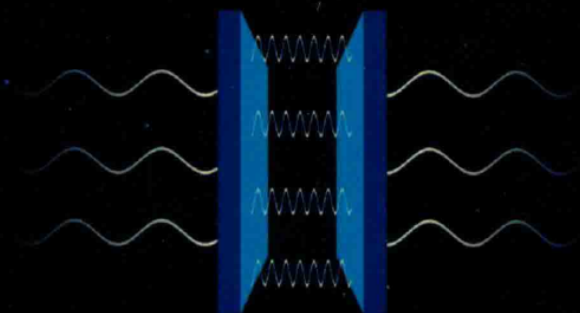


Casimir效应 与材料各向异性



The Casimir Effect and the Anisotropy of the Dielectrics

邓 罡 ◆ 著



华中科技大学出版社
<http://www.hustp.com>

图书在版编目(CIP)数据

Casimir 效应与材料各向异性/邓昱著. —武汉:华中科技大学出版社,2021.8
ISBN 978-7-5680-6925-0

I. ①C… II. ①邓… III. ①量子效应-研究 IV. ①O413

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2021)第 119871 号

Casimir 效应与材料各向异性

邓 昱 著

Casimir Xiaoying yu Cailiao Gexiangyixing

策划编辑:易彩萍

责任编辑:叶向荣

封面设计:原色设计

责任校对:李 琴

责任监印:朱 玟

出版发行:华中科技大学出版社(中国·武汉)

电话:(027)81321913

武汉市东湖新技术开发区华工科技园

邮编:430223

录 排:华中科技大学惠友文印中心

印 刷:武汉科源印刷设计有限公司

开 本:710mm×1000mm 1/16

印 张:11.75

字 数:235 千字

版 次:2021 年 8 月第 1 版第 1 次印刷

定 价:58.00 元



本书若有印装质量问题,请向出版社营销中心调换
全国免费服务热线:400-6679-118 竭诚为您服务
版权所有 侵权必究

前言

我第一次接触到 Casimir 效应是在 2004 年左右,当时我正处于硕士研究生一年级阶段,并且已经申请了硕博连读。我的导师罗俊院士将我带进了这个领域。他告诉我这个领域确实有很多有科学意义的事情值得去做,并建议我将 Casimir 效应的研究作为我攻读博士学位的主要研究方向,从此我踏上了 Casimir 效应相关研究的“不归”之路。在刚刚涉足该领域的时候,年轻的我并没有真正意识到 Casimir 效应的重要性。但是随着我的研究工作逐渐深入,我慢慢发现 Casimir 效应是一个多么迷人的科学“尤物”。因此我这十几年一直持续“不归”地在这个领域开展研究,可以说我从攻读博士学位开始一直到现在,科研上 90% 的精力都投入在这个领域。

然而,个人的精力是有限的,我也不可能兼顾 Casimir 效应研究领域的所有方面。最初我的研究主要集中在利用精密扭秤测量 Casimir 力的实验上,但是通过两三年摸索,更换了几种方案,团队发现要让两个面积达到平方厘米级别的平行平面靠近到 1 微米以内是一件技术上难以实现的事情,于是我将注意力转移到 Casimir 效应理论研究上。2007—2008 年,几篇关于 metamaterial 等人造材料之间的 Casimir 效应研究的论文吸引了我的注意力。我觉得这些研究很有意思,于是将个人研究的重心放到介质各向异性对 Casimir 效应的影响上。相关研究让我人生第一次在 Physical Review 系列上发表了论文,该论文和后续的工作也帮助我拿到了博士学位。我进入湖北工业大学工作后,继续该方向的研究,相继获得了湖北省自然科学基金项目、太阳能高效利用湖北省协同创新中心开放基金项目、国家自然科学基金项目的支持。

2017 年左右,一位在华中科技大学出版社工作的师妹在与我交流时建议我将十几年的持续研究内容写成一本专著。我觉得这是个很好的建议,因为自己的研究内容具有持续性和系统性。将这些内容整理成一本专著既是对个人工作的一个总结,也便于同行了解这方面的工作,还能吸引读者进行这个领域的相关研究。所以无论是从知识的总结还是传承的角度,这样一本专著都是很有意义、很有必要的。于是,我从 2018 年开始筹备,2019 年签约正式推进这一工作。新冠肺炎疫情带来了一场灾难。疫情暴发期间,我正在武汉,在党和政府的带领下,作为武汉人,我也参加了抗疫工作,最终全国人民同心协力战胜了疫情。虽然本书的撰写工作也因疫情而耽搁,但最终还是努力完成了。本人特此对延迟交稿表示歉意。

本书研究的主题是介质的单轴各向异性对 Casimir 效应的影响。本书撰写的

目的是让读者对与这个主题相关的内容有一个全面的了解。这个主题仅仅是 Casimir 效应研究单个领域一个方面的内容,因此难免有一些相关内容没有覆盖到,或者有一部分成果没有引用到,还请相关成果所有人海涵。此外,本书主题内容是本人所在团队的研究成果,所以难免在有些地方的描述上具有一定的主观性,也欢迎读者提出不同意见和相关建议。

本书的出版获得国家自然科学基金项目(11605050)的全额资助,涉及的研究内容获得国家基础研究计划项目(2003CB716300)、国家自然科学基金项目(11605050、91636221、11604089、10505009)、湖北省自然科学基金项目(2013CFB29)、太阳能高效利用湖北省协同创新中心开放基金项目(HBSKFMS2014042)的资助。感谢国家留学基金管理委员会为本人赴加拿大英属哥伦比亚大学(University of British Columbia)访问交流提供机会和经费支持。感谢中山大学罗俊院士对我的培养,带我走上科研之路。感谢湖北工业大学对本书出版以及对相关研究的支持。感谢华中科技大学的邵成刚教授、罗鹏顺教授和王建波博士,俄罗斯科学院的 Mostepanenko 教授和 Klimchitskaya 教授,中山大学杨山清教授和刘祺博士等国内外专家在本书撰写以及相关内容研究过程中的学术交流和建议。感谢华中科技大学出版社易彩萍女士为本书撰写和出版提供的帮助。

邓 罡

2021 年 3 月

目 录

第 1 章 Casimir 效应概述	(1)
1.1 Casimir 效应的物理起源	(1)
1.2 Casimir 力的“近亲”们	(3)
1.3 Casimir 效应的科学意义与其他学科领域的关系	(4)
1.4 本书内容和构架	(6)
第 2 章 各向同性介质之间的 Casimir 力	(8)
2.1 Lifshitz 关于物体间相互作用的一般理论	(8)
2.2 材料电磁特性的描述	(9)
2.3 量子化表面模式法	(13)
2.4 材料电磁特性对 Casimir 效应的影响	(17)
2.5 有限温度对 Casimir 效应的影响及相关理论争议	(18)
2.6 边界几何形状对 Casimir 效应的影响	(22)
2.7 Casimir 排斥力	(24)
2.8 本章小结	(28)
第 3 章 各向异性介质之间的 Casimir 力	(30)
3.1 各向异性介质	(30)
3.2 各向异性介质之间的 Casimir 力	(32)
3.3 各向异性介质平行平面之间的 Casimir 力的计算	(34)
3.4 Casimir 力在吸引和排斥间转化	(47)
3.5 材料参数的影响	(54)
3.6 有限温度的影响	(60)
3.7 实验测量 Casimir 力在吸引和排斥之间转化的可行性	(62)
3.8 该研究和 2008 年及以前类似研究的对比	(64)
3.9 本章小结	(66)
第 4 章 各向异性介质之间的 Casimir 力矩	(68)
4.1 Casimir 力矩	(68)
4.2 各向异性介质间 Casimir 力矩的计算	(74)
4.3 边界材料特性的影响	(78)
4.4 本章小结	(85)

第 5 章 中间填充各向异性介质时的 Casimir 效应:out-of-plane 情况	(86)
5.1 两平行平面之间填充各向异性介质时的 Casimir 效应	(86)
5.2 两平行平面之间填充各向异性介质时 Casimir 效应的计算: out-of-plane 情况	(89)
5.3 中介介质的各向异性对 Casimir 力方向的影响	(99)
5.4 本章小结	(106)
第 6 章 中介介质的各向异性对 Casimir 力的具体影响:out-of-plane 情况	(107)
6.1 之前研究工作的不足	(107)
6.2 两平行平面之间填充各向异性介质时 Casimir 效应的重新计算: out-of-plane 情况	(108)
6.3 中介介质的各向异性对 Casimir 力的具体影响(静态)	(112)
6.4 中介介质的各向异性对 Casimir 力的具体影响(动态)	(116)
6.5 外加电场的影响	(120)
6.6 相对论效应和有限温度的影响	(122)
6.7 本章小结	(124)
第 7 章 中间填充各向异性介质时的 Casimir 效应:in-plane 情况	(125)
7.1 介质光轴取向对 Casimir 效应的影响	(125)
7.2 两平行平面之间填充各向异性介质时 Casimir 效应的计算: in-plane 情况	(125)
7.3 中介介质的各向异性对 Casimir 力的影响	(135)
7.4 有限温度的影响	(142)
7.5 本章小结	(147)
第 8 章 总结与展望	(149)
附录	(151)
附录 A 式(2.9)的推导	(151)
附录 B 幅角定理(argument theorem)	(151)
附录 C 求线性方程组系数矩阵特征向量以及特征值的 Mathematica 程序	(152)
附录 D 求解及展开 Q_{TE}^2 和 Q_{TM}^2 的 Mathematica 程序	(152)
附录 E Casimir 能量的具体推导和简化算法	(154)
附录 F 按 $\phi=0$ 建模的计算过程	(156)
附录 G 考虑有限温度效应时 $m=0$ 项的详细计算过程	(159)
参考文献	(162)

第 1 章 Casimir 效应概述

1.1 Casimir 效应的物理起源

“I mentioned my result to Niels Bohr, during a walk. That’s nice, he said, that’s something new. I told him that I was puzzled by the extremely simple form of the expressions of the interaction at very large distances and he mumbled something about zero-point energy. That was all, but it put me on a new track.”

——H. B. G. Casimir

这是 H. B. G. Casimir 对当年自己与“量子力学教父”玻尔之间讨论的描述。70 多年前,他在一篇会议论文^[1]中首次提出,当真空中两块相互平行的中性理想导体平板相互靠近时,它们之间会出现相互吸引的电磁作用力,这一吸引力起源于真空零点能的涨落。这一物理效应被后人称为 Casimir 效应。在此后 20 年内, Casimir 先生的预言并未引起太多关注。然而从 20 世纪 70 年代开始, Casimir 效应得到越来越多的研究人员的关注,相关研究论文数量随时间呈指数增长。尤其是近十年,该领域的研究成为物理学研究的热点,在其他科学和工程应用领域也有重要意义^[2-6]。Casimir 效应被誉为物理学十大效应之一。

1948 年, Casimir 提出的这种情况是 Casimir 效应最简单、最基本的一种情况。绝对零度下(不考虑温度影响时),真空中两个相互平行的无限大的电中性理想导体平面之间存在电磁吸引力,即 Casimir 力。根据 Casimir 的计算结果,上述平面单位面积上受到的 Casimir 力和平面之间距离 a 的四次方成反比,该力可以用如下公式表述^[1]

$$F(a) = -\frac{\pi^2}{240} \frac{\hbar c}{a^4} \quad (1.1)$$

式中, $\hbar$ 等于普朗克常数 h 除以 2π , c 是真空中光速。

在经典电动力学的框架体系中,电中性的理想导体之间不存在电磁作用力,因此, Casimir 效应必然不是经典物理现象,而是一个纯粹的量子现象。目前理论认为, Casimir 效应是量子化真空电磁场涨落的表现之一,是一种量子效应的宏观表现。

根据量子力学的观点,一个谐振子的能量 E_n 可以取一系列分立值

$$E_n = \hbar\omega\left(n + \frac{1}{2}\right) \quad (1.2)$$

式中, ω 是谐振子的角频率, n 取非负整数。这一结果的奇妙之处在于当 $n=0$ 时, 对应的基态能量 E_0 并不等于零。这就是角频率为 ω 的零点振荡能。在量子场论中, 电磁场可以认为是一系列不同频率的线性振荡模式的叠加。总的真空零点能是这些模式对应的零点振荡能的总和, 即

$$E_0 = \sum_i \frac{1}{2} \hbar\omega_i = \frac{1}{2} \hbar \sum_i \omega_i \quad (1.3)$$

式中, 下标 i 对应不同线性电磁场模式。对于三维闵氏空间中的电磁场, 不同线性电磁场模式对应不同的三维波矢量 $\mathbf{k}$ (两种极化模式)。如果是自由空间, 没有任何边界约束, 三维波矢量 $\mathbf{k}$ 将取连续值。然而一旦出现了边界或约束, 三维波矢量 $\mathbf{k}$ 将只能取分立值, 其具体取值和边界条件有关^[7]。式(1.3)的求和是发散的, 结果是无穷大。对于有边界的情况, 其结果仍然是发散的, 结果也是无穷大。Casimir 采用了一种巧妙的重整化方法。他假设物理世界的能量都是从自由闵氏空间真空能开始向上计算的, 所以可以将闵氏空间真空能设为相对零值, 无论闵氏空间真空能是不是无穷大, 只要考虑该值的相对值即可。实际操作中, Casimir 计算了有平行导体平面和自由闵氏空间 (两平行平面间距无穷远) 两种情况下真空零点能的差值 $E_0(a) - E_0(\infty)$ 。 $E_0(a)$ 和 $E_0(\infty)$ 的取值都是无穷大, 但是它们的差值却是有限值。Casimir 就是使用这种方法移除了无穷大能量的影响。这种减去自由闵氏空间的无限大真空能的方法如今已成为一种常见的重整化方法。其具体的数学运算方法可参考相关文献^[2,3,8]。最终可得到真空中间距为 a 的无限大电中性理想导体平面之间, 单位面积上的 Casimir 相互作用能为

$$E(a) = \frac{\pi^2}{720} \frac{\hbar c}{a^3} \quad (1.4)$$

上式对间距 a 求导即可得到单位面积上 Casimir 力的表达式。

以上这种重整化方法可能对于非理论物理领域的研究人员来说并不太好理解。下面介绍一种更容易理解、更通俗的计算思路。这种思路结合量子化的真空电磁场和经典辐射压的相关理论^[9]。依据 Casimir 的论述, 真空中有两个无限大的平行极板, 它们都是不带电的理想导体, 如图 1.1 所示。而平行导体平板会改变三维空间中量子场的模式。和波导腔类似, 两极板之间的区域电磁场的模式是分立的, 只有部分特定波长取值可以存在。但是对于两极板的外侧, 都是自由的空间, 电磁场模式是连续分布的。因此两平板外侧的模式比两极板之间的模式数量要多, 而且两极板之间存在的模式, 两极板外侧也都存在。这样会导致两极板外向内的辐射压大于两极板之间区域向外的辐射压, 由此产生了两极板之间的相互吸引力。根据这种思路可以得出和式(1.1)相同的结果。

这种方法也可以用于计算平行介质平面之间的 Casimir 力^[10,11]。但是这种思路在解释 Casimir 排斥力的时候会遇到困难。其实辐射压也是一种动量流, 从流

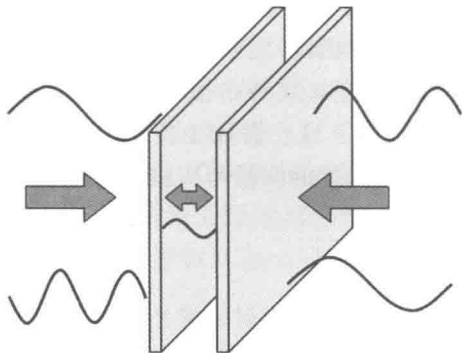


图 1.1 从辐射压理论解释 Casimir 力

过边界的动量流(麦克斯韦应力张量)的角度来思考具有更加广泛的物理意义^[12]。

Casimir 效应并不是真空零点能涨落的唯一表现,原则上量子场中只要出现边界或外加条件就会影响真空零点能,从而产生各种各样的物理效应,但这些已经超出了本书研究的范畴。有兴趣的读者可以关注相关文献^[2,3,13,14]。

1.2 Casimir 力的“近亲”们

一些电中性粒子或物体之间的相互作用力,比如 London-van der Waals 力、Casimir-Polder 力等,这些作用力实际上都和 Casimir 力有相似的起源,可以说是 Casimir 力的“近亲”。

1.2.1 London-van der Waals 力

London-van der Waals 力也称为范德瓦耳斯力、范德华力、范氏力等。它是一种存在于原子和分子之间的相互作用力,是一种微观的、近距离的相互作用力。范德瓦耳斯力在很多领域都有重要影响^[15]。在化学领域,范德瓦耳斯力不但在组成化学键过程中有重要作用,还会影响分子形成固体和液体。在生物学领域,分子和细胞之间的作用力将影响物质穿过膜。

即使原子或分子自身总电量为零,且不含有固有电偶极矩,它们之间也存在这种力,所以范德瓦耳斯力也是一种纯粹的量子效应。范德瓦耳斯力的量子力学解释是由 London 首先提出的^[16]。尽管原子、分子自身不含有电偶极矩,但是空间中涨落的电磁场会在原子和分子中感应出瞬时电偶极矩,然后这些感应出的电偶极矩就可以产生库仑相互作用(一阶项为零,但二阶项不为零)。因此,这也可以说是真空零点能涨落的表现,与 Casimir 力非常相似。

根据 London 的计算,该力为吸引力,相互作用势能与粒子间距离的六次方成

反比。London 的计算结果考虑了量子效应,但是并未考虑相对论效应。London 的计算中实际上等效假设了微观粒子之间距离非常小,虚光子能在寿命内从一个微观粒子传播到另一个微观粒子。这种非相对论近似下的解,通常也称为非延迟的(nonretarded)范德瓦耳斯力。这一假设也使得该计算结果仅仅适用于间距很小的情况,在距离增大到一定程度时候与实验结果明显不符^[17-19]。

1.2.2 Casimir-Polder 力

当粒子间距离较大时,一个粒子发射的虚光子在寿命时间内将无法传播到另一个粒子,此时就必须考虑相对论效应的影响。Casimir 和 Polder 在研究胶体中粒子之间的范德瓦耳斯力时首次提出了一种新的计算方法^[20]。以两个原子之间的相互作用为例,两个原子所在位置的量子化电磁场产生的作用力不等于零。这意味着两个原子之间不仅可以通过感应出的瞬时偶极矩产生库仑相互作用,还可以间接地通过场产生相互作用。计算结果表明在间距较大的时候,两个原子之间的相互作用能与间距的 7 次方成反比。这种力在原子间距离为 100 nm 范围内时占主导地位。原子和另一个宏观物体,以及两个宏观物体之间也存在这种力。这种力被称为 Casimir-Polder 力或延迟(retarded)的范德瓦耳斯力。

1.2.3 宏观固体间的相互作用力

Lifshitz 把这种固体之间的相互吸引作用归结为由存在于介质内部和外部的电磁场的涨落引起的一种物理现象,并且根据涨落耗散理论(fluctuation dissipation theorem)给出了有限温度下,两个平行介质平面之间的相互吸引力的一般表达式^[21-23]。Lifshitz 的一般表达式在较小的间距近似下可以得到范德瓦耳斯力的表达式;在较大间距近似下,可以得到固体间 Casimir 力的表达式;在距离较大且边界为稀疏介质的情况下可以得到 Casimir-Polder 力的表达式。因此 Lifshitz 的一般表达式实际上统一了 London-van der Waals 力、Casimir 力和 Casimir-Polder 力。此外,由于 Casimir 力及其“近亲”们都可以被认为与偶极矩的算符的色散有关,所以有的文献中也把它们统称为色散力^[24]。

1.3 Casimir 效应的科学意义与其他学科领域的关系

虽然 Casimir 效应是一个量子效应,但是 Casimir 力却发生在两个宏观物体之间,因此,Casimir 效应是一个量子效应的宏观表现。但如果该效应无法被观测到,那就没有任何意义。Casimir 力非常弱,两块面积为 1 cm^2 的平行金属板间距为 $1 \text{ }\mu\text{m}$ 的情况下,两者之间的 Casimir 力约为 $1.3 \times 10^{-7} \text{ N}$ 。尽管这是一个很小

的力,但是仍然可以利用现代测量手段进行高精度的测量^[5,25-37]。因此,Casimir 效应不但具有宏观表现,而且该表现是可观测的。这使得对它的研究像超导、超流、量子霍尔效应等其他宏观量子效应一样,都具有重要的科学意义。

由于 Casimir 效应起源于量子场的涨落这一无处不在的现象,这使得 Casimir 效应必然和众多学科领域密切相关。Casimir 效应的理论和实验研究都需要借助其他领域的理论和技术,其研究结果又能反过来推动其他领域理论和技术的发展,为其他领域带来一些新发现。所以,Casimir 效应的研究属于一种跨多个学科群的研究。

在量子场论方面,由于 Casimir 效应本身就是一个量子效应,因此 Casimir 效应的研究尤其是实验检验,实际上是对量子场论一些理论的检验。Casimir 效应研究领域的很多重整化方法也逐渐成为有关量子场论的教科书中一般的标准方法^[2,4]。

在数学物理和计算物理方面,Casimir 的解析和数值计算带动了重整化技术、高效率计算方法以及高性能计算的发展^[4]。

在理论物理领域,Casimir 力测量的实验结果不断为各种非标准模型理论预测的新相互作用或新粒子给出更强的限制^[31,32,34,38-49]。

在宇宙学、天体物理领域,Casimir 效应以及范德瓦耳斯力和恒星的形成有一些联系,Casimir 效应引起的非零真空可能会在宇宙的模型下导致一些有趣的现象发生^[2,15,50]。

在凝聚态物理方面,由于 Casimir 效应的存在,材料表面之间会有相互吸引或排斥的力,这些力的相互作用可能会影响材料的能带结构等特性,对于多层薄膜、太阳能电池设计等方面有重要意义^[5,51]。在胶体领域,微粒间的 Casimir 力和范德瓦耳斯力是微粒间的主要相互作用,Derjaguin-Landau-Verwey-Overbeek (DLVO)理论是描述胶体的重要理论^[17,19]。

在原子与分子物理方面,Casimir 力还会影响碳纳米管等微纳结构对原子的吸收。Casimir 力也会影响原子与分子的能谱、散射幅以及玻色-爱因斯坦凝聚的形成条件^[52]。Casimir-Polder 力还会给冷原子体系带来很多其他有意思的现象^[53]。

Casimir 效应不光在物理学领域有重要意义,在其他自然科学领域也有很重要的影响。在生物学领域,细胞中分子间的相互作用、细胞与分子的相互作用主要都是 Casimir-Polder 力,这些相互作用会影响分子对细胞膜的渗透^[54]。同时细胞膜之间的 Casimir 力相互作用会引起细胞之间的黏滞^[55]。《美国科学院院报》(PNAS)上一项有趣的研究表明,壁虎的脚和墙壁之间的吸引力也和 Casimir 力有关^[56]。

在化学领域,原子形成分子的过程中,Casimir 力会对化学键的形成产生影响^[57]。在固体和液体的形成中,Casimir 效应会影响结合能,进而影响固体和液体

的特性^[58]。

Casimir 效应除了在基础研究领域有重要地位,在纳米技术、微机电系统(MEMS)等工程技术领域也有重要应用。Casimir 吸引力会对微纳技术中微纳器件的使用带来限制。在微米范围以内,Casimir 力将是主要的作用力,如果微机电系统设计不当,部分器件会被 Casimir 力拉垮,部分器件会由于 Casimir 力吸引而粘连在一起无法运作^[59,60]。另一方面,Casimir 排斥力又为微机电系统中驱动力提供了可能的新机制^[12,61-77]。Casimir 力可以在多种情况下表现为排斥力^[21,78],这样就可以实现量子悬浮,为很多器件设计提供了新的思路。

综上所述,Casimir 效应在基础科学研究领域具有重要意义,同时在工程技术领域又具有广泛的应用价值。

1.4 本书内容和构架

目前,市面上已经有一些关于 Casimir 效应的专著^[2,3,6,51,79-82],这些专著都各有特色和亮点。最早的有关 Casimir 效应的专著是 Mostepanenko 于 1990 年撰写的,该专著在 1997 年被翻译成英文出版^[79,80]。此书详细介绍了 Casimir 效应各方面的基本理论和部分实验。1994 年由 Milonni 撰写的《量子真空》中部分内容也和 Casimir 效应相关^[3]。同样在 1994 年 Krech 撰写了一部著作,集中介绍了临界系统中的 Casimir 效应^[51]。2001 年,Milton 出版了一部专著,从场论和格林函数的角度介绍了与 Casimir 效应相关的理论,此书几乎覆盖了 20 世纪关于 Casimir 效应的全部理论成就^[6]。2009 年,Bordag 等人撰写了一部新的著作,详细介绍了 Casimir 效应的基本理论和相关实验检验,该著作把重点放在备受关注的真实材料之间的 Casimir 效应方面,并且将理论计算和实验结果进行了详细的对比^[2]。最近几年又有两部专著出版,包括由 Buhmann 于 2012 年撰写的关于色散力的专著^[81],以及由 Leonhardt 等人于 2015 年出版的关于量子真空和 Casimir 力的专著^[82]。

拙作也是一本关于 Casimir 效应的书,但是由于前作已经很详细、全面地介绍了 Casimir 效应的基本理论,所以本书不会在这一方面花过多篇幅。本书将重点关注介质各向异性对 Casimir 效应的各种影响的理论研究,让读者对 Casimir 效应研究中的这一个小方向有一定了解。本书的主要内容分为以下几个方面:作者使用的基本研究方法和各向同性介质间的 Casimir 效应、边界为各向异性介质时的 Casimir 力、边界为各向异性介质时的 Casimir 力矩、中间区域填充各向异性介质时的 Casimir 力。内容将汇集作者近 12 年的研究内容以及其他研究人员与此密切相关的研究成果。为了方便读者有选择地阅读,现将后面每章的主要内容介绍如下。

第2章作为后面几章的铺垫,将主要介绍各向同性介质之间的 Casimir 效应,包括各向同性介质之间的 Casimir 效应的基本理论,材料电磁特性的描述方法和常用模型,作者在研究中一直采用的量子化表面模式法。然后通过该方法推导出已有的各向同性介质之间的 Casimir 效应的相关结论,让读者能对该方法的基本思路和使用有一定了解。本章最后还会介绍关于 Casimir 排斥力的相关内容。

第3章介绍各向异性介质平行平面之间的 Casimir 力。包括使用量子化表面模式法推导计算各向异性介质平行平面之间的 Casimir 力的详细过程和方法,相关的解析计算结果和数值计算结果,结果的物理意义,Casimir 力的方向在吸引和排斥之间转化的现象和物理原因分析,介质各向异性对 Casimir 力的具体影响,特异材料(metamaterial)参数对 Casimir 力的影响,有限温度对结果的影响等。

第4章介绍各向异性介质平行平面之间的 Casimir 力矩。包括使用量子化表面模式法推导计算各向异性介质平行平面之间的 Casimir 力矩的详细过程和方法,相关的解析计算结果和数值计算结果,结果的物理意义,光轴朝向和力矩的关系,介质各向异性对 Casimir 力矩的具体影响,特异材料(metamaterial)参数对 Casimir 力矩的影响,有限温度对结果的影响等。

第5~7章介绍各向同性介质平行平面之间填充各向异性介质时的 Casimir 力。包括使用量子化表面模式法推导计算各向同性介质平行平面之间填充各向异性介质时的 Casimir 力矩详细过程和方法,相关的解析计算结果和数值计算结果,力的方向,排斥力产生的可能性和判断准则,中间介质各向异性对 Casimir 力矩的具体影响,有限温度对结果的影响,外加电场的影响等。

第8章对本书的内容进行总结。

第 2 章 各向同性介质之间的 Casimir 力

2.1 Lifshitz 关于物体间相互作用的一般理论

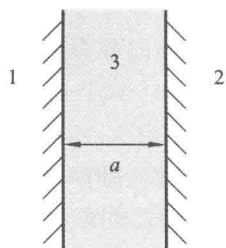


图 2.1 Lifshitz 计算物体间相互作用的示意图

Lifshitz 根据涨落耗散理论总结出了中性宏观物体之间由于电磁场涨落引起的相互作用力的一般表达式。根据 Lifshitz 的理论,当两个物体(平行平面)之间充满第三种介质的时候,如图 2.1 所示,物体单位面积上受到的力可以用如下一般表达式描述^[21-23]

$$F^T(a) = -\frac{k_B T}{\pi c^3} \sum_{n=0}^{\infty} \epsilon_3 \xi_n^3 \int p^2 dp \left[\left(\frac{s_1 + p}{s_1 - p} \frac{s_2 + p}{s_2 - p} e^{2\xi_n p a \sqrt{\epsilon_3/c}} - 1 \right)^{-1} + \left(\frac{s_1 + \epsilon_1 p/\epsilon_3}{s_1 - \epsilon_1 p/\epsilon_3} \frac{s_2 + \epsilon_1 p/\epsilon_3}{s_2 - \epsilon_1 p/\epsilon_3} e^{2\xi_n p a \sqrt{\epsilon_3/c}} - 1 \right)^{-1} \right] \quad (2.1)$$

式中, k_B 为玻尔兹曼常数; T 为绝对温度; c 为真空中的光速; ϵ_i ($i=1,2,3$) 为三种介质的电容率; $s_i = \sqrt{p^2 + \epsilon_i/\epsilon_3 - 1}$ ($i=1,2$); $\xi_n = 2\pi n k T/\hbar$, 是松原频率。求和符号中的'表示对 n 等于 0 项需要乘以 1/2。负的结果表示吸引力。

若不考虑有限温度的影响,取温度较低的情况,在 $aT/c\hbar \ll 1$ 的近似下,可以消去温度 T ,得到

$$F(a) = -\frac{\hbar}{2\pi^2 c^3} \int_0^\infty \int_1^\infty \epsilon_3^{3/2} \xi^3 p^2 dp d\xi \left[\left(\frac{s_1 + p}{s_1 - p} \frac{s_2 + p}{s_2 - p} e^{2\xi p a \sqrt{\epsilon_3/c}} - 1 \right)^{-1} + \left(\frac{s_1 + \epsilon_1 p/\epsilon_3}{s_1 - \epsilon_1 p/\epsilon_3} \frac{s_2 + \epsilon_1 p/\epsilon_3}{s_2 - \epsilon_1 p/\epsilon_3} e^{2\xi p a \sqrt{\epsilon_3/c}} - 1 \right)^{-1} \right] \quad (2.2)$$

若认为中间区域是真空,还可以进一步简化为

$$F(a) = -\frac{\hbar}{2\pi^2 c^3} \int_1^{\infty} p^2 dp \int_0^{\infty} \xi^2 d\xi \left[\left(\frac{s_1 + p}{s_1 - p} \frac{s_2 + p}{s_2 - p} e^{2\xi p a/c} - 1 \right)^{-1} + \left(\frac{s_1 + \epsilon_1 p}{s_1 - \epsilon_1 p} \frac{s_2 + \epsilon_1 p}{s_2 - \epsilon_1 p} e^{2\xi p a/c} - 1 \right)^{-1} \right] \quad (2.3)$$

在式(2.3)中,积分表达式恒为正,而且随间距 a 的增大而衰减,这说明式(2.3)所描述的是吸引力,且随间距增大会逐渐减小。

式(2.1)~式(2.3)也被称为 Lifshitz 的一般表达式。从以上三个表达式都可以看出 Casimir 力和边界物体的材料电磁特性密切相关。

2.2 材料电磁特性的描述

2.2.1 材料电容率及其频率色散

如前所述,Casimir 力和边界物体的材料电磁特性密切相关。材料的电磁特性从电动力学的角度可以用电容率和磁导率来描述。

电场作用下介质中的分子会产生同向排列的偶极矩,从而使介质被极化。可以用电极化强度 $\mathbf{P}$,即单位体积内电偶极矩的矢量和来描述电极化的程度。它和电场强度矢量 $\mathbf{E}$ 成比例,在各向同性介质中和电场强度方向一致^[83]

$$\mathbf{P} = \epsilon_0 \chi_e \mathbf{E} \quad (2.4)$$

式中, χ_e 称为介质的电极化率。于是电位移矢量 $\mathbf{D}$ 和电场强度矢量 $\mathbf{E}$ 成比例

$$\mathbf{D} = \epsilon_0 \mathbf{E} + \mathbf{P} = \epsilon \mathbf{E} \quad (2.5)$$

式中, ϵ 为介质电容率,对于静电场而言,它对指定材料可以认为是不变的。

以上结论对于静态电场或者频率范围很窄的电磁波并没有太大问题。但是如果考虑较大频率范围的电磁波和介质相互作用,就必须考虑色散效应,也就是必须认为电容率是频率的函数^[7]。这将导致电位移矢量 $\mathbf{D}$ 和电场强度矢量 $\mathbf{E}$ 在时域中的定域性被破坏。因为此时极化过程并不是瞬时完成的,介质对不同频率的变化电场响应也不一样,当极化建立的速度比电场变化慢的时候, $\mathbf{D}(\mathbf{x}, t)$ 将不仅仅和同一时刻的 $\mathbf{E}(\mathbf{x}, t)$ 有关,还将和之前某时刻的 $\mathbf{E}(\mathbf{x}, t')$ 有关。此时某一时刻的电位移矢量 $\mathbf{D}(\mathbf{x}, t)$ 对同一时刻电场强度矢量 $\mathbf{E}(\mathbf{x}, t)$ 的简单正比例依赖关系将被破坏,即 $\mathbf{D}$ 和 $\mathbf{E}$ 在时域中的定域性被破坏。

在电场强度较弱的情况下,在频域中仍然可以假定 $\mathbf{D}$ 和 $\mathbf{E}$ 的关系是线性的,对于频率为 ω 的单色电磁波的电矢量分量, $\mathbf{D}$ 和 $\mathbf{E}$ 对时间的依赖关系可以由傅里叶积分得到。将空间坐标看作参数, $\mathbf{D}$ 和 $\mathbf{E}$ 对时间和频率的傅里叶积分分别为

$$\begin{cases} \mathbf{D}(\mathbf{x}, t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} \mathbf{D}(\mathbf{x}, \omega) e^{-i\omega t} d\omega \\ \mathbf{D}(\mathbf{x}, \omega) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} \mathbf{D}(\mathbf{x}, t') e^{i\omega t'} dt' \end{cases} \quad (2.6)$$

$$\begin{cases} \mathbf{E}(\mathbf{x}, t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} \mathbf{E}(\mathbf{x}, \omega) e^{-i\omega t} d\omega \\ \mathbf{E}(\mathbf{x}, \omega) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} \mathbf{E}(\mathbf{x}, t') e^{i\omega t'} dt' \end{cases} \quad (2.7)$$

其中 $t' = t - \tau$, 表示 t 时刻之前的某个时刻。

把式(2.7)代入式(2.6)中可得到

$$\mathbf{D}(\mathbf{x}, t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} \epsilon(\omega) \mathbf{E}(\mathbf{x}, \omega) e^{-i\omega t} d\omega = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \epsilon(\omega) e^{-i\omega t} d\omega \int_{-\infty}^{\infty} \mathbf{E}(\mathbf{x}, t') e^{i\omega t'} dt' \quad (2.8)$$

假设积分次序可以交换, 即可得到(具体推导见附录 A)

$$\mathbf{D}(\mathbf{x}, t) = \mathbf{E}(\mathbf{x}, t) + \int_{-\infty}^{\infty} G(\tau) \mathbf{E}(\mathbf{x}, t - \tau) d\tau \quad (2.9)$$

其中 $G(\tau) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} [\epsilon(\omega) - 1] e^{-i\omega\tau} d\omega$ 实际上正比于电极化率 χ_e 的傅里叶变换, 因此它和介质属性有关。

根据因果律, t 时刻的 $\mathbf{D}$ 应该与 t 时刻以及 t 时刻之前的 $\mathbf{E}$ 有关, 与 t 时刻之后的 $\mathbf{E}$ 无关。也就是说, t' 在 t 之前, 即 $t' \leq t$ 。因此, 需要取 $\tau \leq 0$ 时, $G(\tau) = 0$ 。这样才能确保因果律成立。所以式(2.9)中的积分只需要考虑 $\tau \geq 0$ 的范围即可, 于是式(2.9)可以写成

$$\mathbf{D}(\mathbf{x}, t) = \mathbf{E}(\mathbf{x}, t) + \int_0^{\infty} G(\tau) \mathbf{E}(\mathbf{x}, t - \tau) d\tau \quad (2.10)$$

$G(\tau)$ 反映了介质对电磁波的响应是延迟于电磁波的变化, 这在频域中就表现为相对电容率的频率色散, 即

$$\epsilon(\omega) = 1 + \int_0^{\infty} G(\tau) e^{i\omega\tau} d\tau \quad (2.11)$$

根据电动力学的理论, $\epsilon(\omega)$ 一般是复数, 可以写成 $\epsilon(\omega) = \epsilon'(\omega) + i\epsilon''(\omega)$ 。 $\epsilon(\omega)$ 和它的虚部之间满足 Kramers-Kronig 关系^[7]

$$\epsilon(i\xi) = 1 + \frac{2}{\pi} \int_0^{\infty} \frac{\omega \epsilon''(\omega)}{\omega^2 + \xi^2} d\omega \quad (2.12)$$

其中虚频率 $\xi = i\omega$ 。式(2.12)也称为色散关系式^[84]。

由于复电容率 $\epsilon(i\xi)$ 是复数, 所以一般不能直接测量。但是可以利用实验测得其虚部, 然后根据 Kramers-Kronig 关系式(2.12)得到虚频率表示的电容率。

2.2.2 材料电容率的常见理论模型

用来描述复电容率 $\epsilon(i\xi)$ 的理论模型非常多, 由于篇幅限制, 拙作仅列出几种在 Casimir 效应研究领域经常使用的模型。

对于介质材料, 复电容率可以用多共振模型来表述, 这种模型考虑电子在时变电场作用下在某个平均位置附近的受迫振动, 由此得出复电容率的理论模型^[7,85]

$$\epsilon(i\xi) = 1 + \sum_j \frac{g_j}{\omega_j^2 + \xi^2 + \gamma_{e,j}\xi} \quad (2.13)$$

式中, g_j 为振子强度, 它正比于某个分子中电子的个数, ω_j 为介质的电共振频率(束缚电子自由振荡频率), $\gamma_{e,j}$ 是电耗散系数。

有时候为了计算方便, 将上述模型简化为单共振模型, 即 Drude-Lorentz 模型^[7,86]

$$\epsilon(i\xi) = 1 + \frac{\Omega_{pe}^2}{\omega_e^2 + \xi^2 + \gamma_e \xi} \quad (2.14)$$

式中, Ω_{pe} 是电等离子频率(也有地方称之为振子强度), ω_e 是介质的电共振频率, γ_e 是电耗散系数。

对于金属来说, 与电磁场相互作用的主要是自由电子而不是束缚电子, 如果忽略束缚电子的影响, 只考虑自由电子, 则可以取 $\omega_e \rightarrow 0$ ^[7], 可得

$$\epsilon(i\xi) = 1 + \frac{\Omega_{pe}^2}{\xi^2 + \gamma_e \xi} \quad (2.15)$$

这一模型通常被称为 Drude 模型^[6,109]。

实际上对于金属晶体, γ_e 是温度的函数, 它反映的是自由电子和金属晶体中声子以及晶格的缺陷还有金属中的杂质的碰撞。对于没有杂质和缺陷的理想晶体, 如果温度趋向于 0, 则 γ_e 也趋向于 0。但是实际金属晶体总是存在缺陷和杂质的, 当温度非常低的时候, 自由电子与缺陷以及杂质的碰撞才是主要的, 此时 γ_e 趋向于一个有限的常数, 这就是金属在低温下有剩余电阻的原因^[84](以上讨论都不包括超导的情况)。

如果考虑的电场变化频率较高, 那么在式(2.15)中, 平方项就是主要项, 如果只考虑这一项, 而不考虑金属中自由电子的弛豫以及金属吸收带的影响, 即认为 $\gamma=0$, 可以得到等离子体模型

$$\epsilon(i\xi) = 1 + \frac{\Omega_{pe}^2}{\xi^2} \quad (2.16)$$

在考虑的频率比较高时, 等离子模型对金属的近似描述比较好^[109]。

以上两种模型是描述导体最常用的模型, 也有很多模型由这两种模型演化而来。如果想在 Drude 模型和等离子体模型基础上把内层电子的影响也考虑进来, 在多共振模型的基础上增加自由电子相关项即共振频率为 0 的项即可, 由此可以