基于Petri网信标求解与施控的死锁控制策略

● 李绍勇 著

蘭州大學出版社
LANZHOU UNIVERSITY PRESS

基于Petri网信标求解与施控的死锁控制策略

● 李绍勇 著

蘭州大學出版社
LANZHOU UNIVERSITY PRESS

主要符号对照表

$\mathbf{1}$	元素取值均为1的列向量
$\mathbf{0}$	元素取值均为0的列向量
a^{T}	向量a的转置
A^{T}	矩阵A的转置
(N, M_0)	Petri网系统
N	Petri网结构
M	标识（Petri网）
M_0	初始标识
$\mathcal{M}_{\mathrm{L}}$	合法（许可）标识集合
$\mathcal{M}_{\mathrm{D}}$	危险标识集合
$\mathcal{M}_{\mathrm{F}}$	禁止标识集合
$[N]$	Petri网N的关联矩阵
$[N](p, \cdot)$	库所p在$[N]$中对应的行向量
$[N](\cdot, t)$	变迁t在$[N]$中对应的列向量
$[N](S, \cdot)$	表示$\sum_{p\in S}[N](p, \cdot)$，其中$S\subseteq P$
$[N]^{+}$	输入（关联）矩阵
$[N]^{-}$	输出（关联）矩阵
$P\mathrm{ost}$	后置关联矩阵
$P\mathrm{re}$	前置关联矩阵
$M(p)$	标识M下库所p中托肯的数量
$M(S)$	标识M下库所集合S中托肯的数量
t	变迁
T	变迁集合
$M[t\rangle$	变迁t在标识M下使能
$M[t\rangle M'$	标识M下发射变迁t生成标识M'，M'是从M直接可达的
W	$W: F\to\mathbb{N}$，Petri网的权函数
$W(f)$	弧f的权
$X\in P\cup T$	Petri网的节点（一个库所或变迁）
${}^{\cdot}x$	节点x的前置集

$\cdot X$	节点集合X的前置集
$x^{\cdot}$	节点x的后置集
$X^{\cdot}$	节点集合X的后置集
$\|X\|$	集合X中元素的个数
$\max_p\bullet$	表示$\max\{W(p, t)\|t\in p\bullet)\}$
$\min_p\bullet$	表示$\min\{W(p, t)\|t\in p\bullet)\}$
C	回路
$C(x)$	包含节点x的回路
$\|\|C\|\|$	回路C 的支撑
$EP(x_1, x_n)$	从x_1到x_n的基本路径
$\|\|EP(x_1, x_n)\|\|$	基本路径$EP(x_1, x_n)$ 的支撑
F	流关系（Petri网）
$RG(N, M_0)$	网系统(N, M_0)的可达图（有向图）
$I_H(N, M_0)$	由状态方程确定的网系统(N, M_0)的标识集
RG_c	只包含合法标识的可达图
$R(N, M)$	网N在标识M下的可达标识集合
I	P向量
$\|\|I\|\|$	I的支撑
$\|\|I\|\|^+$	P-不变式I的正支撑
$\|\|I\|\|^-$	P-不变式I的负支撑
J	$\boldsymbol{T}$向量
$\|\|J\|\|$	J的支撑
$\|\|J\|\|^+$	表示T-不变式J的正支撑
$\|\|J\|\|^-$	表示T-不变式J的负支撑
(l, b)	活性约束
$\mathbb{N}$	非负整数集合$\{0, 1, 2, \cdots\}$
$\mathbb{N}^+$	正整数集合$\{1, 2, \cdots\}$
$\mathbb{N}_k$	整数集合$\{1, 2, \cdots, k\}$
$\mathbb{Z}$	全部整数的集合$\{\cdots, -2, -1, 0, 1, 2, \cdots\}$
$\mathbb{R}$	实数集
P	库所集合（Petri网）
p^0	闲置库所
P^0	闲置库所集合
p_A	工序或者操作库所
P_A	工序或者操作库所集合
r	资源库所
P_R	资源库所集合
$H(r)$	r的持有者集合

I_r	资源 r 对应的 P–半流
I_S	$I_S=\sum_{r\epsilon S}^{R} I_r$
R_P	使用库所 p 的资源库所集合
P_C	共享资源库所集合
S	库所集合的子集；信标
$[S]$	信标 S 的补集
$[S]^{i}$	$[S]^{i}=[S]\cap P_{Si}$
S^A	信标 S 中的工序或者操作库所集合
S^R	信标 S 中的资源库所集合
T_S^r	资源库所 r 的补集
Th_S	信标 S 补集的多集表示
ξ_S	信标 S 的控制深度变量
$\prod$	极小信标的集合
$\prod_{\mathrm{ES}}$	$\prod$ 中的基本信标集合
$\prod_{\mathrm{DS}}$	$\prod$ 中的从属信标集合
$\prod_{[\mathrm{ES}]}$	基本信标的补集集合
$\prod_{[\mathrm{DS}]}$	从属信标的补集集合
$\prod_{E\alpha}$	拓展基本信标集合
$\prod_{D\alpha}$	拓展从属信标集合
λ_D	库所集合 D 的特征 P–向量
$\eta_D=[N]^{\mathrm{T}}\lambda_D$	库所集合 D 的特征 T–向量
$N_1 \bigcirc N_2$	Petri 网 N_1 和 N_2 的组合
$N=\bigcirc_{i=1}^{n} N_i$	网 N_1，N_2，…，N_n 组合而成网 N
$\varnothing$	空集
$\sigma=t_0t_1\cdots t_n$	变迁序列
$\vec{\sigma}$	σ 的 Parikh 向量：$T\rightarrow\mathbb{N}$
Ω	分离事例集合

前 言

人们对产品质量和功能要求的不断提高，促使了产品市场需求快速变化，从而缩短了产品的更新换代周期和提高了制造新产品的难度。同时，激烈的产品市场竞争，要求产品的种类、数量和成本是多品种、小批量和经济的。因此，能够适应上述需求动态变化的新生产模式及其系统就应运而生。柔性自动制造系统（flexible manufacturing system，FMS）就是其中的典型代表，其属于离散事件动态系统（discrete event dynamic system，DEDS）。而Petri网作为一种数学的方法，它在DEDS的建模、分析、性能评价及其控制设计等研究中得到了广泛的应用。由于FMS中的多个工序进程竞争有限的共享资源，如机器人、机床、夹具和传送带等，导致死锁（deadlock）的经常发生，使得部分或整个FMS的运行停止，甚至可能造成灾难性的后果和重大的经济损失。资源分配系统中的死锁产生一般认为需要四个必要条件：相互抑制、无优先权、持有并等待和循环等待。研究表明，这四个条件中的前三个在实际资源分配系统中往往是成立的。因此，柔性制造系统中抑制死锁产生的途径是使系统的资源分配策略永远不要产生循环等待的现象。

然而，死锁预防策略（deadlock prevent policy，DPP）则是以off-line方式来执行的，无须FMS付出相应的时间代价。一旦DPP事先设计正确和付诸实施，就可预防FMS死锁的发生。DPP是将死锁问题解决在系统的设计阶段而非运行阶段，无须在线决策和执行时间代价的消耗，因此在实际应用中得到了广泛关注，已经成为近二十年来国际上死锁问题研究的热点。DPP相应的两个重要研究途径是网结构分析法和可达图分析法。

由于建模Petri网中的死锁问题与Petri网中的一种特殊结构——信标（siphon）具有强相关性，即，信标一旦在某个标识下被清空，则永久地在这个标识的所有后继标识下保持清空状态，阻止了相关变迁（transition）的发射，从而导致了死锁的发生。因此，对于存在死锁的Petri网，通过对信标的求解和添加控制库所使得它们受控，就可以消除死锁，获取活性受控的Petri网系统。所以，求解与施控那些导致死锁的信标是获取活性Petri网控制器的重要步骤，也是设计死锁预防策略的关键。相应地，衡量一个活性Petri网控制器性能的标准是死锁控制算法的计算复杂性、活性Petri网控制器的结构复杂性和活性受控Petri网系统的行为可性。鉴于此，本书专注通过部分枚举信标计算法来求解与施控那些引起死

锁的信标，包括必需信标、灵巧信标和新灵巧信标迭代式求解与施控的控制算法等，进一步降低（提升）死锁控制算法的计算负荷（效率）、化简活的受控Petri网系统的结构和提升其许可行为状态数。

本书共分六章。第一章是概述，介绍FMS特点、死锁产生的背景及其死锁问题的主要研究方法、主要死锁控制策略的基本理念，基于Petri网建模的FMS死锁控制的研究成果回顾。

第二章介绍本书所涉及的一些Petri网或Petri net（PN）的基本理论，包括可达图、Petri网的复合、普通Petri网和一般Petri网的典型子类（S^3PR、L-S^3PR、E^3PR和S^4PR）信标和信标补集及其信标的可控性（max-controlled、max′-controlled和max″-controlled）和相关多集（multi-set）的一些基础知识。

第三章阐述基于信标完全枚举法的死锁预防策略设计及其算例应用，主要包括求解所有严格极小信标并添加相应控制库所的死锁预防方式和将严格极小信标划分为基本信标与从属信标后，对基本信标和不满足可控条件的从属信标添加相应控制库所的死锁预防算法。此外，还简要地介绍拓展基本信标的基本知识。

第四章阐述基于信标部分枚举法的迭代式死锁预防策略设计及其算例应用，这是本书的核心部分。首先，引入适合普通Petri网和一般Petri网的混合整数规划（mixed integer programming，MIP）方法，即MIP-Ⅰ和MIP-Ⅱ方法，可分别求解出导致死锁的最大空信标和最大死标识信标及其必需新标的提取；还有可直接求解出导致死锁的灵巧信标及其表征死锁、活锁的新灵巧信标RMIP（revised mixed integer programming）和NMIP（new mixed integer programming）方法。然后，介绍根据必需信标、灵巧信标和新灵巧信标的补集，添加普通和一般的控制库所使得这些信标满足max-controlled或max′- controlled的迭代式死锁控制算法。

第五章是关于活性受控Petri网系统的结构化简方法，主要介绍隐式库所概念、基于MIP-Ⅱ方法的鉴别必需控制库所、冗余控制库所，且进一步化简活性受控网系统的结构，可间接地提升活性受控网系统的许可行为数目和降低死锁控制的实施代价。此外，通过算例进行三种删除冗余控制库所的算法比较。

第六章简介了一些相关死锁预防算法的新研究内容，主要包括活性Petri网控制器实施代价评估算法和具有最大活性可达数的Petri网控制器设计及其算例应用。

本书作者特别感谢西安电子科技大学的李志武教授（IEEE Fellow、Humbold基金学者）！李志武教授悉心指导和帮助作者进行Petri网理论及其死锁控制算法的学术研究。同时，也要感谢Taiwan Defense University的黄义胜（YiSheng Huang）教授、土耳其Nigde University的M. Uzam教授、广东工业大学的伍乃骐（NaiQi Wu）教授、Taiwan Cheng Chi University的赵玉（Yuh Chao）教授和加拿大University of Alberta的P. Witold教授，作者在

与他们的学习、交流、访学活动中受益良多。此外，对于西安电子科技大学从事Petri网死锁控制研究工作的学者——王安荣、刘鼎、程玉峰、刘改云、钟春福、秦萌、洪良、侯一凡等多年来给予本人的帮助，以及本书引用相关的死锁控制理论与成果的其他中外学者，一并表示感谢！

本书的研究工作得到了国家自然科学基金委员会的自然科学基金项目（No. 61364004）、国家出国留学人员基金项目（No. [2014]5049，201408625045）、兰州理工大学博士研究基金项目（No. BS04-237）、兰州理工大学建工七七基金项目（No. TM-QK-1301）等项目的支持，对于相关负责人和老师，在此深表谢意！

本书可供高等学校自动制造系统设计与控制等相关专业的高年级本科生与研究生学习参考，也可供从事相关系统与工程领域的研究人员和工程师借鉴。

受限于作者水平和认知能力，书中不可避免地存在不足，甚至错误之处，敬请读者们给予批评与指正。

李绍勇

2020年5月

目 录

第一章 概述 ……001
1.1 柔性制造系统 ……001
1.2 死锁问题的研究方法 ……004
1.2.1 基于Petri网建模的柔性制造系统 ……004
1.2.2 基于Petri网的死锁控制策略 ……008
1.2.3 死锁预防策略 ……009
1.2.4 冗余控制库所问题 ……013
1.2.5 活性Petri网控制器实施代价的评价 ……014
1.2.6 最大活性可达数的活性受控网系统 ……014
1.3 本章小结 ……015
第二章 Petri网的基本知识 ……016
2.1 Petri网的基本定义和性质 ……016
2.2 结构不变式 ……022
2.3 可达图 ……023
2.4 Petri网的复合与基本子类 ……024
2.5 多集的概念 ……028
2.6 Petri网结构的特定对象——信标 ……029
2.7 本章小结 ……035
第三章 基于完全信标枚举的死锁预防策略 ……037
3.1 信标枚举法 ……037
3.1.1 严格极小信标 ……037
3.1.2 基本信标 ……039
3.1.3 拓展的基本信标 ……042
3.2 相应的死锁预防策略 ……045

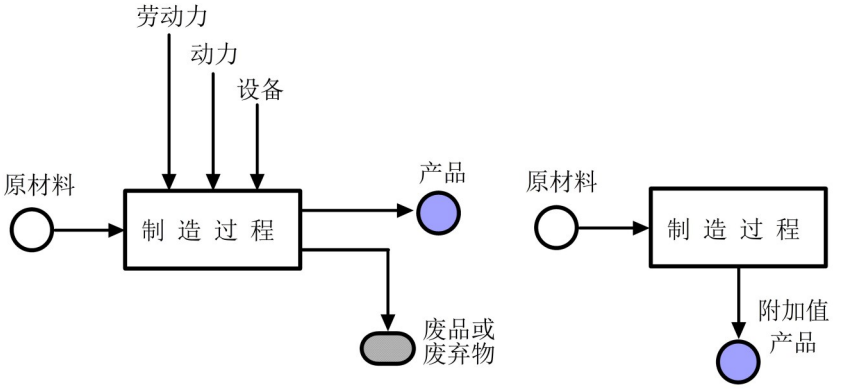
3.2.1 SMS枚举与控制算法 ……045
3.2.2 ES枚举与控制算法 ……046
3.3 算例 ……047
3.4 本章小结 ……049
第四章 基于部分信标枚举的死锁预防策略 ……050
4.1 混合整数规划方法 ……050
4.1.1 适用于普通Petri网的MIP ……050
4.1.2 适用于一般Petri网的MIP ……051
4.1.3 改进的MIP与新的MIP ……053
4.2 S^3PR网基本信标集合的求解 ……057
4.2.1 库所的分类 ……057
4.2.2 基本信标集合的迭代式求解算法 ……061
4.2.3 算例 ……065
4.3 基于必需信标的死锁预防算法 ……067
4.3.1 必需信标 ……067
4.3.2 控制库所 ……068
4.3.3 迭代式死锁预防控制算法 ……069
4.3.4 算例 ……075
4.4 基于灵巧信标的死锁预防算法 ……078
4.4.1 迭代式死锁控制算法 ……078
4.4.2 算例 ……080
4.5 基于新灵巧信标的死锁与活锁预防算法 ……086
4.5.1 迭代式死锁与活锁控制算法 ……086
4.5.2 算例 ……089
4.6 G—Syetem网的死锁预防策略 ……092
4.6.1 G-system的定义 ……092
4.6.2 基于灵巧信标的迭代死锁控制算法 ……093
4.6.3 算例 ……095
4.7 本章小结 ……097
第五章 活性Petri网控制器的结构化简 ……122
5.1 活性Petri网控制器的结构化简 ……122
5.1.1 隐式库所及其鉴别 ……122

5.1.2 鉴别与删除冗余控制库所的迭代式控制算法 ……124
5.2 算例 ……127
5.3 本章小结 ……136
第六章 死锁控制研究的一些新进展 ……144
6.1 普通Petri网两段式最大可达数的死锁控制算法 ……144
6.1.1 控制库所与控制变迁 ……144
6.1.2 从属信标的可控性 ……147
6.1.3 两段式死锁控制算法 ……147
6.1.4 算例 ……149
6.2 基于控制变迁的死锁控制算法 ……156
6.2.1 控制变迁方程 ……156
6.2.2 控制变迁数目最小化的线性规划问题 ……159
6.2.3 控制变迁的重构 ……160
6.2.4 应用控制变迁的死锁控制算法 ……161
6.2.5 算例 ……162
6.3 活性Petri网控制器实施代价评价算法 ……172
6.3.1 活性控制器的权系数表述 ……173
6.3.2 f_1和f_2的多目标线性规划问题 ……174
6.3.3 相关实施代价评估的规划问题 ……175
6.3.4 活性控制器实施代价评估的迭代式算法 ……176
6.3.5 算例 ……177
6.4 本章小结 ……183
参考文献 ……187

第一章　概述

1.1　柔性制造系统

制造系统（manufacturing system，MS）是人们将原材料、动力、设备、需求目标等要素有机地结合，用以生产合格产品的物理综合体，即包含若干制造活动的系统[1, 2]。这些制造活动可以从技术与经济两个方面来理解：从技术角度理解，制造活动是应用物理、化学和系统工程的方法，将原材料、人力、动力和设备等集成起来，得到高质量产品的转换过程；从经济角度理解，制造活动是对原材料进行增值的一个过程。如图1.1所示。



(a) 从技术角度理解制造活动　　(b) 从经济角度理解制造活动

图1.1　制造活动理解的两个层面

一个制造系统（MS）的主要组成环节是物理子系统和控制子系统。物理子系统包括物理资源，如原材料（raw material）、机床（machine）、机器人（robot）、自动引导小车（automated guided vehicle，AGV）、传输带（conveyor）、夹具（fixture）、缓冲存贮器（buffer）等。控制子系统也称决策子系统，用于控制物理资源的运行，以达到组织和优化生产制造过程的目的。每个产品的工艺流程从本质上反映了加工工序（包括工件的加工、处理、传输和相应信息处理等）与资源之间的相互关系。

人们对产品质量和功能要求的不断提高，导致了产品市场需求的快速变化，从而缩短了产品的更新换代周期和提高了制造新产品的难度。同时，激烈的产品市场竞争，要求产品的种类、数量和成本是多品种、小批量和经济的。因此，能够适应上述需求动态变化的

新生产模式就应运而生，它可以由具备柔性（flexibility）、灵捷性（agility）、可重组（reconfigurability）等诸多功能的自动制造系统（automated manufacturing system，AMS）来实现。一个实际的AMS如图1.2所示。



图1.2　一个实际的AMS

而柔性自动制造系统（flexible manufacturing systems，FMS）是AMS的典型代表，在目前的产品制造领域得到了广泛应用，其重要功能有[3]：

1. 快速研制新产品的模型；

2. 能够根据产品市场需求的快速变化，相应地调节系统的生产能力；

3. 新的功能和工艺技术可以集成于现有的系统；

4. 在全寿命周期内，系统是成本与经济的。

随着科学技术的迅猛发展，尤其是信息技术（information technology，IT）在生产制造系统领域的广泛应用，确保了FMS顺利运行所需要的日益繁多、错综复杂的功能要求，如安全性、可靠性、生产率和设备使用率等。FMS是属于典型的离散事件动态系统（discrete event dynamic system，DEDS）[2-5]，其主要特征有：

1. 事件驱动（event drive）：系统的行为可由一个离散的状态空间来描述。当某个（或某些）事件触发时，系统的状态亦随即发生改变，即从当前的状态变化到下一个状态。因此，事件对系统的影响在持续地传播。

2. 并行或并发关系（concurrent or parallel）：多个进程（事件）可以并列地进行，彼此之间无相互依赖关系。

3. 异步（asynchronous）：由于所需的时间不同，并列地进行的多个进程所完成的时间可能不同，即系统中事件的发生是异步的。

4. 顺序关系（sequential）：某些事件的发生必须遵行一定的先后逻辑关系。

5. 冲突（conflict）：是指两个或者两个以上的进程在同一时刻需要占用同一个资源。

6. 相互抑制（mutual exclusion）：一个资源每次只能被一个进程所使用。

7. 非确定性（uncertain）：是指无法预知进程完成的确切时间、资源故障的发生等。

8. 死锁（deadlock）：此时没有任何进程能够继续进行，系统处于完全停顿的状态。

从本质上而言，FMS是一个由硬件、软件和通信网络所组成的计算机控制系统，管理计算机通过局域网（local area network，LAN）与各个数控加工中心站的单元控制器（supervisor）之间进行双向通信、任务协调和信息共享，其组成环节如图1.3所示。

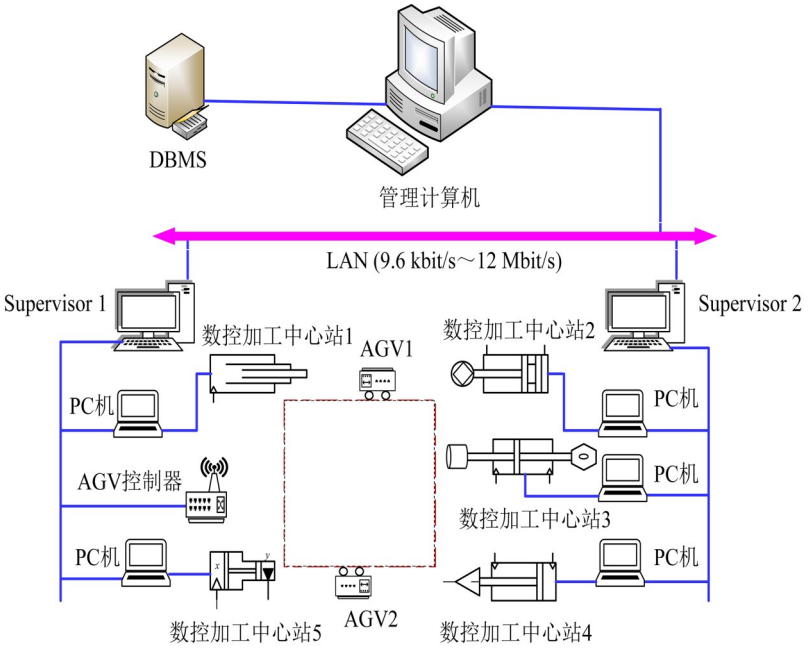


图1.3　柔性制造系统FMS组成拓扑图

一般情况下，FMS面对的工序过程对象数目多，且承担的处理任务较复杂。因此，基于“分解原理”，实际中的FMS往往采取分层递阶的控制模式来实现分散控制与管理、集中操作和综合协调的功能，相应的数据库管理系统（database management system，DBMS）则发挥着记录、保存、使用和维护FMS运行过程数据信息的作用。这里，控制器（supervisor）的设计，包括控制器的选型和组态、控制软件的设计和调试等是FMS的核心。其中，基于重组、柔性和灵捷性等的要求，使得控制软件的设计是一项难度和复杂度都很大的任务；而且，FMS中的各个加工进程对于共享资源，如数控机床、机器人和夹具等的竞争，会导致死锁（deadlock）的发生[6-9]，这造成了FMS的运行停止和相应的经济损失。死锁状态是FMS运行过程中出现的最坏情况，它是FMS在设计阶段时必须首要考虑和加以解决的问题，这一点在高度自动化的制造系统，如集成电路制造系统中得到了验证。死锁控制问题的研究[10-26]已经成为国际上的研究热点，且是难点问题。

FMS中的死锁发生会直接导致部分系统或整个系统运行的停顿，降低了生产率，在有些情况下，还可能造成重大的经济损失[6, 7]。因此，描述、分析、求解和控制FMS中的死锁问题是确保FMS高效运行的重要技术措施。一般认为死锁产生的原因是：（1）系统配置的资源不足；（2）不恰当的进程推进顺序；（3）不合理的系统资源配置。Coffman等人最先表述了导致系统死锁的四个必要（非充分）条件[5]：

（1）相互抑制（mutual exclusion）：某个资源每次只能被某个许可的进程使用；

（2）持有并等待（hold and wait）：持有资源的进程被许可申请其他的资源；

（3）无优先权（no preemption）：许可进程持有的资源不允许被剥夺，直至进程结束，资源得到释放；

（4）循环等待（circular wait）：若干许可的进程形成了一个进程链路，其中每个进程都在等待着其下一个进程所持有资源的释放。

相关的研究表明，必要条件（1）—（3）取决于系统和资源的物理属性，即对于一个给定资源集合的系统而言，必要条件（1）—（3）是不会随着时间而变化的。而必要条件（4）却由于系统资源的申请、分配和释放，是随时间而变化的。因此，只要这四个条件满足，则死锁必然发生。反之，只要有一个条件不满足，系统就不会发生死锁。

1.2　死锁问题的研究方法

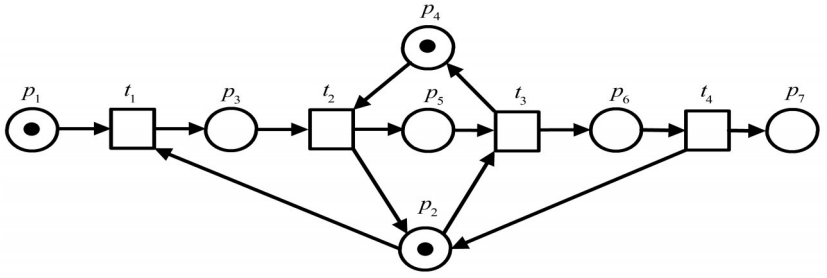
图论（Graph Theory）、自动机（Automaton）理论和Petri网是研究死锁问题的主要数学工具。其中，图论的方法简单直观，可以有效地描述任务和资源之间的交互关系、资源分配系统（resource allocation systems，RAS）中的死锁现象，并设计出相应的死锁控制策略。Fanti[7, 26]和Wysk[24, 25]是该研究领域成绩卓著的代表。自动机理论是首先将一个AMS（或者FMS）描述为自动机，然后将系统的无死锁控制需求转化为一组线性不等式方程组的求解，该种死锁控制策略被称为资源上游邻居（resource upstream neighborhood，RUN）策略，能够获取最大（最佳）许可行为。其研究成果突出的代表是Ferreira、Reveliotis和Lawley[27, 28]。Petri网采用可视化的图形描述和形式化的数学方法，来表达DEDS的静态结构和动态变化，能够充分地描述系统异步、同步、并发、顺序、冲突等特性，分析系统的运行性能（如可靠性、安全性、生产率和设备使用率等）；还可以检查和防止诸多不期望的系统行为（如死锁、资源冲突等），动态仿真DEDS，从而分析和评估系统的性能。正是由于以上特点，Petri网已经成为描述、分析和控制DEDS最有效的方法，得到了广泛的应用。在Petri网理论研究及其应用的不同发展阶段，涌现出不少领军人物，如DiCesare[5]、Jeng[5]、Zhou[5]、Barkaoui[29]、Ezpeleta[10, 30, 31]、Reveliotis[17]、Huang[14]、Li[15, 16]、Chao[12]、Piroddi[18]、Uzam[19]和Wu[2, 21]等人。

1.2.1　基于Petri网建模的柔性制造系统

1962年，德国人Carl Adam Petri在他的博士论文《Kommunikation mit Automaten》中首次提出了Petri网的概念。Petri网理论用于生产系统的研究最早可以追溯到20世纪80年代初期[4, 5]。由于Petri网具有的建模功能强、图形化和易于分析等特性，经过30多年的发展，已经在计算机科学、自动制造等很多领域得到了应用。Petri网能够提供一个建模、分析和控制的集成环境，为系统的设计提供了诸多便利[1, 2, 5]。因此，借助于Petri网，能够对一个FMS所有工序流程进行可视化图形和形式化数学方法的表述，实现建模FMS的目的。

Petri网是一种双枝有向图[2, 4, 5, 32]，主要包括库所（place）、变迁（transition）、有向弧（directed arc）和标识（marking）等，其中库所和变迁称为Petri网的节点（node）。图

形符号分别是圆圈（○）、矩形或杠（□）、有向线段（→）和小黑点（•），又称为托肯（token）。其中，库所表示条件或者状态（即代表资源和工序的状态）；变迁表示事件（即代表某个工序事件的开始或结束）；有向弧连接库所和变迁，同一类型的节点（node）之间不能用有向弧来连接。指向一个变迁（库所）的所有库所（变迁）称为该变迁（库所）的输入库所（变迁）集合，分别以$^{\cdot}t$和$^{\cdot}p$表示；该变迁（库所）指向的所有库所（变迁）称为它的输出库所（变迁）集合，分别以$t^{\cdot}$和$p^{\cdot}$表示。表明某个事件t的发生是以$^{\cdot}t$所表示的状态作为前提条件，发生的结果会影响到$t^{\cdot}$所表示的状态。标识M（p）反映了某个库所p的局部状态，其值大小是所包含的托肯数多少，特别地，M（p）=0表明库所p所代表的局部状态目前无法实现。托肯在Petri网中所有库所的分布情况称为Petri网的标识，用$\sum_{p\in P}M(p)p$来表示。P（T）是Petri网中库所（变迁）的集合。图1.4所示是一个制造单元的Petri网模型。



p_1：输入传送带上的工件就绪　　t_1：机器人开始上传工件
p_2：机器人准备就绪　　p_3：机器人正在上传工件
t_2：机器人结束上传工件，机器开始加工工件
p_4：机器准备就绪　　p_5：机器正在加工工件
t_3：机器结束加工，机器人开始卸载成品
p_6：机器人正在卸载成品　　t_4：机器人结束卸载成品
p_7：输出传送带上的成品就位

图1.4　Petri网建模制造系统中的状态和事件

其工艺流程是首先机器人（R）将输入传送带上的工件装载到机器（M）上，工件随即被加工，加工完毕后，机器人（R）再将成品卸载到输出传送带上。p_1、p_2和p_4分别表示工件、机器人和机器的状态，即p_1中有一个托肯时，表示有一个工件就绪；p_2中有一个托肯时，表示机器人就绪；p_4中有一个托肯时，表示机器可用。p_1、p_2和p_4中托肯的数量相应地表示就绪的工件数目、机器人能同时上传（或卸载）工件（或成品）的数目和机器可以同时加工工件的数目。所以，t_1发生的前提是p_1和p_2都必须有托肯，也就是说，变迁的输入库所表示与该变迁相对应事件发生的前提条件。t_1发生后，系统便处于p_3这一状态，导致了图1.4中托肯的分布（也称为Petri网的标识）发生相应的变化，即p_1和p_2中的托肯流失了，而p_3中添置了一个托肯。从Petri网图形上看，变迁t_1的发生导致了以下事实：从它的每一个输入库所中移走了一个托肯，在其输出库所中放置了一个托肯。或者说，变迁t_1的发射，使得托肯沿着与该变迁相关的弧在流动，从而使系统到达了一个新的状态（标识）。随即，p_3和p_4有托肯，满足变迁t_2发射的条件。t_2的发生使得p_3和p_4中的托肯流失了，

p_2和p_5中各自添置了一个托肯，系统进入了p_5这一状态。相应地，p_2和p_5有托肯，使得变迁t_3可以发射。t_3的发射导致了p_2和p_5中的托肯流失了，p_4和p_6中各自添置了一个托肯，系统进入了p_6这一状态。最后，p_6有托肯，满足变迁t_4发射的条件。它的发射使得p_6中的托肯流失了，p_2和p_7中各自添置了一个托肯，系统进入了p_7这一状态。

针对AMS的建模问题，Wu和Zhou在文献［2］中提出了面向过程的Petri网（process-oriented Petri net，POPN）和面向资源的Petri网（resource-oriented Petri net，ROPN）建模方法。相比ROPN建模，POPN建模简单、直观、易行，应用广泛，能够详细地表述复杂的资源需求和进程之间的相互作用条件。但是，需要使用较多的库所、变迁和输入/输出弧，生成的Petri网拓扑结构较大。下面给出POPN建模的一般步骤[2]：

1. 对AMS的每种产品，分别统计其所需求的加工工序（进程）和资源。

2. 基于工艺流程的加工、处理要求，对需要的工序进行排序。

3. 每个进程对应地用一个库所来表示，并对该库所进行标记，用于表示该工序的状态。分别给该库所添加一个输入变迁和输出变迁，相应地表示该进程的开始和结束。输入变迁和输出变迁也称为该工序的起始变迁和终止变迁。一般而言，某个工序的终止变迁是其下一个工序的起始变迁。当Petri网系统运行时，若某个工序库所中含有托肯，则意味着该工序正在执行。若该工序库所中有多个托肯，表示完成该工序需要的资源有多重的加工能力。例如，用于表示机器的库所，其在初始状态下仅有一个托肯，表示该机器同时最多可加工一个工件。起始变迁的发射表示某个工序的开始，终止变迁的发射表示该工序的结束和下一个工序的开始。

4. 对于每个进程，为其所需求的每一个资源创建一个库所，该库所称为资源库所。对于每一个资源库所，其输入弧的起点是该资源所参与的工序的终止变迁；其输出弧则指向其所参与的工序的起始变迁。

5. 根据AMS的物理特性（加工工件的数量，设备的加工、传输、存贮能力等），为Petri网设计初始标识M_0。

图1.5（a）所示是一个柔性制造系统FMS，包括两台机器（M_1和M_2）、一台机器人（R）、一个存贮半成品的缓冲器（B）、一条输入传送带（C_1）和一条输出传送带（C_2）。其中M_1（M_2）可以同时加工一个工件（半成品），R能够上传一个工件（半成品）或者卸载一个半成品（成品），B最多可同时存储两个半成品。其工艺流程是C_1输送装夹在托盘上的工件，R将其抓取并且上传到M_1上。M_1加工完毕后，R将半成品卸载到B。若M_2空闲可用，则R将半成品由B上传到M_2上供其进一步加工。否则，R再次抓取C_1输送的装夹在托盘上的工件，上传M_1到上供其加工。M_2加工完毕后，托盘与成品分离，R将成品卸载到C_2，由C_2将其送入成品储存区；托盘则进入C_1，装夹新的工件。上述的工件→R→M_1→半成品→B→R→M_2成品的工艺流程重复进行。基于上述的Petri网建模方法，能够得到装夹在托盘上的工件、M_1、B、M_2、R和整个FMS的Petri网模型，分别如图1.5（b）—（g）所示。表1.1则给出了Petir网模型中库所和变迁的物理意义。