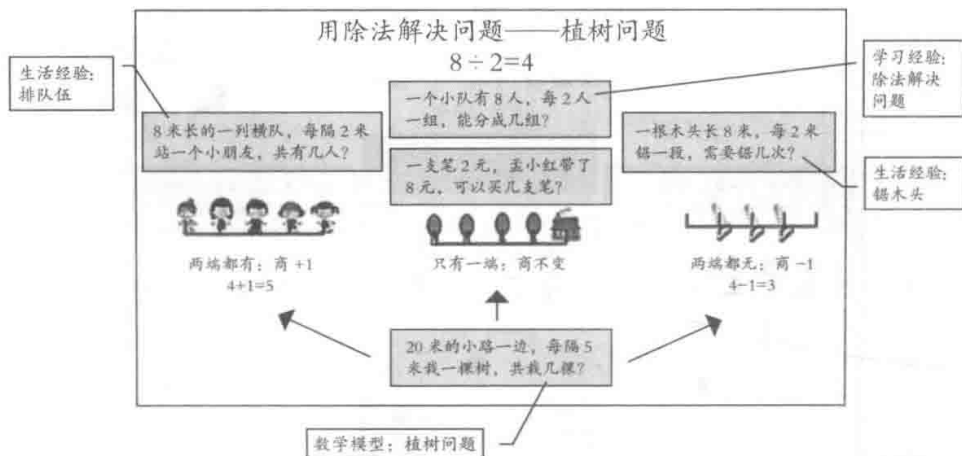


图 1-4