新工科暨卓越工程师教育培养计划电子信息类专业系列教材
普通高等学校“双一流”建设电子信息类专业特色教材
丛书顾问/郝　跃

XINHAO YU XITONG XUEXI ZHIDAO JI XITI JIEDA

信号与系统学习指导及习题解答

■ 主　编/李开成

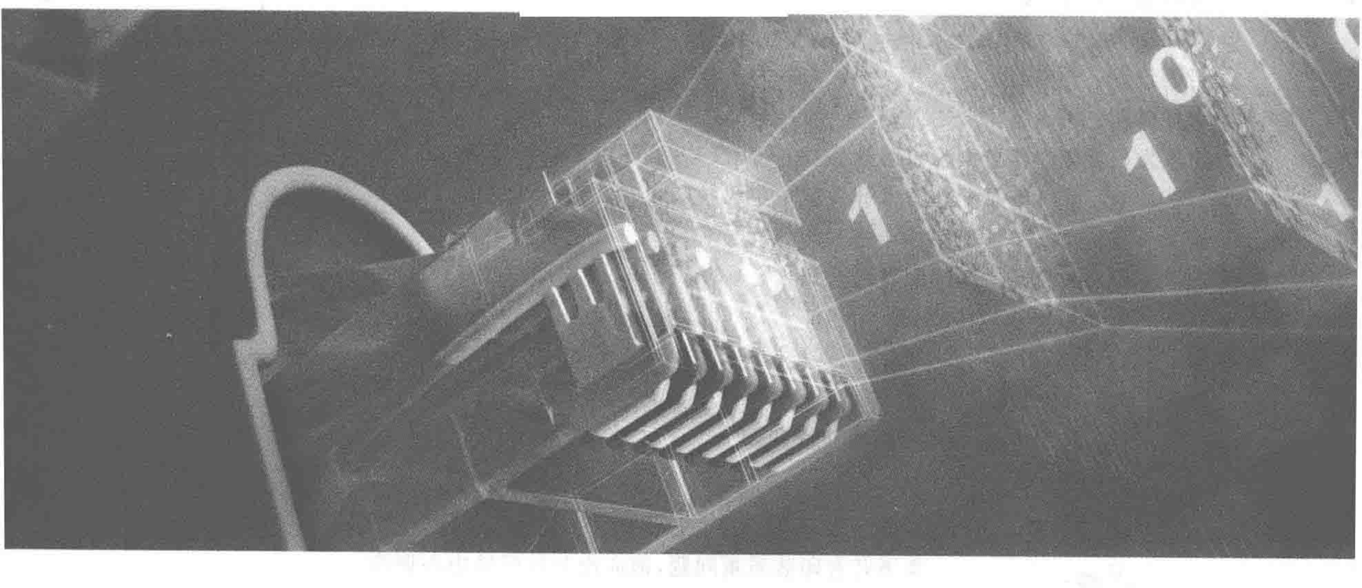
華中科技大學出版社
http://www.hustp.com

新工科暨卓越工程师教育培养计划电子信息类专业系列教材
普通高等学校“双一流”建设电子信息类专业特色教材
丛书顾问/郝　跃

XINHAO YU XITONG XUEXI ZHIDAO JI XITI JIEDA

信号与系统学习指导及习题解答

主　编/李开成



華中科技大學出版社
http://www.hustp.com
中国·武汉

内 容 简 介

为了配合“信号与系统”课程的教学和练习，编写了本书。本书对“信号与系统”的主要内容做了归纳与总结，给出了解题指导、典型例题与习题解答。习题解答对应于李开成编写、华中科技大学出版社出版的新工科暨卓越工程师教育培养计划电子信息类专业系列教材中的《信号与系统》。本书内容涵盖“信号与系统”课程的所有内容，包括：信号与系统的基本概念；线性时不变系统时域分析；傅里叶级数与傅里叶变换；连续时间系统的频域分析；离散时间信号的傅里叶分析；离散时间系统的傅里叶分析；拉普拉斯变换和连续时间系统复频域分析；离散时间信号与系统 z 域分析；系统分析的状态变量法。本书力求严谨、详实，注重启发性，有的题目给出了一题多解。本书可供“信号与系统”课程教学和练习辅导参考，也可作为考研复习资料。

图书在版编目(CIP)数据

信号与系统学习指导及习题解答/李开成主编. —武汉：华中科技大学出版社，2021.6
ISBN 978-7-5680-7179-6

Ⅰ.①信…　Ⅱ.①李…　Ⅲ.①信号系统-高等学校-教学参考资料　Ⅳ.①TN911.6

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2021)第 098823 号

信号与系统学习指导及习题解答　　　李开成　主编
Xinhao yu Xitong Xuexi Zhidao ji Xiti Jieda

策划编辑：祖　鹏
责任编辑：余　涛
封面设计：秦　茹
责任监印：周治超
出版发行：华中科技大学出版社(中国·武汉)　　电话：(027)81321913
　　　　　武汉市东湖新技术开发区华工科技园　　邮编：430223
录　　排：武汉市洪山区佳年华文印部
印　　刷：武汉开心印印刷有限公司
开　　本：787mm×1092mm　1/16
印　　张：11.75
字　　数：276 千字
版　　次：2021 年 6 月第 1 版第 1 次印刷
定　　价：37.90 元

编　委　会

前言

“信号与系统”是电子信息、电气工程、自动化、光电工程、物理、生物医学、精密仪器、计算机、机械等多学科的重要基础课程，其应用领域十分广泛，几乎遍及电类及非电类的各个工程技术学科。

为了适应时代的发展要求，作者编写了“信号与系统”新工科教材。课程的主要内容包括以下9章。

第1章：信号与系统的基本概念，包括：连续时间信号、离散时间信号、信号的分类系统的建模与描述、系统的性质。

第2章：线性时不变系统时域分析，包括：连续时间系统时域分析——微分方程求解、单位冲激响应与单位阶跃响应、连续时间系统的卷积描述和卷积积分、离散时间系统时域分析——差分方程求解、离散时间系统的单位脉冲响应与单位阶跃响应、离散时间系统的卷积描述和卷积和。

第3章：傅里叶级数与傅里叶变换，包括：三角傅里叶级数、复指数傅里叶级数、傅里叶变换与反变换、傅里叶变换的性质、广义傅里叶变换、信号的抽样与抽样定理、信号的调制与解调。

第4章：连续时间系统的频域分析，包括：系统的频率响应函数、系统的正弦输入信号响应、系统的周期输入信号响应、系统的非周期输入信号响应、理想滤波器、系统的无失真传输条件、理想线性相位低通滤波器。

第5章：离散时间信号的傅里叶分析，包括：离散时间傅里叶变换(DTFT)、离散傅里叶变换(DFT)、DFT的性质、圆周卷积、DFT的计算误差、快速傅里叶变换(FFT)。

第6章：离散时间系统的傅里叶分析，包括：离散时间系统的频率响应函数、系统对正弦输入信号的响应、理想低通数字滤波器、因果低通数字滤波器。

第7章：拉普拉斯变换和连续时间系统复频域分析，包括：连续时间信号的拉普拉斯变换、拉普拉斯变换的性质、反拉普拉斯变换、系统函数、系统的频率响应、系统的正弦稳态响应、系统的稳定性分析、电路系统的复频域分析。

第8章：离散时间信号与系统 z 域分析，包括：离散时间信号 z 变换、z 变换的性质、逆 z 变换、差分方程的 z 域求解、系统函数、系统的频率响应、系统的正弦稳态响应、系统的稳定性分析。

第9章：系统分析的状态变量法，包括：连续时间系统状态方程的建立、离散时间系统状态方程的建立、状态方程的求解、系统的可控性与可观性。

本书为配合“信号与系统”的教学和练习而编写，对信号与系统的主要内容做了归纳与总结，给出了解题指导、典型例题与习题解答。习题解答对应于李开成编写、华中

科技大学出版社出版的新工科暨卓越工程师教育培养计划电子信息类专业系列教材《信号与系统》，习题解答内容涵盖教材所述内容。

本书在编写过程中充分吸收了国内外优秀教材的精华，注重严谨性、系统性、逻辑性以及解决问题方法的多样性。可供“信号与系统”教学和练习辅导参考，也可作为考研复习资料。

由于编者水平有限，书中可能存在诸多问题或不足，敬请读者批评指正。

编　者

于华中科技大学

2020 年 12 月

目录

1

信号与系统的基本概念

内容提要：

1.1 信号的分类

1. 连续时间信号和离散时间信号

连续时间信号 $x(t)$：信号在时间轴上连续或分段连续；

离散时间信号 $x[n]$：$x(t)|_{t=nT}=x(nT)$，表示为 $x[n]$，T 为抽样间隔，n 为整数。

2. 周期信号和非周期信号

周期信号：$x(t)$，$x[n]$在整个时间轴周而复始变化；

非周期信号：不具有周而复始变化特点的信号。

3. 能量信号和功率信号

能量信号：$\int_{-\infty}^{\infty}|x(t)|^2\mathrm{d}t<\infty$ 或 $\sum\limits_{n=-\infty}^{\infty}|x[n]|^2<\infty$；

功率信号：$P=\dfrac{1}{T}\int_0^T|x(t)|^2\mathrm{d}t<\infty$。

4. 确定信号和随机信号

确定信号：能用确定的时间函数或曲线表示的信号，如正弦信号；

随机信号：不能用确定的时间函数表示的信号，如噪声信号。

1.2 典型连续时间信号

(1) 正弦信号：$x(t)=A\sin(\omega t+\varphi)$，$-\infty<t<\infty$；

(2) 直流信号：$x(t)=E$，E 为常数，$-\infty<t<+\infty$；

(3) 单位阶跃信号：$u(t)=\begin{cases}0, & t<0\\ 1, & t>0\end{cases}$；

(4) 单位矩形脉冲信号：$p_\tau(t)=\begin{cases}1, & -\dfrac{\tau}{2}<t<\dfrac{\tau}{2}\\ 0, & |t|>\dfrac{\tau}{2}\end{cases}$，$G_\tau(t)=Ep_\tau(t)$，$E$ 为常数；

(5) 三角脉冲信号：$p_{\Delta}(t)=\dfrac{-2|t|}{\tau}+1$；

(6) 单位冲激信号：$\begin{cases}\delta(t)=0, & t\neq 0\\ \int_{-\infty}^{\infty}\delta(t)\mathrm{d}t=1\end{cases}$。

单位冲激信号具有如下性质：

① $x(t)\delta(t)=x(0)\delta(t)$；

② $x(t)\delta(t-t_0)=x(t_0)\delta(t-t_0)$；

③ $\int_{-\infty}^{\infty}x(t)\delta(t)\mathrm{d}t=x(0)$；

④ $\int_{-\infty}^{\infty}x(t)\delta(t-t_0)\mathrm{d}t=x(t_0)$；

⑤ $\delta(-t)=\delta(t)$；

⑥ $\delta(at)=\dfrac{1}{|a|}\delta(t)$，$a$ 为常数；

⑦ $\delta(at-t_0)=\dfrac{1}{|a|}\delta\left(t-\dfrac{t_0}{a}\right)$，$a$ 为常数；

⑧ 单位阶跃信号 $u(t)$ 与单位冲激信号 $\delta(t)$ 之间具有如下关系：

$$u(t)=\int_{-\infty}^{t}\delta(\lambda)\mathrm{d}\lambda,\quad \delta(t)=\frac{\mathrm{d}u(t)}{\mathrm{d}t}$$

(7) 单位冲激偶信号：$\delta'(t)=\dfrac{\mathrm{d}\delta(t)}{\mathrm{d}t}$，$\delta'(t-t_0)=\dfrac{\mathrm{d}\delta(t-t_0)}{\mathrm{d}t}$。

单位冲激偶信号具有如下性质：

① $\delta'(-t)=-\delta'(t)$（奇函数）；

② $\int_{-\infty}^{\infty}\delta'(\lambda)\mathrm{d}\lambda=0$；

③ $\int_{-\infty}^{t}\delta'(\lambda)\mathrm{d}\lambda=\delta(t)$。

(8) 单位符号信号： $\mathrm{sgn}(t)=\begin{cases}-1, & t<0\\ 1, & t>0\end{cases}$

$$\mathrm{sgn}(t)=u(t)-u(-t)=2u(t)-1$$

(9) 单位斜坡信号：$r(t)=\begin{cases}0, & t<0\\ t, & t\geqslant 0\end{cases}$，$r(t)=tu(t)$。

单位斜坡信号与单位阶跃信号、冲激信号之间的关系：

① $u(t)=\dfrac{\mathrm{d}r(t)}{\mathrm{d}t}$；

② $\delta(t)=\dfrac{\mathrm{d}r^2(t)}{\mathrm{d}t^2}$；

③ $\int_{-\infty}^{t}u(\lambda)\mathrm{d}\lambda=r(t)$。

(10) 指数信号：$x(t)=\mathrm{e}^{\alpha t}$，$a$ 为常数。

(11) 抽样信号：

$$x(t)=\mathrm{Sa}(t)=\frac{\sin t}{t},-\infty<t<+\infty$$

抽样信号的性质：

① $\mathrm{Sa}(t)=\mathrm{Sa}(-t)$；

② $\mathrm{Sa}(0)=\lim\limits_{t\to 0}\dfrac{\sin t}{t}=1$；

③ 当 $t=\pm k\pi$，k 为整数时，$\mathrm{Sa}(t)=0$；

④ $\int_{-\infty}^{\infty}\mathrm{Sa}(t)\mathrm{d}t=\pi$；

⑤ $\lim\limits_{t\to\pm\infty}\mathrm{Sa}(t)=0$。

sinc 信号：

$$\mathrm{sinc}(t)=\frac{\sin(\pi t)}{\pi t},\ -\infty<t<\infty$$

$$\mathrm{Sa}(t)=\frac{\sin t}{t}=\mathrm{sinc}\left(\frac{t}{\pi}\right)$$

$$\mathrm{sinc}(t)=\frac{\sin(\pi t)}{\pi t}=\mathrm{Sa}(\pi t)$$

(12) 分段连续时间信号：信号在有限个时间点不连续而在其他点均连续。

(13) 周期信号：

连续周期信号：

$$x(t)=x(t+T),-\infty<t<\infty$$

若 $x_1(t)$ 和 $x_2(t)$ 均为周期信号，且周期分别为 T_1 和 T_2，当且仅当：

$$\frac{T_1}{T_2}=\frac{q}{r},q、r \text{ 均为正整数，且互质}$$

则 $x(t)=x_1(t)+x_2(t)$ 为周期信号，且周期为 $T=T_1r=T_2q$，否则为非周期信号。

1.3 信号在时域的运算

加法运算：$y(t)=x_1(t)+x_2(t)$

乘法运算：$y(t)=x_1(t)\cdot x_2(t)$

比例运算：$y(t)=Ax(t)$

微分运算：$y(t)=\dfrac{\mathrm{d}x(t)}{\mathrm{d}t}$

积分运算：$y(t)=\int_{-\infty}^{t}x(\lambda)\mathrm{d}\lambda$

信号的广义导数：$y(t)=\dfrac{\mathrm{d}x(t)}{\mathrm{d}t}+\sum\limits_{i=1}^{n}[x(t_i^+)-x(t_i^-)]\delta(t-t_i)$，$t_i$ 为不连续点，t_i^-、t_i^+ 分别为不连续点的左、右函数值。

1.4 信号在时域的变换

反褶：$y(t)=x(-t)$，以纵轴为对称轴将信号 $x(t)$ 做折叠。

倒相：$y(t)=-x(t)$，以横轴为对称轴将信号 $x(t)$ 做折叠。

时移：$y(t)=x(t-t_0)$，信号 $x(t)$ 延时间轴平行移动 t_0 时刻。若 $t_0>0$，$x(t-t_0)$ 为

右移，$x(t+t_0)$为左移。

尺度：$y(t)=x(at)$，其中，a 为常数。将信号 $x(t)$沿时间轴压缩或展宽。当 $0<a<1$ 时，信号沿时间轴被展宽；当 $a>1$ 时，信号沿时间轴被压缩。

1.5 离散时间信号的定义与表示

定义：$x(t)|_{t=nT}=x(nT)$，用 $x[n]$表示 $x(nT)$，n 为整数，T 为抽样间隔。

表示方法：函数，序列，表格，杆状图。

1.6 基本离散时间信号

(1) 单位脉冲信号：$\delta[n]=\begin{cases}0, & n\neq 0\\ 1, & n=0\end{cases}$，$\delta[n-j]=\begin{cases}0, & n\neq j\\ 1, & n=j\end{cases}$。

性质：

① $x[n]\delta[n]=x[0]\delta[n]$；

② $x[n]\delta[n-i]=x[i]\delta[n-i]$；

③ $x[n]=\sum\limits_{i=-\infty}^{\infty}x[i]\delta[n-i]$。

(2) 单位阶跃信号：$u[n]=\begin{cases}1, & n\geqslant 0\\ 0, & n<0\end{cases}$，$u[n-j]=\begin{cases}1, & n\geqslant j\\ 0, & n<j\end{cases}$。

可推得下列关系：

① $\delta[n]=u[n]-u[n-1]$；

② $u[n]=\delta[n]+\delta[n-1]+\delta[n-2]+\cdots=\sum\limits_{i=0}^{\infty}\delta[n-i]$；

③ $x[n]u[n]=\begin{cases}x[n], & n\geqslant 0\\ 0, & n<0\end{cases}$；

(3) 直流信号：$x[n]=1, n=\pm 1,\pm 2,\cdots,\pm\infty$；

(4) 单位斜坡信号：$r[n]=\begin{cases}0, & n<0\\ n, & n\geqslant 0\end{cases}$，$r[n]=nu[n]$；

(5) 单边指数信号：$x[n]=a^n u[n]$，a 为常数；

(6) 周期离散时间信号：$x[n]=x[n+r]$，$n=0,\pm 1,\pm 2,\cdots,\pm\infty$，$r$ 为整数。使上述关系成立的最小 r 为基本周期。

对 $x(t)=A\cos(\omega_0 t+\theta)$进行抽样，则

$$x[n]=x(t)|_{t=nT}=A\cos(\omega_0 nT+\theta)=A\cos(\Omega_0 n+\theta)$$

当且仅当$\dfrac{2\pi}{\Omega_0}=\dfrac{r}{q}$，$r$、$q$ 均为正整数，$x[n]=A\cos[\Omega_0 n+\theta]$为周期信号，且其周期为 $r=\dfrac{2\pi}{\Omega_0}\cdot q$，否则周期不存在。

(7) 离散时间矩形脉冲信号：$p_L[n]=\begin{cases}1, & n=-\dfrac{L-1}{2},\cdots,-1,0,1,\cdots,\dfrac{L-1}{2}\\ 0, & \text{其他}\end{cases}$。

(8) 信号在时域的运算和变换:类似于连续时间信号在时域的运算和变换。

1.7 系统的定义与分类

1. 系统的定义

由若干基本元件或设备相互连接并实现特定功能的整体。系统可以是硬件,也可以是软件(算法)。

2. 系统的分类

1) 集总参数系统和分布参数系统

集总参数系统:由集总参数元件构成的系统。

分布参数系统:含有分布参数元件的系统,如均匀长线传输系统。

2) 线性系统和非线性系统

线性系统:由常系数微分方程或差分方程描述输入/输出关系的系统。

非线性系统:由非常系数微分方程或差分方程描述输入/输出关系的系统。

3) 连续时间系统和离散时间系统

连续时间系统:取值区间在时间轴上连续的系统。

离散时间系统:只在某些离散点才有取值、其他点无定义的系统。

4) 时不变系统和时变系统

时不变系统:系统的响应与激励施加于系统的时刻无关。常系数微分方程或差分方程系统是线性时不变系统(linear time invariant system,LTI)。

时变系统:系统的响应与激励施加于系统的时刻有关。系数随时间变化的微分方程或差分方程系统是时变系统(time varying system)。

5) 动态系统和即时系统

动态系统:系统的输入/输出关系由微分方程或差分方程描述的系统,如含有储能元件电容、电感的电路系统。

即时系统:系统输入/输出关系由代数方程描述的系统,如仅由纯电阻元件所构成的电路系统。

6) 记忆系统和无记忆系统

记忆系统:系统的输出不仅与当前时刻的输入有关,还与它过去的输入有关。

无记忆系统:系统的输出只与当前时刻的输入有关。

7) 因果系统和非因果系统

因果系统:系统当前的响应与将来的激励无关。

非因果系统:系统当前的响应与将来的激励有关。

8) 稳定系统和非稳定系统

稳定系统:施加给系统的扰动消除后能恢复到原来状态的系统。

非稳定系统:施加给系统的扰动消除后不能恢复到原来状态的系统。

9) BIBO 稳定系统和非 BIBO 稳定系统

BIBO 稳定系统:有界输入必定有界输出的系统。

非 BIBO 稳定系统:有界输入可能导致无界输出的系统。

1.8 系统的建模与描述

1. 连续时间系统的建模与描述

根据基本的物理定律，如 KVL、KCL、牛顿第二定律等建立数学模型。

线性时不变系统由常系数微分方程描述：

$$\frac{d^n y(t)}{dt^n}+a_{n-1}\frac{d^{n-1}y(t)}{dt^{n-1}}+\cdots+a_0 y(t)=b_m\frac{d^m x(t)}{dt^m}+\cdots+b_0 x(t)$$

式中：a_i、b_i 均为常数；$x(t)$为激励或输入；$y(t)$为响应或输出；n 为微分方程的阶数。

2. 离散时间系统的建模与描述

离散时间系统一般由差分方程描述。方程的建立一般基于：

(1) 信号处理算法，如滑动平均滤波；

(2) 由微分方程导出。

对连续时间信号进行抽样，有 $x(t)|_{t=nT}=x[nT]$，$y(t)|_{t=nT}=y[nT]$。

若抽样间隔时间 T 足够小，则有

$$\left.\frac{dx(t)}{dt}\right|_{t=nT}\approx\frac{x[(n+1)T]-x[nT]}{T},\quad \left.\frac{dy(t)}{dt}\right|_{t=nT}\approx\frac{y[(n+1)T]-y[nT]}{T}$$

$$\begin{aligned}\left.\frac{d^2 y(t)}{dt^2}\right|_{t=nT}&\approx\frac{dy(t)/dt|_{t=nT+T}-dy(t)/dt|_{t=nT}}{T}\\&=\frac{y[(n+2)T]-2y[(n+1)T]+y[nT]}{T^2}\end{aligned}$$

将上述关系代入微分方程，整理即得系统的差分方程。

差分方程分前向差分方程和后向差分方程，两种形式之间可以互相转换。

1.9 系统的性质

(1) 齐次性：若 $x(t)\to y(t)$，有 $ax(t)\to ay(t)$，a 为任意常数，则系统是齐次的(homogenous)。

(2) 叠加性：若 $x_1(t)\to y_1(t)$，$x_2(t)\to y_2(t)$，有 $x_1(t)+x_2(t)\to y_1(t)+y_2(t)$，则系统是可加的(additive)。

(3) 线性性：若 $x_1(t)\to y_1(t)$，$x_2(t)\to y_2(t)$，有 $ax_1(t)+bx_2(t)\to ay_1(t)+by_2(t)$，则系统是线性的(linear)。满足齐次性和叠加性的系统是线性系统(linear system)。

(4) 时不变性：若 $x(t)\to y(t)$，有 $x(t-t_0)\to y(t-t_0)$，则系统为时不变性系统(time-invariant system)，否则为时变系统(time-varying system)。

(5) 微分性：对于 LTI 系统，若 $x(t)\to y(t)$，则$\frac{dx(t)}{dt}\to\frac{dy(t)}{dt}$。

(6) 积分性：对于 LTI 系统，若 $x(t)\to y(t)$，则 $\int_{-\infty}^{t}x(\lambda)d\lambda\to\int_{-\infty}^{t}y(\lambda)d\lambda$。

(7) 因果性。

对于任意时刻 t_1，若系统的响应 $y(t_1)$不取决于 $t>t_1$ 时刻的激励，则系统是因果的(causal)，否则是非因果的(noncausal)。可以用冲激响应检验系统的因果性。若 $t<0$

时，$y(t)\neq 0$，则系统是非因果的。

(8) 记忆性。

若系统在 t_1 时刻的输出 $y(t_1)$ 取决于过去到 t_1 时刻的输入，则系统是有记忆的(system with memory)，否则系统是无记忆的(memoryless system)。

解题指导：

(1) 信号绘图时应注意信号的基本特征，应标出信号的初值、终值及一些关键的值，如极大值和极小值等，同时应注意阶跃、冲激信号的特点。

(2) 系统性质的判断要紧扣定义分析，有些情况可举反例证明。

典型例题：

例 1 试绘出下列各函数式的波形图。

(1) $x_1(t)=u(t^2-1)$；(2) $x_2(t)=\dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}[\mathrm{e}^{-t}\cos t u(t)]$。

解 (1) $$x_1(t)=u(t^2-1)=u[(t-1)(t+1)]$$

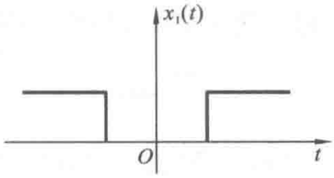
由 $u(t)$ 的特性可知：

$$(t+1)(t-1)>0,\quad u(t^2-1)=1$$
$$(t+1)(t-1)<0,\quad u(t^2-1)=0$$

从而求得

$$u(t^2-1)=\begin{cases}1 & |t|>1\\ 0 & |t|<1\end{cases}$$

波形如下图所示。



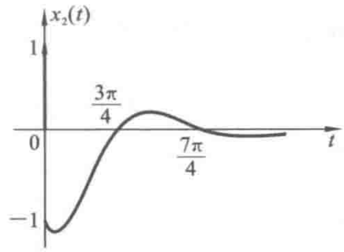
(2) $$x_2(t)=\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}[\mathrm{e}^{-t}\cos t u(t)]$$

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}[u(t)]=\delta(t),\quad x(t)\delta(t)=x(0)\delta(t)$$

$$x_2(t)=\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}[\mathrm{e}^{-t}\cos t u(t)]=(-\mathrm{e}^{-t}\cos t-\mathrm{e}^{-t}\sin t)u(t)+\mathrm{e}^{-t}\cos t\delta(t)$$

$$=-\mathrm{e}^{-t}(\cos t+\sin t)u(t)+\delta(t)=-\sqrt{2}\mathrm{e}^{-t}\cos\left(t-\frac{\pi}{4}\right)u(t)+\delta(t)$$

波形如图所示。



例 2 求下列函数值：

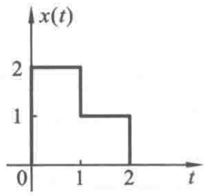
(1) $x(t)=\dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}[\mathrm{e}^{-t}\delta(t)]$；(2) $x(t)=\displaystyle\int_{-\infty}^{t}\mathrm{e}^{-3\tau}\delta'(\tau)\mathrm{d}\tau$。

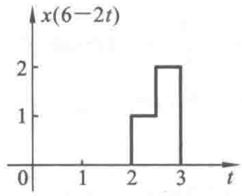
解 (1)
$$x(t)=\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}[\mathrm{e}^{-t}\delta(t)]=\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}[\delta(t)]=\delta'(t)$$

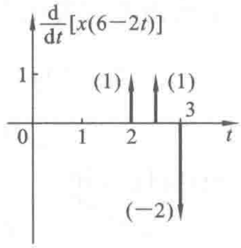
(2)
$$\begin{aligned}x(t)&=\int_{-\infty}^{t}\mathrm{e}^{-3\tau}\delta'(\tau)\mathrm{d}\tau=\int_{-\infty}^{t}[\delta'(\tau)+3\delta(\tau)]\mathrm{d}\tau\\&=\int_{-\infty}^{t}\delta'(\tau)\mathrm{d}\tau+\int_{-\infty}^{t}3\delta(\tau)\mathrm{d}\tau=\delta(t)+3u(t)\end{aligned}$$

例 3 已知信号 $x(t)$ 的波形如下图所示，试画出下列函数的波形。

(1) $x(6-2t)$；(2) $\dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}[x(6-2t)]$。







例 4 试判断 $y(t)=x\left(\dfrac{t}{2}\right)$ 是否为线性时不变系统？

解 $x(t)\longrightarrow y(t)=x\left(\dfrac{t}{2}\right)$，$x(t-t_0)\longrightarrow x\left(\dfrac{t}{2}-t_0\right)\neq y(t-t_0)=x\left(\dfrac{t-t_0}{2}\right)$，故系统非时不变，即时变。

例 5 系统的输入为 $x(t)$，输出为 $y(t)$，试判断下列系统是否为因果系统。

(1) $y(t)=x(t)\cos(t+1)$；

(2) $y(t)=x(-t)$。

解 (1) $y(t)=x(t)\cos(t+1)$，任意时刻 t 的输出等于同一时刻的输入乘以一个随时间变化的函数，与将来的输入无关，故该系统是因果的。

(2) $y(t)=x(-t)$，当 $t_0>0$ 时，$y(t_0)=x(-t_0)$，输出仅取决于过去时刻 $-t_0$ 的值。但当 $t<0$ 时，如 $t=-2$，$y(-2)=x(2)$，输出与将来的输入有关。因此，该系统是非因果的。

习题解答：

1. 试粗略绘出下列信号的波形。

(1) $x(t)=(2-\mathrm{e}^{-t})u(t)$；

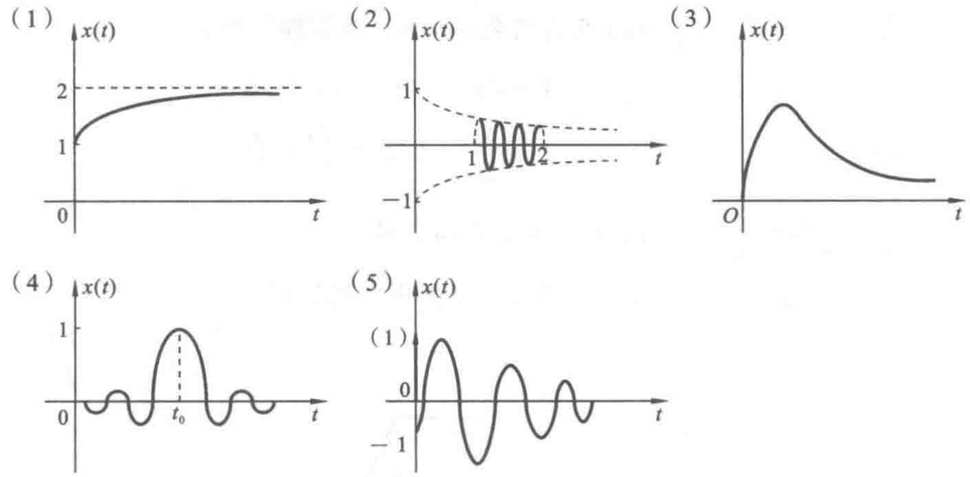
(2) $x(t)=\mathrm{e}^{-t}\cos(10\pi t)[u(t-1)-u(t-2)]$；

(3) $x(t)=t\mathrm{e}^{-t}u(t)$；

(4) $x(t)=\dfrac{\sin[\pi(t-t_0)]}{\pi(t-t_0)}$；

(5) $x(t)=\dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}[\mathrm{e}^{-t}\cos t u(t)]$。

解



2. 计算下列各式。

(1) $y(t)=\int_{-\infty}^{\infty}x(t_0-t)\delta(t)\mathrm{d}t$;

(2) $y(t)=\int_{-\infty}^{\infty}(2-t)\delta(t)\mathrm{d}t$;

(3) $y(t)=\int_{-\infty}^{\infty}(\mathrm{e}^{-t}+t)\delta(t+2)\mathrm{d}t$;

(4) $y(t)=\int_{-\infty}^{\infty}(\sin t+t)\delta\left(t-\frac{\pi}{6}\right)\mathrm{d}t$。

解 (1) $y(t)=\int_{-\infty}^{\infty}x(t_0-t)\delta(t)\mathrm{d}t=\int_{-\infty}^{\infty}x(t_0)\delta(t)\mathrm{d}t=x(t_0)\int_{-\infty}^{\infty}\delta(t)\mathrm{d}t=x(t_0)$

(2) $y(t)=\int_{-\infty}^{\infty}(2-t)\delta(t)\mathrm{d}t=\int_{-\infty}^{\infty}2\delta(t)\mathrm{d}t=2\int_{-\infty}^{\infty}\delta(t)\mathrm{d}t=2$

(3) $y(t)=\int_{-\infty}^{\infty}(\mathrm{e}^{-t}+t)\delta(t+2)\mathrm{d}t=\int_{-\infty}^{\infty}(\mathrm{e}^{2}-2)\delta(t+2)\mathrm{d}t$

$$=(e^2-2)\int_{-\infty}^{\infty}\delta(t+2)\mathrm{d}t=\mathrm{e}^2-2$$

(4) $y(t)=\int_{-\infty}^{\infty}(\sin t+t)\delta\left(t-\frac{\pi}{6}\right)\mathrm{d}t=\int_{-\infty}^{\infty}\left(\sin\frac{\pi}{6}+\frac{\pi}{6}\right)\delta\left(t-\frac{\pi}{6}\right)\mathrm{d}t$

$$=\left(\frac{1}{2}+\frac{\pi}{6}\right)\int_{-\infty}^{\infty}\delta\left(t-\frac{\pi}{6}\right)\mathrm{d}t=\frac{1}{2}+\frac{\pi}{6}$$

3. 试判断下列信号是否为周期,如果是,求基本周期。

(1) $x(t)=\cos(\pi t)+\cos(4\pi t/5)$;

(2) $x(t)=\cos(2\pi(t-4))+\sin(5\pi t)$;

(3) $x(t)=\cos(2\pi t)+\cos(10t)$。

解 (1) $$T_1=\frac{2\pi}{\pi}=2,\quad T_2=\frac{2\pi}{4\pi/5}=\frac{5}{2}$$

$\frac{T_1}{T_2}=\frac{2}{5/2}=\frac{4}{5}=\frac{r}{q}$,$r$,$q$ 均为整数,故 $x(t)$ 为周期信号。

$$T=5T_1=4T_2=5\times2=10$$

(2) $$T_1=\frac{2\pi}{2\pi}=1,T_2=\frac{2\pi}{5\pi}=\frac{2}{5}$$