普通高等院校计算机类专业系列教材

离散数学及应用

主 编 单显明 潘 月

北京理工大学出版社
BEIJING INSTITUTE OF TECHNOLOGY PRESS

普通高等院校计算机类专业系列教材

离散数学及应用

主　编　单显明　潘　月
副主编　陈彦宏　刘　巍
　　　　王龙丰　那崇正

北京理工大学出版社
BEIJING INSTITUTE OF TECHNOLOGY PRESS

内容简介

本书对计算机类专业本科生最需要学习的离散数学基础知识进行了系统介绍，力求概念清晰，注重实际应用. 全书共分 7 章，内容包括命题逻辑、谓词逻辑、集合论、关系、图、树和代数结构，并含有较多的与计算机类专业有关的例题、习题和实验题.

本书在内容的组织上，力求在培养学生抽象思维和逻辑推理能力的同时，注重展现离散数学在计算机类专业和信息科学中的应用. 本书叙述简洁、深入浅出、注重实践和应用，主要面向普通高等院校计算机类专业的本科学生，也可以作为非计算机类专业学生的选修教材和计算机应用技术人员的自学参考书.

图书在版编目（CIP）数据

离散数学及应用 / 单显明，潘月主编. --北京：北京理工大学出版社，2022. 1

ISBN 978-7-5763-0855-6

Ⅰ. ①离…　Ⅱ. ①单…　②潘…　Ⅲ. ①离散数学　Ⅳ. ①O158

中国版本图书馆 CIP 数据核字（2022）第 006835 号

出版发行 / 北京理工大学出版社有限责任公司
社　　址 / 北京市海淀区中关村南大街 5 号
邮　　编 / 100081
电　　话 /（010）68914775（总编室）
（010）82562903（教材售后服务热线）
（010）68944723（其他图书服务热线）
网　　址 / http：//www. bitpress. com. cn
经　　销 / 全国各地新华书店
印　　刷 / 涿州市新华印刷有限公司
开　　本 / 787 毫米×1092 毫米　1/16
印　　张 / 13. 5　　责任编辑 / 李　薇
字　　数 / 317 千字　　文案编辑 / 李　硕
版　　次 / 2022 年 1 月第 1 版　2022 年 1 月第 1 次印刷　　责任校对 / 刘亚男
定　　价 / 42. 00 元　　责任印制 / 李志强

图书出现印装质量问题，请拨打售后服务热线，本社负责调换

前　　言

离散数学是现代数学的一个重要分支，是计算机科学中基础理论的核心课程. 离散数学是以研究离散量的结构和相互关系为主要目标，其研究对象是有限个或可数个元素，因此它充分描述了计算机科学离散性的特点. 计算机类专业中的程序设计、数据结构与算法、编译原理、操作系统、数据库原理、算法设计与分析和计算机网络等理论课程都是以离散数学为基础的.

学习离散数学，可以使学生获得离散数学建模、离散数学理论、计算机求解方法的一般知识，还可以培养和提高学生的抽象思维能力和严密的推理能力. 离散数学是为非数学专业学生开设的一门专业基础课程，通过数学知识的应用才能体现该课程的价值，为了使学生取得较好的学习效果，本书侧重在应用方面进行详细介绍.

全书共分为 7 章，分别是命题逻辑、谓词逻辑、集合论、关系、图、树和代数结构. 本书层次结构清晰，针对每个概念都给出了较多的例题分析，这对学生理解一些抽象的概念具有很好的帮助；另外，本书在详细介绍各章理论知识后，还分析了相关知识的应用. 本书叙述简洁、深入浅出、注重实践和应用，主要面向普通高等院校计算机类专业的本科学生，也可以作为非计算机类专业学生的选修教材和计算机应用技术人员的自学参考书.

本书由沈阳工学院的单显明、潘月担任主编，由沈阳工学院的陈彦宏、刘巍、王龙丰和那崇正担任副主编. 具体编写分工如下：单显明负责编写第 1、3 章；潘月负责编写第 4 章、各章习题及习题解答；陈彦宏负责编写第 7 章；刘巍负责编写第 5 章；王龙丰负责编写第 2 章；那崇正负责编写第 6 章；全书由单显明负责统稿.

本书提供了丰富的教学资源，如教学课件、教学大纲、教案、课后题答案等，欢迎各位老师索取. 尽管我们尽了最大努力，但书中难免会有不妥之处，欢迎各界专家和读者朋友们来信给予宝贵意见，我们将不胜感激. 您在阅读本书时，如发现任何问题或有不认同之处可以通过电子邮件与我们取得联系，邮箱为 409332208@ qq. com.

编　者

目　　录

第 1 章

命 题 逻 辑

逻辑学是一门研究思维形式及思维规律的科学，也是研究推理过程的科学，它包括辩证逻辑和形式逻辑. 辩证逻辑是研究反映客观世界辩证发展过程的人类思维的形态的科学. 形式逻辑是研究思维的形式结构和规律的科学，它撇开具体的、个别的思维内容，从形式结构方面研究概念、判断和推理及其正确联系的规律.

数理逻辑是用数学方法研究推理的形式结构和规律的数学学科. 所谓的数学方法也就是用一套有严格定义的符号，建立一套形式语言来研究，因此数理逻辑也称为符号逻辑. 数理逻辑的主要内容包括逻辑演算、证明论、公理集合论、递归论和模型论.

数理逻辑在程序设计、计算机原理和人工智能等课程中得到了广泛应用，它的基础部分是命题逻辑和谓词逻辑. 本章主要讲述命题逻辑，谓词逻辑将在第 2 章进行讨论.

1.1 基本概念

1.1.1 命题及分类

数理逻辑研究的中心问题是推理，推理的前提和结论都是表达判断的陈述句. 所以，推理就必然包含前提和结论，前提和结论都是表达判断的陈述句，因而表达判断的陈述句就成为推理的基本要素. 在数理逻辑中，将能够判断真假的陈述句称为命题. 因此，命题就成为推理的基本单位. 在命题逻辑中，对命题的组成部分不再进一步细分.

【定义 1-1】能够判断真假的陈述句称为命题. 命题的判断结果称为命题的真值，常用 T(True)（或 1）表示真，F(False)（或 0）表示假. 真值为真的命题称为真命题，真值为假的命题称为假命题.

从上述的定义可知，判定一个句子是否为命题要分为两步：一是判定是否为陈述句，二是能否判定真假，二者缺一不可.

【例 1-1】判断下列句子是否为命题.

(1) 离散数学是计算机专业的基础课程.

(2) 请勿随地吐痰!

(3) 雪是黑的.

(4) 明天会下雨吗?

(5) $a+b=10$.

(6) 我正在说谎.

(7) $8+6\leqslant 13$.

(8) $1+101=110$.

(9) 这朵鲜花真漂亮!

(10) 别的星球上有生物.

解:

在上述 10 个句子中,(2)(9)为祈使句,(4)为疑问句,(5)(6)虽然是陈述句,但(5)没有确定的真值,其真假随 x、y 取值的不同而有改变,(6)是悖论(即由真能推出假,由假也能推出真),因而(2)(4)(5)(6)(9)均不是命题.(1)(3)(7)(8)(10)都是命题,其中(10)虽然现在无法判断真假,但随着科技的进步是可以判定真假的.

需要进一步指出的是,命题的真假只要求它有就可以,而不要求立即给出. 如【例 1-1】的(8)$1+101=110$,它的真假意义通常和上下文有关,当作为二进制的加法时,它是真命题,否则为假命题. 还有的命题的真假不能马上给出,如【例 1-1】的(10),但它确实有真假意义.

根据命题的结构形式,命题分为原子命题和复合命题.

【定义 1-2】不能被分解为更简单的陈述语句的命题称为原子命题. 由两个或两个以上原子命题组合而成的命题称为复合命题.

例如,【例 1-1】中的命题全部为原子命题,而命题"小张和小王都去跑步"是复合命题,是由"小张去跑步"与"小王去跑步"两个原子命题组成的.

【定义 1-3】表示原子命题的符号称为命题标识符.

通常用大写字母 A, B, C, …, P, Q, … 等表示命题,如 P:今天下雪.

命题标识符依据表示命题的情况,分为命题常元和命题变元. 一个表示确定命题的标识符称为命题常元(或命题常项);没有指定具体内容的命题标识符称为命题变元(或命题变项). 命题变元的真值情况不确定,因而命题变元不是命题. 只有给命题变元 P 一具体的命题取代时,P 有了确定的真值,P 才成为命题.

1.1.2 逻辑联结词

在自然语言中,常使用"或""与""如果……,那么……"等连接词,这些在数理逻辑中称为联结词. 联结词是复合命题的重要组成部分,为了便于书写和推理,必须对联结词作出明确规定和符号化. 数理逻辑研究方法的主要特征是将论述或推理中的各种要素都符号化,即构造各种符号语言来代替自然语言,将联结词符号化,消除其二义性,对其进行严格定义. 在命题逻辑中主要包括 8 种基本的联结词,分别为否定联结词、合取联结词、析取联结词、条件联结词、双条件联结词、异或联结词、与非联结词和或非联结词.

1. 否定联结词

【定义 1-4】设 P 为一命题,P 的否定是一个新的命题,记为$\neg P$,读作非 P. 规定若 P

为 T，则 $\neg P$ 为 F；若 P 为 F，则 $\neg P$ 为 T.

$\neg P$ 的取值情况依赖于 P 的取值情况，其定义可用真值表表示，如表 1-1 所示.

表 1-1 联结词“¬”的定义

P	$\neg P$
1	0
0	1

注意：

真值表是表示逻辑陈述真假性的一种方法，在一个命题的真值表中列出它所包含的所有原子命题的真值的可能值，就可以计算出相对于每种组合的该命题的真值.

在自然语言中，常用“非”“不”“没有”“无”“并非”等来表示否定.

【例 1-2】判断下列命题的真假.

（1）P：深圳是中国的城市，$\neg P$：深圳不是中国的城市.

（2）Q：所有的海洋动物都是哺乳动物，$\neg Q$：不是所有的海洋动物都是哺乳动物.

解：

（1）P 是真命题，$\neg P$ 是假命题.

（2）Q 为假命题，$\neg Q$ 为真命题.

2. 合取联结词

【定义 1-5】设 P、Q 为两个命题，P 和 Q 的合取是一个复合命题，记为 $P \wedge Q$（读作 P 与 Q），称为 P 与 Q 的合取式. 规定 P 与 Q 同时为 T 时，$P \wedge Q$ 为 T，其余情况下，$P \wedge Q$ 均为 F.

合取联结词“∧”的定义可用真值表表示，如表 1-2 所示.

表 1-2 联结词“∧”的定义

P	Q	$P \wedge Q$
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

显然，$P \wedge \neg P$ 的真值永远是假，称为矛盾式.

在自然语言中，常用“既……又……”“不但……而且……”“虽然……但是……”“一边……一边……”等表示合取.

【例 1-3】将下列语意用联结词表示.

（1）王芳不仅聪明而且用功.

（2）今天很冷且我没上班.

（3）王芳虽然聪明但不用功.

解：

（1）设 P：王芳聪明，Q：王芳用功. 则（1）可表示为 $P \wedge Q$.

(2) 设 P：今天很冷，Q：我没上班. 则 (2) 可表示为 $P \wedge Q$.

(3) 设 P：王芳聪明，Q：王芳用功. 则 (3) 可表示为 $P \wedge \neg Q$.

需要注意的是，在自然语言中，命题 (2) 是没有实际意义的，因为 P 与 Q 两个命题是互不相干的，但在数理逻辑中是允许的，数理逻辑中只关注复合命题的真值情况，并不关心原子命题之间是否存在着内在联系.

3. 析取联结词

【定义 1-6】设 P、Q 为两个命题，P 和 Q 的析取是一个复合命题，记为 $P \vee Q$（读作 P 或 Q），称为 P 与 Q 的析取式. 规定当且仅当 P 与 Q 同时为 F 时，$P \vee Q$ 为 F，否则 $P \vee Q$ 均为 T.

析取联结词“$\vee$”的定义可用真值表表示，如表 1-3 所示.

表 1-3　联结词“$\vee$”的定义

P	Q	$P \vee Q$
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

显然，$P \vee \neg P$ 的真值永远为真，称为永真式.

析取联结词“$\vee$”与汉语中的“或”二者表达的意义不完全相同，汉语中的“或”可表达“排斥或”，也可以表达“可兼或”，而从析取联结词的定义可看出，“$\vee$”允许 P、Q 同时为真，因而析取联结词“$\vee$”是可兼或.

【例 1-4】将下列语意用联结词表示.

(1) 李佳喜欢跳舞或爱听音乐.

(2) 孙颖只能游泳或跑步.

(3) 周莹今天骑车 20 或 30 km.

解：

(1) 设 P：李佳喜欢跳舞，Q：李佳爱听音乐. 则原命题可表示为 $P \vee Q$，P 和 Q 允许同时为真，是一种可兼或.

(2) 设 P：孙颖游泳，Q：孙颖跑步. 因为孙颖只能选择其中一项运动，这里的“或”表达的是排斥或，所以原命题不能表示为 $P \vee Q$，应表示为 $(P \wedge \neg Q) \vee (\neg P \wedge Q)$ 或 $(P \vee Q) \wedge \neg (P \wedge Q)$.

(3) 这个命题是原子命题，因为“或”只表示了骑车的近似距离，该命题用 P 表示.

4. 条件联结词

【定义 1-7】设 P、Q 为两个命题，P 和 Q 的条件命题是一个复合命题，记为 $P \rightarrow Q$（读作若 P 则 Q），其中 P 称为条件的前件，Q 称为条件的后件. 规定当且仅当前件 P 为 T，后件 Q 为 F 时，$P \rightarrow Q$ 为 F，否则 $P \rightarrow Q$ 均为 T.

条件联结词“$\rightarrow$”的定义可用真值表表示，如表 1-4 所示.

表 1-4　联结词“→”的定义

P	Q	$P \to Q$
0	0	1
0	1	1
1	0	0
1	1	1

在自然语言中，常出现的语句如“只要 P 就 Q”“因为 P 所以 Q”“P 仅当 Q”“只有 Q 才 P”“除非 Q 才 P”等都可以表示为“$P \to Q$”的形式.

【例 1-5】将下列语意用联结词表示.

(1) 如果 3 乘 5 等于 15，则云是白色的.

(2) 除非云是白色的，3 乘 5 才等于 15.

(3) 3 乘 5 等于 15 仅当云是白色的.

(4) 只有云是白色的，3 乘 5 才等于 15.

(5) 只要 3 乘 5 不等于 15，云就是白色的.

解：

设 P：3 乘 5 等于 15，Q：云是白色的. 则(1)~(4)的命题均可表示为 $P \to Q$. 第 (5) 个命题表示为 $\neg P \to Q$.

5. 双条件联结词

【定义 1-8】设 P、Q 为两个命题，其复合命题 $P \leftrightarrow Q$ 称为双条件命题，$P \leftrightarrow Q$ 读作 P 当且仅当 Q，也称作 P 与 Q 的等价式. 规定当且仅当 P 与 Q 真值相同时，$P \leftrightarrow Q$ 为 T，否则 $P \leftrightarrow Q$ 均为 F.

双条件联结词“↔”的定义可用真值表表示，如表 1-5 所示.

表 1-5　联结词“↔”的定义

P	Q	$P \leftrightarrow Q$
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	1

【例 1-6】将下列语意用联结词表示.

(1) 3 乘 5 等于 15 的充分必要条件是 π 是无理数.

(2) π 是无理数当且仅当加拿大位于欧洲.

(3) 当张颖心情愉快时，她就唱歌；反之，当她唱歌时，一定心情愉快.

(4) 若两圆 A、B 的面积相等，则它们的半径相等；反之亦然.

解：

(1) 设 P：3 乘 5 等于 15，Q：π 是无理数. 则原命题可表示为 $P \leftrightarrow Q$.

(2) 设 P：π 是无理数，Q：加拿大位于欧洲. 则原命题可表示为 $P \leftrightarrow Q$.

(3) 设 P：张颖心情愉快，Q：张颖唱歌. 则原命题可表示为 $P\leftrightarrow Q$.

(4) 设 P：两圆 A、B 的面积相等，Q：两圆 A、B 的半径相等. 则原命题可表示为$P\leftrightarrow Q$.

说明：

$P\leftrightarrow Q$ 的逻辑关系为 P 与 Q 互为充分必要条件；$(P\to Q)\wedge(Q\to P)$ 与 $P\leftrightarrow Q$ 的逻辑关系完全一致.

6. 异或联结词

【定义 1-9】设 P、Q 为两个命题公式，复合命题"P、Q 之中恰有一个成立"称为 P 与 Q 的异或式或排斥式，记作 $P\oplus Q$. $\oplus$称作异或或排斥联结词（也有书将异或记作$\overline{\vee}$），$P\oplus Q$为真当且仅当 P、Q 中恰有一个为真. 异或联结词"$\oplus$"的定义可用真值表表示，如表 1-6 所示.

表 1-6　联结词"$\oplus$"的定义

P	Q	$P\oplus Q$
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

自然语言中的"或"可能是"可兼或"，它表示两者可同时为真，用"$\vee$"表示即可；也可能是"不可兼或"，它表示两者不能同时为真，换句话说，两者同时为真是假命题，这就需要异或联结词. 对于自然语言中的"或"用"$\vee$"还是"$\oplus$"需要仔细分析，一般来说，只要不是非常明显的不可兼就使用"$\vee$".

【例 1-7】将下列语意用联结词表示.

(1) 今天晚上我在寝室上自习或去电影院看电影.

(2) 本学期张颖或李明当选为班长.

(3) 明天飞北京的航班是上午 7:00 或 7:30 起飞.

解：

(1) 设 P：今天晚上我在寝室上自习，Q：今天晚上我去电影院看电影. 则原命题可表示为 $P\vee Q$.

(2) 设 P：本学期张颖当选为班长，Q：本学期李明当选为班长. 则原命题可表示为$P\oplus Q$.

(3) 设 P：明天飞北京的航班是上午 7:00 起飞，Q：明天飞北京的航班是上午7:30起飞，则原命题可表示为 $P\oplus Q$.

7. 与非联结词

【定义 1-10】设 P、Q 为两个命题公式，复合命题 $P\uparrow Q$ 称为 P 和 Q 的"与非式". 当且仅当 P 与 Q 的真值都为 T 时，$P\uparrow Q$ 的真值为 F，否则 $P\uparrow Q$ 的真值为 T. 与非联结词"$\uparrow$"的定义可用真值表表示，如表 1-7 所示.

表 1-7 联结词“↑”的定义

P	Q	$P \uparrow Q$
0	0	1
0	1	1
1	0	1
1	1	0

8. 或非联结词

【定义 1-11】设 P、Q 为两个命题公式，复合命题 $P \downarrow Q$ 称为 P 和 Q 的“或非式”. 当且仅当 P 与 Q 的真值都为 F 时，$P \downarrow Q$ 的真值为 T，否则 $P \downarrow Q$ 的真值为 F. 或非联结词“↓”的定义可用真值表表示，如表 1-8 所示.

表 1-8 联结词“↓”的定义

P	Q	$P \downarrow Q$
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	0

到目前为止，共介绍了命题逻辑中的 8 种联结词，前 5 种是最常用的联结词，其中¬ 为一元联结词，其余的为二元联结词. 但这些联结词在表达命题时并不是缺一不可的，因为包含某些联结词的公式可以用含有另外一些联结词的公式来表示. 求复杂的复合命题的真值时，需要规定联结词的优先顺序，将括号也考虑在内，本书规定的联结词优先顺序由高到低为 ( )、¬ 、∧、∨、→、↔、⊕、↑ 、↓，对于同一优先级的联结词，先出现者先运算.

1.2 命题公式及真值表

1.2.1 命题公式的定义

上一节介绍了 8 种常用的逻辑联结词，利用这些逻辑联结词可将具体的命题表示成符号化的形式. 对于较为复杂的命题，采用前 5 种逻辑联结词经过各种相互组合以得到其符号化的形式，那么怎样的组合形式才是正确的、符合逻辑的表示形式呢?

【定义 1-12】(1) 单个的命题变元是命题公式.

(2) 如果 A 是命题公式，那么 $\neg A$ 也是命题公式.

(3) 如果 A、B 是命题公式，那么 $(A \wedge B)$ $(A \vee B)$ $(A \rightarrow B)$ 和 $(A \leftrightarrow B)$ 也是命题公式.

(4) 当且仅当能够有限次地应用 (1) (2) (3) 所得到的包含命题变元、联结词和括号的符号串是命题公式 (又称为合式公式，或简称为公式).

上述定义是以递归的形式给出的，其中（1）称为基础，（2）（3）称为归纳，（4）称为界限.

由定义知，命题公式是没有真假的，仅当一个命题公式中的命题变元被赋以确定的命题时，才得到一个命题. 例如，在公式 $P\to Q$ 中，把命题“雪是白色的”赋给 P，把命题“2+2>4”赋给 Q，则公式 $P\to Q$ 被解释为假命题；但若 P 的赋值不变，而把命题“2+2=4”赋给 Q，则公式 $P\to Q$ 被解释为真命题.

定义中的符号 A、B 不同于具体公式里的 P、Q、R 等符号，它可以用来表示任意的命题公式.

$\neg(P\wedge Q)(P\to(Q\wedge R))((P\to Q)\wedge(Q\to R))$ 等都是命题公式，而 $P\to(\wedge Q)$、$(P\to Q$、$(P\to Q)\to R)$ 等都不是命题公式.

为了减少命题公式中使用括号的数量，规定：（1）逻辑联结词的优先级别由高到低依次为 $\neg$、$\wedge$、$\vee$、$\to$、$\leftrightarrow$、$\oplus$、$\uparrow$、$\downarrow$；（2）具有相同级别的联结词，按出现的先后次序进行计算，括号可以省略；（3）命题公式的最外层括号可以省去.

$(P\wedge Q)\to R$ 也可以写成 $P\wedge Q\to R$，$(P\vee Q)\vee R$ 也可写成 $P\vee Q\vee R$，$((P\leftrightarrow Q)\to R)$ 也可写成 $(P\leftrightarrow Q)\to R$，而 $P\to(Q\to R)$ 中的括号不能省去.

【定义 1-13】设 P 是命题公式 Q 的一部分，且 P 也是命题公式，则称 P 为 Q 的子公式.

例如，$P\wedge Q$ 及 R 都是公式 $P\wedge Q\to R$ 的子公式；$\neg P$、$\neg P\vee Q$ 及 $P\to R$ 都是公式 $(\neg P\vee Q)\wedge(P\to R)$ 的子公式.

1.2.2 命题的符号化

有了命题公式的概念之后，就可以把自然语言中的一些命题翻译成命题逻辑中的符号化形式. 把一个文字描述的命题相应地写成由命题标识符、逻辑联结词和圆括号表示的命题形式称为命题的符号化或翻译.

命题符号化的一般步骤如下：

(1) 明确给定命题的含义；

(2) 找出命题中的各原子命题，分别符号化；

(3) 使用合适的逻辑联结词，将原子命题分别连接起来，组成复合命题的符号化形式.

把命题符号化，是不管具体内容而突出思维形式的一种方法. 在命题符号化时，要正确地分析和理解自然语言命题，不能仅凭文字的字面意思进行翻译.

【例 1-8】将“张三或李四都可以做这件事”这个命题符号化.

解：

设 P：张三可以做这件事，Q：李四可以做这件事.

则命题符号化为：$P\wedge Q$，而不是 $P\vee Q$.

【例 1-9】将下列命题符号化.

(1) 只有你走，我才留下.

(2) 仅当天不下雨且我有时间，我才上街.

(3) 你将失败，除非你努力.

(4) A 中没有元素，A 就是空集.

(5) 张三与李四是表兄弟.

解：

(1) 这个命题的意义也可以理解为：如果我留下了，那么你一定走了.

设 P：你走，Q：我留下. 则命题符号化为：$Q\to P$.

与原命题类似的命题如：仅当你走我才留下，我留下仅当你走，当我留下你得走.

注意：

在一般的命题表述中，“仅当”是必要条件，译成条件命题时其后的命题是后件，而“当”是充分条件，译成条件命题时其后的命题是前件.

(2) 设 P：天下雨，Q：我有时间，R：我上街. 则命题符号化为：$R\to(\neg P\wedge Q)$.

(3) 这个命题的意义可以理解为：如果你不努力，那么你将失败.

设 P：你努力，Q：你失败. 则命题符号化为：$\neg P\to Q$.

含有“除非”的命题，“非……”是充分条件，译成条件命题时，“非……”是条件的前件.

(4) 设 P：A 中有元素，Q：A 是空集. 则命题符号化为：$\neg P\leftrightarrow Q$.

(5) 此命题是一个原子命题，“……与……是表兄弟”表示两个对象之间的关系. “张三是表兄弟”及“李四是表兄弟”都不是命题. 所以，上述命题只能符号化为 P 的形式，即 P：张三与李四是表兄弟.

【例 1-10】将下列命题符号化.

(1) 如果明天早上下雨或下雪，则我不去学校.

(2) 如果明天早上不下雨且不下雪，则我去学校.

(3) 如果明天早上不是雨夹雪，则我去学校.

(4) 当且仅当明天早上不下雨且不下雪时，我才去学校.

解：

设 P：明天早上下雨，Q：明天早上下雪，R：我去学校.

(1) 符号化为：$(P\vee Q)\to\neg R$.

(2) 符号化为：$(\neg P\wedge\neg Q)\to R$.

(3) 符号化为：$\neg(P\wedge Q)\to R$.

(4) 符号化为：$\neg P\wedge\neg Q\leftrightarrow R$.

【例 1-11】将下列命题符号化.

(1) 如果小王和小张都不去，则小李去.

(2) 如果小王和小张不都去，则小李去.

解：

设 P：小王去，Q：小张去，R：小李去.

(1) 符号化为：$(\neg P\wedge\neg Q)\to R$.

(2) 符号化为：$\neg(P\wedge Q)\to R$ 或 $(\neg P\vee\neg Q)\to R$.

【例 1-12】将下列命题符号化.

(1) 说离散数学无用且枯燥无味是不对的.

(2) 若天不下雨，我就上街；否则在家.

解：

(1) 设 P：离散数学是有用的，Q：离散数学是枯燥无味的. 则命题符号化为：$\neg(\neg P\wedge Q)$.

(2) 设 P：天下雨，Q：我上街，R：我在家. 则命题符号化为：$(\neg P\to Q)\wedge(P\to R)$.

通过上述的例题可以看出，要正确地将自然语言中的联结词翻译成恰当的逻辑联结词，必须正确地理解各原子命题之间的关系.