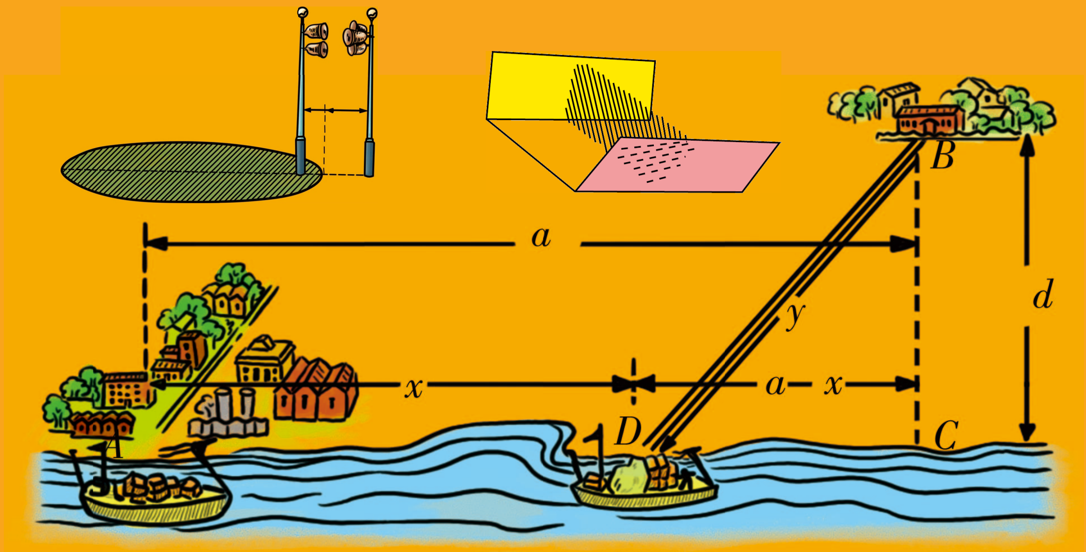
学霸们都细读过的趣味科学

趣味代数学

【彩图版】

[苏]雅科夫·伊西达洛维奇·别莱利曼 著 杨和胜 译



中国科学院院士
国际宇航科学院院士 包为民 作序推荐

中国惯性技术学会科普部 策划出品

珍藏译本

燕山大学出版社
YANSHAN UNIVERSITY PRESS

［苏］雅科夫·伊西达洛维奇·别莱利曼

（1882—1942）

举世闻名的科普作家。他17岁开始在报刊上发表作品，大学毕业后全力从事教学和科学写作。他创办了苏联第一份科普杂志《在大自然的实验室里》并任主编。1916年，他完成了《趣味物理学》，这为他后来创作一系列趣味科学读物奠定了基础。1959年，为纪念这位伟大的人类科普大师，人们以他的名字命名了一座月球上的环形山。

图书在版编目（CIP）数据

趣味代数学 /（苏）雅科夫·伊西达洛维奇·别莱利曼著；杨和胜译 .—秦皇岛：燕山大学出版社，2021.5

ISBN 978-7-5761-0076-1

Ⅰ .①趣…　Ⅱ .①雅… ②杨…　Ⅲ .①代数—普及读物　Ⅳ .① O15-49

中国版本图书馆 CIP 数据核字（2020）第 195516 号

趣味代数学

[苏]雅科夫·伊西达洛维奇·别莱利曼　著　杨和胜　译

出 版 人：陈　玉
责任编辑：孙志强
封面设计：吕丽梅
版式设计：北京东方视点数据技术有限公司
出版发行：燕山大学出版社 YANSHAN UNIVERSITY PRESS
地　　址：河北省秦皇岛市河北大街西段 438 号
邮政编码：066004
电　　话：0335-8387555
印　　刷：北京中创彩色印刷有限公司
经　　销：全国新华书店

开　　本：700 × 1000mm　1/16　　印　　张：12　　字　　数：192 千字
版　　次：2021 年 5 月第 1 版　　印　　次：2021 年 5 月第 1 次印刷
书　　号：ISBN 978-7-5761-0076-1
定　　价：58.00 元

序言 PREFACE

纵观世界科技强国、经济强国，无一不是教育强国。由此可见，教育是一个国家的基石。对于一个国家来说，搞好教育是头等大事。对于一个家庭来说，孩子的学习教育和家长自己的不断成长，也是一个永恒的话题。

基础科学教育，是教育的重中之重。什么是基础科学呢？基础科学就是以自然现象和物质运动形式为研究对象，探索自然界发展规律的科学，它包括数学、物理学、化学、生物学、天文学、地球科学、逻辑学七门基础学科及其分支学科、边缘学科。对于基础科学的重要性，著名物理学家李政道曾有一个形象的比喻，基础科学是打开一切复杂的自然现象的总机关。

基础科学为何如此重要？基础科学是创新的源泉。同时基础科学对应用科学和生产市场具有重要的意义。从爱因斯坦1905年的狭义相对论，到后来薛定谔的量子力学，还有费米的量子统计学，这些基础科学研究成果为后来核能、激光、半导体、超导体、超级计算机和网络等技术作了重要铺垫。

由此可见，基础科学的发展是一个国家跻身世界科技强国的必要条件；基础科学的竞争也是一个国家综合国力的竞争。强国之所以强的根源，不仅仅是因为拥有原子弹、航空母舰、隐形飞机或者芯片，而是他们举国有

着扎实的基础科学素养。

近年来，我国的一些重大的科技工程和科技成果取得突破性进展，与之相匹配的科学普及事业也得到充分的带动，不断反哺社会和公众，进而营造了崇尚科学精神、追求科学真理的社会氛围和创新生态，为创新发展带来了不竭动力。2020 年，在党中央的领导下，教育部更是推出了“强基计划”，聚焦高端芯片与软件、智能科技、新材料、先进制造和国家安全等关键领域，以突出基础科学的支撑引领作用，为重大科技工程及科技成果转化提供人才储备和技术支撑。

这套“学霸们都细读过的趣味科学”，旨在向广大学生群体诠释基础科学的重要性和趣味性，培养他们的科学意识，让他们在轻松有趣的氛围中领略基础科学的魅力，进而爱上科学、钻研科学，为祖国的科学发展贡献一份力量。

学习基础科学　掌握尖端技术

2021.1.6

interesting

趣 / 味 / 代 / 数 / 学 /

目录 CONTENTS

9 对数

1 乘方和乘方的应用

interesting

趣/味/代/数/学/

1.1 认识乘方

代数和算术不同，它不仅有加减乘除这四种运算，还有乘方及乘方的两种逆运算。因此，代数又称为“有着七种运算的算术”。

我们的话题就从乘方开始说起。这种运算是怎么产生的呢？毋庸置疑，绝对与我们的实际生活有关。大家想一下，我们在计算面积或者体积的时候，不可避免地会用到平方或者立方（也就是二次方或者三次方）。另外，万有引力、静电作用和磁性作用，以及光和声的强弱都和距离的平方成反比。行星围绕恒星的旋转周期和行星与旋转中心的距离之间也是乘方的关系，即旋转周期的平方和中心距离的立方是正比关系。

通过上面的例子，大家也许会认为，在生活中我们只会用到平方和立方，但事实并非如此。例如，工程师在计算材料的强度时，经常会用到四次方；在计算蒸馏管的直径时，会用到六次方；研究水流的冲击力时，也会使用六次方。假如存在两条河，一条河中水流的速度是另一条河水流速度的 3 倍，那么，水流较快的河水对河床石头的冲击力就是水流较慢河水的 3^6 倍，也就是 729 倍①。

在研究炽热物体（如白炽灯的灯丝）的亮度和温度的关系时，会用到更高次方的乘方。在白热的情况下，物体亮度增加的速度将是温度（这里所说的温度指“绝对温度”，从−273℃算起）增加速度的12次方倍；赤热的情况下，前者是后者的30次方倍。也就是说，如果物体的温度从2 000K升高到4 000K，那么，亮度将是原来的2^{12}倍，即4 000多倍。这种关系在电灯泡的

① 有关这方面的详细介绍见《趣味力学》第九章。

制作过程中有着重要的意义，以后我们将会详细讲解。

1.2 天文学上的数字

宇宙的观察者们在研究天文学时，经常会碰到巨大的数字，这些数字通常被称为“天文数字”，它们只有一位或者两位的有效数字，后面是一大串零，写起来很不方便，尤其在计算的时候。例如，地球到仙女星的距离是：

95 000 000 000 000 000 000千米

在进行天文学方面的计算时，通常不会使用千米这么大的单位，而是用厘米表示两个天体之间的距离。于是，上面的数字就变成了：

9 500 000 000 000 000 000 000 000厘米

恒星的质量写起来更大，尤其是用克来表示的时候。太阳的质量用克来表示是：

1 983 000 000 000 000 000 000 000 000 000 000 000克

显然，用这么大的数字进行计算不仅麻烦，而且容易出错。况且，还有很多比我们列举的大得多的数字。

因此，引入乘方是十分必要的。因为数字1后面那一大串的零正好是10的某次方。例如：

$100=10^2$，$1\ 000=10^3$，$10\ 000=10^4$，等等

上面所列举的巨大数字可以转化成下面的形式：

第二个数字95×10^{23}；第三个数字$1\ 983\times10^{30}$

这样做不仅便于书写，计算时也不容易出错。例如，计算第二个数与第三个数的乘积时，先计算出 $95\times1\ 983=188\ 385$，再计算 $10^{23+30}=10^{53}$ 就行了，

也就是：

$$95\times10^{23}\times1\ 983\times10^{30}=188\ 385\times10^{53}$$

这样，当然比写带着一长串零的数字相乘简单得多，计算也容易，结果的书写也比写53个零要方便，而且不容易出错。因为在书写几十个零的时候，只要少写或者多写一个，结果就是错误的。

1.3 地球质量是空气质量的多少倍?

把巨大的数字转化成乘方，不仅书写简单，而且容易计算。下面，我们来计算地球的质量是地球周围空气质量的多少倍。

大家都知道，地球表面每平方厘米的大气压约为1千克，即每平方厘米的地球表面要支撑1千克的大气柱。地球周围的空气就好像是由无数个大气柱组成，地球的表面积有多大，就有多少个这样的大气柱，大气层的重量就是多少千克。查阅一下资料，我们知道地球的表面积是51 000万平方千米，即51×10^{3}万平方千米。

接下来，我们把平方千米转换成平方厘米。我们知道，1千米=1 000米，1米=100厘米，即1千米=10^{5}厘米，1平方千米=10^{10}平方厘米。因此，地球的总面积是：

$$51\times10^{7}\times10^{10}=51\times10^{17}\text{平方厘米}$$

所以，包围着大气的总质量是51×10^{17}千克。

因为地球的质量是6×10^{21}吨，转换为千克是：

$$6\times10^{21}\times10^{3}=6\times10^{24}\text{千克}$$

要求出地球的质量是地球周围空气质量的多少倍，两者相除就可以了：

$$6\times10^{24}\div(51\times10^{17})\approx10^{6}$$

所以，地球的质量是它周围大气质量的100万倍。

1.4 常温下的燃烧

木柴和煤在高温下才会燃烧，这是众所周知的事实。其实，碳元素和氧元素在任何温度下都会发生化合反应，只是在高温下反应激烈（参与反应的分子数目多），在常温及低温下反应缓慢（参与反应的分子数目少），人们观察不到而已。通过化学反应速度的定律可以知道：温度降低10℃，反应的速度（参与反应的分子数目）就会降低一半。

下面，我们把这个定律应用到木柴和氧的化合反应上，也就是观察木柴的燃烧过程。假设火焰的温度是600℃，1秒钟可以燃烧掉1千克木柴。那么，火焰的温度为20℃时，多长时间才可以燃烧掉1千克木柴呢？这时，温度降低了580℃，反应速度就会降低2^{58}倍。也就是说，在20℃的温度下，燃烧掉1千克木柴需要2^{58}秒。

那么，2^{58}秒是多少年呢？不用计算2^{58}等于多少，也不用借助对数表，利用下面的方法，我们可以算出大概值：

$$2^{10}=1\ 024\approx10^{3}$$

因此，

$$2^{58}=2^{60-2}=2^{60}\div2^{2}=\frac{1}{4}\times2^{60}=\frac{1}{4}\times(2^{10})^{6}\approx\frac{1}{4}\times10^{18}$$

即大约是百万万万万秒的四分之一。一年的时间约是3 000万秒，也就是3×10^{7}秒，所以：

$$\left(\frac{1}{4}\times10^{18}\right)\div(3\times10^{7})=\frac{1}{12}\times10^{11}\approx10^{10}$$

也就是100亿年，这就是1千克木柴在20℃下燃烧完所需要的时间。因此，木柴和煤在常温下也可以燃烧，只是需要的时间是高温时的几百亿倍。

1.5 理想中的天气变化

题：我们假设天气的变化只有阴天和晴天两种，在这种条件下，有不同天气变化的星期数是多少呢？

我们觉得星期数应该不多，两个月肯定能包括一个星期中阴天和晴天的各种组合；之后，出现的天气组合就会和前面的重复。

我们的想法是否正确呢？下面，我们就来计算一下，这种条件下会出现多少种不同的组合。这时，又会用到乘方的计算。

首先，我们看一下 1 周内晴天和阴天的各种组合。

解：1 周的第一天有晴天和阴天两种情况，那么，1 周前两天的天气变化情况就是这样的：

晴天和晴天	晴天和阴天
阴天和晴天	阴天和阴天

两天内天气变化的种类是 2^2 种。那么，三天内呢？第三天的两种天气可以和前两天的情况任意组合，因此三天内的变化种类是 $2^2\times2=2^3$。

以此类推，四天内的天气变化的种类是 2^4，五天是 2^5，1 周就是 $2^7=128$。

因为 1 周内的天气变化情况是 128 种，128 个星期有 $7\times128=896$ 天，也就是说 896 天之后，再出现的一个星期的天气组合肯定会和前面的某一种相同。当然，重复的情况可能会出现得更早，但 896 是一个期限，这个期限一过，重复就是必然的。反过来说也对，两年多（两年零 166 天，即 896 天）的时间里，每个星期的天气变化可能都不相同。

1.6 带密码的保险柜

题：某一机关内发现了一个很久之前遗留下来的保险柜，找到了钥匙，但遗失了密码。保险柜上有 5 个环，每个环上有 36 个字母，密码是 5 个环上的字母组成的一个单词。为了打开保险柜，决定逐一去对环上的字母，每对一个组合需要 3 秒钟。请问：10 个工作日能打开这个保险柜吗？

解：我们来计算一下，这些字母一共有多少种组合。

第一个环上的 36 个字母可以和第二个环上的 36 个字母任意组合，两个字母组合的种类是：

$$36\times36=36^2$$

第三个环上的 36 个字母又可以和上面的每一种情况进行组合，因此 3 个环上字母的组合种类是：

$$36^2\times36=36^3$$

由此可知，4 个环上字母组合的种类是 36^4，5 个环就是 36^5，也就是 60 466 176 种。

由于每对一个组合需要 3 秒钟的时间，对完全部的组合需要的时间是：

$$3\times60\ 466\ 176=181\ 398\ 528 \text{ 秒}$$

转换成小时是 50 000 多个，一个工作日按 8 个小时计算，需要约 6 300 个工作日，约 20 年的时间。

这就是说，10 个工作日内打开保险柜的可能性只有$\frac{1}{630}$，显然打开的概率是很小的。

1.7 有车牌号的自行车

题：以前，自行车也有车牌号，这个号码由六位数字组成。在自行车这个行业，有一件众所周知的事情，“8”是一个倒霉的数字。有个人想买一辆自行车，希望车牌号上的每一位数都不是倒霉的数字“8”。在路上他一直安慰自己，数字是由0～9组成的，碰上8的概率只有十分之一，我不会这么倒霉的。大家想一下，他判断得正确吗？

解： 车牌号一共有999 999个，从000 001～999 999。我们来计算一下，“幸运”的车牌号有多少个。第一位上有9个“幸运”数字，也就是除去8的所有数字。第二位上也有9个“幸运”数字。因此，前两位上“幸运”数字的组合是$9\times9=9^2$个。第三位上的9个“幸运”数字可以和上面的每一种情况进行组合，所以前三位上的“幸运”组合是$9\times9^2=9^3$个。

以此类推，六位数字的“幸运”组合是9^6个。不过，这里面包括了000 000这个空号，应该减去。因此，自行车的“幸运”车牌号有$9^6-1=531\ 440$个，大约占了所有车牌号的53%，而不是买车人希望的90%。

如果车牌号是由七位数字组成的，那么“倒霉”的车牌号要比“幸运”的车牌号还多，请大家自己去计算一下。

1.8 用2累乘会出现什么情况？

2是一个很小的数字，如果用来累乘，就会迅速增大。国际象棋发明人的故事是一个经典，更是一个家喻户晓的例子。现在，我们来看一些大家不