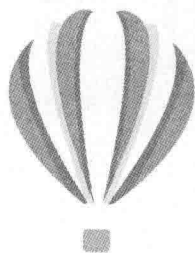


目录

CONTENTS

第一章 集合与常用逻辑用语、不等式	213
考点集训 1 集合	213
考点集训 2 充分条件与必要条件、全称量词与存在量词	214
考点集训 3 不等关系与一元二次不等式	215
考点集训 4 基本不等式	216
第二章 函数与导数	217
考点集训 5 函数的概念、解析式和定义域	217
考点集训 6 函数的单调性与最值	218
考点集训 7 函数的奇偶性与周期性	219
考点集训 8 二次函数与幂函数	220
考点集训 9 指数与指数函数	221
考点集训 10 对数与对数函数	222
考点集训 11 函数的图象及其变换	223
考点集训 12 函数与方程	225
考点集训 13 函数模型及其应用	226
考点集训 14 导数的概念及运算	228
考点集训 15 导数在函数中的简单应用	229
第三章 三角函数、解斜三角形	230
考点集训 16 任意角和弧度制及任意角的三角函数	230
考点集训 17 同角三角函数的基本关系与诱导公式	231
考点集训 18 两角和与差的三角函数及简单的三角恒等变换	232
考点集训 19 三角函数的图象与性质	233
考点集训 20 正弦定理和余弦定理	234
考点集训 21 解斜三角形应用举例	235

第四章 平面向量、复数	236
考点集训 22 平面向量的概念与线性运算	236
考点集训 23 平面向量的基本定理与坐标表示	237
考点集训 24 平面向量的数量积与平面向量应用举例	238
考点集训 25 复数	239
第五章 数列	240
考点集训 26 数列的概念与通项公式	240
考点集训 27 等差、等比数列的概念及基本运算	241
考点集训 28 等差、等比数列的性质及应用	242
考点集训 29 数列求和	243
第六章 立体几何	245
考点集训 30 空间几何体的结构特征及表面积与体积	245
考点集训 31 空间点、线、面之间的位置关系	247
考点集训 32 直线、平面平行的判定与性质	248
考点集训 33 直线、平面垂直的判定与性质	250
考点集训 34 立体几何中的有关计算	252
第七章 解析几何	254
考点集训 35 直线的倾斜角、斜率与直线方程	254
考点集训 36 两条直线的位置关系	255
考点集训 37 圆的方程	256
考点集训 38 直线与圆的位置关系	257
考点集训 39 椭圆	258
考点集训 40 双曲线	259
考点集训 41 抛物线	260
考点集训 42 直线与圆锥曲线的位置关系	261
第八章 计数原理与概率、随机变量及其分布列	262
考点集训 43 分类加法计数原理与分步乘法计数原理、排列与组合	262
考点集训 44 二项式定理	263
考点集训 45 随机事件的概率与古典概型	264
考点集训 46 离散型随机变量及其分布列	266
考点集训 47 n 次独立重复试验及二项分布	267
考点集训 48 离散型随机变量的均值与方差、正态分布	269
第九章 统计与统计案例	271
考点集训 49 抽样方法与用样本估计总体	271
考点集训 50 变量间的相关关系、统计案例	273



第一章 集合与常用逻辑用语、不等式

考点集训1 集合

一、选择题

1. 已知集合 $A = \{0, 1\}$, $B = \{-1, 0, a+3\}$, 若 $A \subseteq B$, 则 $a =$ ()

- A. 1 B. 0
C. -2 D. -3

2. 已知集合 A, B 均为全集 $U = \{1, 2, 3, 4\}$ 的子集, 且 $\complement_U(A \cup B) = \{4\}$, $B = \{1, 2\}$, 则 $A \cap \complement_U B =$ ()

- A. $\{3\}$ B. $\{4\}$
C. $\{3, 4\}$ D. \emptyset

3. 已知集合 $M = \{x | (x-1)^2 < 4, x \in \mathbf{N}\}$, $P = \{-1, 0, 1, 2, 3\}$, 则 $M \cap P =$ ()

- A. $\{0, 1, 2\}$ B. $\{-1, 0, 1, 2\}$
C. $\{-1, 0, 2, 3\}$ D. $\{-1, 1, -2\}$

4. 已知集合 $A = \{(x, y) | x, y \text{ 为实数, 且 } x^2 + y^2 = 1\}$, $B = \{(x, y) | x, y \text{ 为实数, 且 } y = x\}$, 则 $A \cap B$ 的元素个数为 ()

- A. 0 B. 1
C. 2 D. 3

5. 已知集合 $A = \{-1, 0, 1, 2\}$, $B = \{x | x^2 \leq 1\}$, 则 $A \cap B =$ ()

- A. $\{-1, 0, 1\}$ B. $\{0, 1\}$

C. $\{-1, 1\}$ D. $\{0, 1, 2\}$

6. 若集合 $A = \{1, 2, x\}$, $B = \{1, x^2\}$, $A \cup B = A$, 则满足条件的实数 x 的个数有 ()

- A. 1 个 B. 2 个
C. 3 个 D. 4 个

7. 已知集合 $A = \{x | x-1 \geq 0\}$, $B = \{0, 1, 2\}$, 则 $A \cap B =$ ()

- A. $\{0\}$ B. $\{1\}$
C. $\{1, 2\}$ D. $\{0, 1, 2\}$

二、填空题

8. 已知集合 $A = \{1, 3, \sqrt{m}\}$, $B = \{1, m\}$, 若 $A \cup B = A$, 则 $m =$ _____.

9. 设 $A = \{x | x > 1\}$, $B = \{x | x^2 - x - 2 < 0\}$, 则 $(\complement_{\mathbf{R}} A) \cap B =$ _____.

10. 已知集合 $P = \{x | 1 < x < 4\}$, $Q = \{x | 2 < x < 3\}$, 则 $P \cap Q =$ _____.

11. 设全集 $U = \mathbf{R}$, 集合 $A = \{x \in \mathbf{R} | x^2 - 2x - 3 > 0\}$, $B = \{x \in \mathbf{R} | |x-a| > 3\}$, 则 $\complement_U A =$ _____; 若 $(\complement_U A) \cap B = \emptyset$, 则实数 a 的取值范围是 _____.

考点集训 2 充分条件与必要条件、全称量词与存在量词

一、选择题

- 若 p 是 q 的必要条件, s 是 q 的充分条件, 那么下列推理一定正确的是 ()
 - $\neg p \Leftrightarrow \neg s$
 - $p \Leftrightarrow s$
 - $\neg p \Rightarrow \neg s$
 - $\neg s \Rightarrow \neg p$
- “命题 $\exists x \in \mathbf{R}, x^2 + ax - 4a < 0$ 为假命题”是 “ $-16 < a < 0$ ”的 ()
 - 充要条件
 - 必要不充分条件
 - 充分不必要条件
 - 既不充分也不必要条件
- 已知 $p: x \geq k, q: \frac{3}{x+1} < 1$, 如果 p 是 q 的充分不必要条件, 则 k 的取值范围是 ()
 - $[2, +\infty)$
 - $(2, +\infty)$
 - $[1, +\infty)$
 - $(-\infty, -1]$
- 命题“若 $a^2 + b^2 = 0$, 则 $a = b = 0$ ”的否命题是 ()
 - 若 $a^2 + b^2 \neq 0$, 则 $a \neq 0, b \neq 0$
 - 若 $a^2 + b^2 = 0$, 则 $a \neq 0$ 或 $b \neq 0$
 - 若 $a^2 + b^2 = 0$, 则 $a \neq 0, b \neq 0$
 - 若 $a^2 + b^2 \neq 0$, 则 $a \neq 0$ 或 $b \neq 0$
- “ $-\frac{\pi}{2} < \alpha < \frac{\pi}{2}$ ”是“方程 $\frac{x^2}{2} - \frac{y^2}{\cos \alpha} = 1$ 表示双曲线”的 ()
 - 充分不必要条件
 - 必要不充分条件
 - 充要条件
 - 既不充分也不必要条件
- 已知直线 a, b 和平面 α , 若 $a \subset \alpha, b \not\subset \alpha$, 则“ $a \perp b$ ”是“ $b \perp \alpha$ ”的 ()
 - 充分不必要条件
 - 必要不充分条件
 - 充要条件
 - 既不充分也不必要条件
- 已知命题 p : 对任意 $x \in \mathbf{R}$, 总有 $|x| \geq 0$; $q: x = 1$ 是方程 $x + 2 = 0$ 的根. 则下列命题为真命题的是 ()
 - $p \wedge (\neg q)$
 - $(\neg p) \wedge q$
 - $(\neg p) \wedge (\neg q)$
 - $p \wedge q$
- 下列命题中错误的是 ()
 - 若 $p \vee q$ 为假命题, 则 p 与 q 均为假命题
 - 已知向量 $a = (1, m+1), b = (m, 2)$, 则 $a \parallel b$ 是 $m = 1$ 的充分不必要条件
 - 命题“若 $x^2 - 3x + 2 = 0$, 则 $x = 1$ ”的逆否命题是“若 $x \neq 1$, 则 $x^2 - 3x + 2 \neq 0$ ”
 - 命题“ $\forall x \in (0, +\infty), x - \ln x > 0$ ”的否定是“ $\exists x \in (0, +\infty), x - \ln x \leq 0$ ”

二、填空题

- 已知 $p: -4 < x - a < 4, q: (x - 2)(3 - x) > 0$, 若 $\neg p$ 是 $\neg q$ 的充分条件, 则实数 a 的取值范围是 _____.

考点集训 3 不等关系与一元二次不等式

一、选择题

1. 已知 $a=\sqrt{2}+\sqrt{7}$, $b=\sqrt{3}+\sqrt{6}$, 则下列结论正确的是 ()

- A. $a=b$ B. $a>b$
C. $a<b$ D. 不能确定

2. 设 $b<a, d<c$, 则下列不等式中一定成立的是 ()

- A. $a-c>b-d$ B. $ac>bd$
C. $a+c>b+d$ D. $a+d>b+c$

3. 设 $a, b, c \in \mathbf{R}$, 且 $a>b$, 则 ()

- A. $ac>bc$ B. $a^3>b^3$
C. $a^2>b^2$ D. $\frac{1}{a}<\frac{1}{b}$

4. 不等式 $\frac{x-1}{x+2}<0$ 的解集为 ()

- A. $(1, +\infty)$
B. $(-\infty, -2)$
C. $(-2, 1)$
D. $(-\infty, -2) \cup (1, +\infty)$

5. 若关于 x 的不等式 $-\frac{1}{2}x^2+2x>mx$ 的解集为 $(0, 4)$, 则实数 m 的值为 ()

- A. -1 B. 0
C. 1 D. 2

6. 已知实数 x, y 满足 $a^x < a^y$ ($0 < a < 1$), 则下列关系式恒成立的是 ()

- A. $x^3 > y^3$
B. $\sin x > \sin y$
C. $\ln(x^2+1) > \ln(y^2+1)$
D. $\frac{1}{x^2+1} > \frac{1}{y^2+1}$

7. 若不等式 $ax^2+bx+2>0$ 的解集是 $(-\frac{1}{2}, \frac{1}{3})$, 则 $a+b$ 是 ()

- A. 10 B. -10
C. 14 D. -14

二、填空题

8. 若不等式 $mx^2+x+1>0$ 对一切实数 x 都成立, 则实数 m 的取值范围是_____.

9. 若一元二次不等式 $2kx^2+kx-\frac{3}{8}<0$ 对一切实数 x 都成立, 则实数 k 的取值范围是_____.

三、解答题

10. 解关于 x 的不等式 $ax^2-2(a+1)x+4>0$ ($a \in \mathbf{R}$).

第二章 函数与导数

考点集训 5 函数的概念、解析式和定义域

一、选择题

1. 下列函数中与函数 $y=x$ 相同的是 ()

- A. $y=(\sqrt{x})^2$ B. $y=\sqrt[3]{x^3}$
 C. $y=\sqrt{x^2}$ D. $y=\frac{x^2}{x}$

2. 给出下列四个命题:

- ① $f(x)=\sqrt{x-2}+\sqrt{2-x}$ 是函数;
 ② 函数 $y=2x(x \in \mathbf{N})$ 的图象是一条直线;
 ③ 函数 $y=f(x)$ 的图象与直线 $x=1$ 的交点最多有 1 个;
 ④ $A=\mathbf{R}, B=\{\text{正实数}\}, f:A$ 中的数取绝对值, 则 $f:A \rightarrow B$ 是从集合 A 到集合 B 的函数.

其中真命题的个数为 ()

- A. 0 B. 1
 C. 2 D. 3

3. 若点 $A(0,1), B(2,3)$ 在一次函数 $y=ax+b$ 的图象上, 则一次函数的解析式为 ()

- A. $y=-x+1$ B. $y=2x+1$
 C. $y=x+1$ D. $y=2x-1$

4. 已知函数 $f(\frac{1+x}{x})=\frac{x^2+1}{x^2}+\frac{1}{x}$, 则函数 $f(x)=$ ()

- A. $(x+1)^2$ B. $(x-1)^2$
 C. $x^2-x+1(x \neq 1)$ D. x^2+x+1

5. 函数 $f(x)=\sqrt{1-2^x}+\frac{1}{\sqrt{x+3}}$ 的定义域为 ()

- A. $(-3,0]$
 B. $(-3,1]$
 C. $(-\infty,-3) \cup (-3,0]$
 D. $(-\infty,-3) \cup (-3,1]$

6. 已知函数 $y=f(x)$ 满足 $f(x+1)=2f(x)$, 且 $f(5)=3f(3)+4$, 则 $f(4)=$ ()

- A. 16 B. 8
 C. 4 D. 2

7. 已知函数 $f(x)$ 的定义域为 $[0,2]$, 则 $g(x)=\frac{f(2x)}{x-1}$ 的定义域为 ()

- A. $[0,1) \cup (1,2]$ B. $[0,1) \cup (1,4]$
 C. $[0,1)$ D. $(1,4]$

二、填空题

8. 已知函数 $f(x)=ax^3-2x$ 的图象过点 $(-1,4)$, 则 $a=$ _____.

9. 函数 $f(x)=\frac{1}{x+1}+\ln x$ 的定义域是_____.

10. 若 $f(x)=\sqrt{\frac{1}{x}}$ 的定义域为 $M, g(x)=|x|$ 的定义域为 N , 令全集 $U=\mathbf{R}$, 则 $M \cap N$ 等于_____.

考点集训 6 函数的单调性与最值

一、选择题

1. 已知函数 $y = x^2 - 2x$ 的定义域为 $\{0, 1, 2, 3\}$, 那么其值域为 ()
 - A. $\{-1, 0, 3\}$
 - B. $\{0, 1, 2, 3\}$
 - C. $\{y | -1 \leq y \leq 3\}$
 - D. $\{y | 0 \leq y \leq 3\}$
2. 函数 $f(x) = \log_2(3^x + 1)$ 的值域为 ()
 - A. $(0, +\infty)$
 - B. $[0, +\infty)$
 - C. $(1, +\infty)$
 - D. $[1, +\infty)$
3. 对函数 $f(x) = ax^2 + bx + c (a \neq 0)$ 作 $x = h(t)$ 的代换, 则总不改变函数 $f(x)$ 的值域的代换是 ()
 - A. $h(t) = 10^t$
 - B. $h(t) = t^2$
 - C. $h(t) = \sin t$
 - D. $h(t) = \log_2 t$
4. 若函数 $f(x)$ 的值域是 $[\frac{1}{2}, 3]$, 则函数 $F(x) = f(x) + \frac{1}{f(x)}$ 的值域是 ()
 - A. $[\frac{1}{2}, 3]$
 - B. $[2, \frac{10}{3}]$
 - C. $[\frac{5}{2}, \frac{10}{3}]$
 - D. $[3, \frac{10}{3}]$
5. 已知函数 $f(x) = |x - m|$ 在区间 $[1, 2)$ 上为单调函数, 则 m 的取值范围是 ()
 - A. $m \leq 1$ 或 $m \geq 2$
 - B. $1 \leq m < 2$
 - C. $m \geq 2$
 - D. $m \leq 1$
6. 函数 $y = 2x^2 - 3x + 1$ 的递减区间为 ()
 - A. $(1, +\infty)$
 - B. $(-\infty, \frac{3}{4})$
 - C. $(\frac{1}{2}, +\infty)$
 - D. $[\frac{3}{4}, +\infty)$
7. 下列函数 $f(x)$ 中, 满足“对任意 $x_1, x_2 \in (0, +\infty)$, 当 $x_1 < x_2$ 时, 都有 $f(x_1) > f(x_2)$ ”的是 ()
 - A. $f(x) = \frac{1}{x}$
 - B. $f(x) = (x-1)^2$
 - C. $f(x) = e^x$
 - D. $f(x) = \ln(x+1)$
8. 函数 $f(x) = \begin{cases} -x+3a & (x < 0) \\ a^x & (x \geq 0) \end{cases} (a > 0 \text{ 且 } a \neq 1)$ 是 \mathbf{R} 上的减函数, 则 a 的取值范围是 ()
 - A. $(0, 1)$
 - B. $[\frac{1}{3}, 1)$
 - C. $(0, \frac{1}{3}]$
 - D. $(0, \frac{2}{3}]$

二、填空题

9. 已知函数 $f(x) = \begin{cases} x^2 + x, & 0 < x < 2, \\ -2x + 8, & x \geq 2, \end{cases}$ 若 $f(a) = f(a+2)$, 则 $f(\frac{1}{a})$ 的值是_____.
10. 函数 $f(x) = |x^2 - 2a + a|$ 在区间 $[1, 2]$ 上的最大值是 7, 则实数 a 的值为_____.

考点集训7 函数的奇偶性与周期性

一、选择题

1. 若偶函数 $f(x)$ 的定义域为 $[a-3, 2a]$, 则 $a =$ ()
 A. -2 B. -1
 C. 1 D. 2

2. 如果奇函数 $f(x)$ 在区间 $[a, b]$ ($b > a > 0$) 上是增函数, 且最小值为 m , 那么 $f(x)$ 在区间 $[-b, -a]$ 上是 ()

- A. 增函数且最小值为 m
 B. 增函数且最大值为 $-m$
 C. 减函数且最小值为 m
 D. 减函数且最大值为 $-m$

3. 已知定义在 \mathbf{R} 上的函数 $f(x)$ 满足条件:

- ①对任意的 $x \in \mathbf{R}$, 都有 $f(x+4) = f(x)$;
 ②对任意的 $x_1, x_2 \in [0, 2]$, 且 $x_1 < x_2$, 都有 $f(x_1) < f(x_2)$;
 ③函数 $f(x+2)$ 的图象关于 y 轴对称.

则下列结论正确的是 ()

- A. $f(7) < f(6.5) < f(4.5)$
 B. $f(7) < f(4.5) < f(6.5)$
 C. $f(4.5) < f(6.5) < f(7)$
 D. $f(4.5) < f(7) < f(6.5)$

4. 若定义在 \mathbf{R} 的奇函数 $f(x)$ 在 $(-\infty, 0)$ 单调递减, 且 $f(2) = 0$, 则满足 $xf(x-1) \geq 0$ 的 x 的取值范围是 ()

- A. $[-1, 1] \cup [3, +\infty)$ B. $[-3, -1] \cup [0, 1]$
 C. $[-1, 0] \cup [1, +\infty)$ D. $[-1, 0] \cup [1, 3]$

5. (多选) 已知定义在 \mathbf{R} 上的函数 $y = f(x)$ 满足条件 $f(x+2) = -f(x)$, 且函数 $y = f(x-1)$ 为奇函数,

则 ()

- A. 函数 $y = f(x)$ 的周期函数
 B. 函数 $y = f(x)$ 的图象关于点 $(-1, 0)$ 对称
 C. 函数 $y = f(x)$ 为 \mathbf{R} 上的偶函数
 D. 函数 $y = f(x)$ 为 \mathbf{R} 上的单调函数

二、填空题

6. 设 $f(x)$ 是定义在 \mathbf{R} 上的以 3 为周期的奇函数, 若

$$f(1) > 1, f(2) = \frac{2a-3}{a+1}, \text{ 则 } a \text{ 的取值范围是 } \underline{\hspace{2cm}}.$$

7. 已知定义在 \mathbf{R} 上的函数 $f(x)$ 是偶函数, 对任意 $x \in \mathbf{R}$, $f(2+x) = f(2-x)$, 当 $f(-1) = -2$ 时, $f(2015)$ 的值为 .

8. 函数 $f(x) = (x+a)(x-4)$ 为偶函数, 则实数 $a =$.

9. 下列命题中:

- ①若函数 $f(x)$ 的定义域为 \mathbf{R} , 则 $g(x) = f(x) + f(-x)$ 一定是偶函数;
 ②若 $y = f(x)$ 是定义域为 \mathbf{R} 的奇函数, $\forall x \in \mathbf{R}$, 都有 $f(x) + f(2-x) = 0$, 则函数 $y = f(x)$ 的图象关于直线 $x=1$ 对称;
 ③已知 x_1, x_2 是函数 $f(x)$ 的定义域内的两个值, 且 $x_1 < x_2$, 若 $f(x_1) > f(x_2)$, 则 $f(x)$ 是减函数;
 ④若 $f(x)$ 是定义在 \mathbf{R} 上的奇函数, 且 $f(x+2)$ 也为奇函数, 则 $f(x)$ 是以 4 为周期的周期函数.

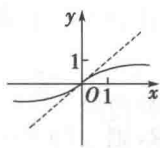
其中真命题的序号是 .

10. 已知函数 $f(x) = \ln(\sqrt{1+x^2} - x) + 1$, $f(a) = 4$, 则 $f(-a) =$.

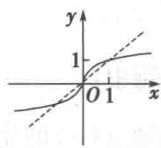
考点集训 8 二次函数与幂函数

一、选择题

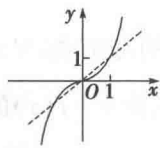
1. 抛物线 $y=x^2+2x-2$ 的顶点坐标是 ()
 A. (2, -2) B. (1, -2)
 C. (1, -3) D. (-1, -3)
2. 将抛物线 $y=2x^2$ 向左平移 1 个单位, 再向上平移 3 个单位得到的抛物线, 其解析式是 ()
 A. $y=2(x+1)^2+3$ B. $y=2(x-1)^2-3$
 C. $y=2(x+1)^2-3$ D. $y=2(x-1)^2+3$
3. 已知函数 $f(x)=x^2-2x+m$, 若 $f(x_1)=f(x_2)$ ($x_1 \neq x_2$), 则 $f(\frac{x_1+x_2}{2})$ 的值为 ()
 A. 1 B. 2
 C. $m-1$ D. m
4. 函数 $y=x^{\frac{1}{3}}$ 的图象是 ()



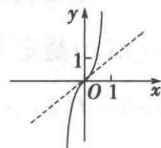
A



B



C



D

5. 设偶函数 $f(x)$ 满足 $f(x)=x^3-8$ ($x \geq 0$), 则 $\{x|f(x-2)>0\} =$ ()
 A. $\{x|x<-2 \text{ 或 } x>4\}$ B. $\{x|x<0 \text{ 或 } x>4\}$
 C. $\{x|x<0 \text{ 或 } x>6\}$ D. $\{x|x<-2 \text{ 或 } x>2\}$

6. 设函数 $f(x) = \begin{cases} 4x - \frac{7}{2}, & x \leq 1, \\ x^2 - 4x + \frac{7}{2}, & x > 1, \end{cases}$ 则函数 $f(x)$ 的

零点个数为 ()

- A. 3 B. 2
 C. 1 D. 0
7. 已知点 $(2, \frac{1}{8})$ 在幂函数 $f(x)=x^n$ 的图象上, 设 $a=f(\frac{\sqrt{3}}{3})$, $b=f(\ln \pi)$, $c=f(\frac{\sqrt{2}}{2})$, 则 a, b, c 的大小关系为 ()
 A. $b < a < c$ B. $a < b < c$
 C. $b < c < a$ D. $a < c < b$

二、填空题

8. 已知 $\alpha \in \{-2, -1, -\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, 1, 2, 3\}$. 若幂函数 $f(x) = x^\alpha$ 为奇函数, 且在 $(0, +\infty)$ 上递减, 则 $\alpha =$ _____.
9. 已知函数 $f(x) = 4x^2 - mx + 5$. 若 $f(x)$ 在区间 $[-2, +\infty)$ 上是增函数, 则 $f(1)$ 的取值范围是 _____.
10. 已知 $a \in \mathbf{R}$, 函数 $f(x) = \begin{cases} x^2 + 2x + a - 2, & x \leq 0, \\ -x^2 + 2x - 2a, & x > 0. \end{cases}$ 若对任意 $x \in [-3, +\infty)$, $f(x) \leq |x|$ 恒成立, 则 a 的取值范围是 _____.

考点集训 9 指数与指数函数

一、选择题

1. 已知函数 $f(x) = 3^x - (\frac{1}{3})^x$, 则 $f(x)$ ()

- A. 是奇函数, 且在 \mathbf{R} 上是增函数
 B. 是偶函数, 且在 \mathbf{R} 上是增函数
 C. 是奇函数, 且在 \mathbf{R} 上是减函数
 D. 是偶函数, 且在 \mathbf{R} 上是减函数

2. 设 $a = (\frac{3}{5})^{\frac{2}{5}}, b = (\frac{2}{5})^{\frac{3}{5}}, c = (\frac{2}{5})^{\frac{2}{5}}$, 则 a, b, c 的大小

关系是 ()

- A. $a > c > b$ B. $a > b > c$
 C. $c > a > b$ D. $b > c > a$

3. 设 $a > 0$, 且 $a \neq 1$, 则“函数 $f(x) = a^x$ 在 \mathbf{R} 上是增函数”是“函数 $g(x) = x^a$ 在 \mathbf{R} 上是增函数”的 ()

- A. 充分不必要条件
 B. 必要不充分条件
 C. 充要条件
 D. 既不充分也不必要条件

4. 计算: $(\sqrt[3]{\sqrt[6]{a^9}})^4 (\sqrt[6]{\sqrt[3]{a^9}})^4 =$ ()

- A. a^{16} B. a^8
 C. a^4 D. a^2

5. 化简: $\sqrt[4]{16x^8y^4} (x < 0, y < 0) =$ ()

- A. $2x^2y$ B. $2xy$
 C. $4x^2y$ D. $-2x^2y$

6. 已知当 $x > 0$ 时, 函数 $f(x) = (3a - 2)^x$ 的值总大于 1, 则实数 a 的取值范围是 ()

- A. $(\frac{2}{3}, 1)$ B. $(-\infty, 1)$
 C. $(1, +\infty)$ D. $(0, \frac{2}{3})$

二、填空题

7. 不等式 $2^{x^2-x} < 4$ 的解集为_____.

8. 若函数 $y = (\frac{1}{2})^{|1-x|} + m$ 的图象与 x 轴有公共点, 则 m 的取值范围是_____.

9. 若存在正数 x 使 $2^x(x-a) < 1$ 成立, 则 a 的取值范围是_____.

10. 若关于 x 的方程 $5^x = \frac{a+3}{5-a}$ 有负根, 则实数 a 的取值范围是_____.

考点集训 11 函数的图象及其变换

一、选择题

1. 函数 $f(x)=2\ln x$ 与函数 $g(x)=x^2-4x+5$ 的图象的交点个数为 ()

A. 3 B. 2

C. 1 D. 0

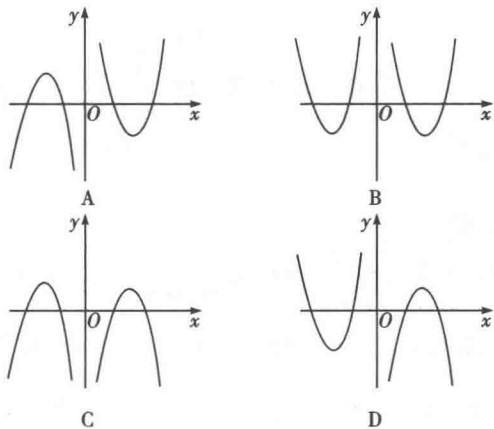
2. 将函数 $f(x)$ 的图象向右平移一个单位长度, 所得图象与曲线 $y=\ln x$ 关于直线 $y=x$ 对称, 则 $f(x)=$

()

A. $\ln(x+1)$ B. $\ln(x-1)$

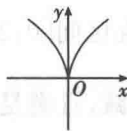
C. e^{x+1} D. e^{x-1}

3. 函数 $f(x)=\log_2|x|$, $g(x)=-x^2+2$, 则 $f(x) \cdot g(x)$ 的图象只可能是 ()

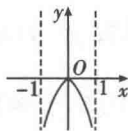


4. 若函数 $f(x)=a^x-a^{-x}$ ($a>0$ 且 $a \neq 1$) 在 \mathbf{R} 上为减函数, 则函数 $y=\log_a(|x|-1)$ 的图象可以是

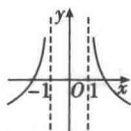
()



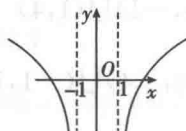
A



B



C



D

5. (多选) 设 $f(x)$ 是 $(-\infty, +\infty)$ 上的奇函数, 且 $f(x+2)=-f(x)$, 则下列选项正确的是 ()

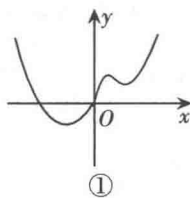
A. $f(4)=0$

B. $f(x)$ 是以 4 为周期的函数

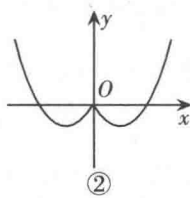
C. $f(x)$ 的图象关于直线 $x=1$ 对称

D. $f(x)$ 的图象关于直线 $x=2$ 对称

6. 已知图①对应的函数为 $y=f(x)$, 则图②对应的函数为 ()



①



②

A. $y=f(|x|)$

B. $y=|f(x)|$

C. $y=f(-|x|)$

D. $y=-f(|x|)$

7. 已知函数 $f(x)$ 是定义在 \mathbf{R} 上的偶函数, 且 $\forall x \in \mathbf{R}$, 都有 $f(x+2)=f(x)$. 当 $0 \leq x \leq 1$ 时, $f(x)=x^2$, 若直线 $y=x+a$ 与函数 $y=f(x)$ 的图象有两个不同的

公共点,则实数 a 的值为 ()

- A. $n(n \in \mathbf{Z})$ B. $2n(n \in \mathbf{Z})$
 C. $2n$ 或 $2n - \frac{1}{4}(n \in \mathbf{Z})$ D. n 或 $n - \frac{1}{4}(n \in \mathbf{Z})$

8. 已知偶函数 $y=f(x)(x \in \mathbf{R})$ 在区间 $[0, 3]$ 上单调递增, 在区间 $[3, +\infty)$ 上单调递减, 且满足 $f(-4) = f(1) = 0$, 则不等式 $x^3 f(x) < 0$ 的解集是 ()

- A. $(-4, -1) \cup (1, 4)$
 B. $(-\infty, -4) \cup (-1, 1) \cup (3, +\infty)$
 C. $(-\infty, -4) \cup (-1, 0) \cup (1, 4)$

D. $(-4, -1) \cup (0, 1) \cup (4, +\infty)$

二、填空题

9. 若曲线 $|y| = 2^x + 1$ 与直线 $y = b$ 没有公共点, 则实数 b 的取值范围为_____.

10. 已知函数 $f(x) = \begin{cases} 2^x + 1, & x \leq 0, \\ \lg x, & x > 0. \end{cases}$ 若关于 x 的方程

$f(x) - a = 0$ 有两个不相同的实数根, 则实数 a 的取值范围是_____.

考点集训 12 函数与方程

一、选择题

1. 方程 $|x| = \cos x$ 在 $(-\infty, +\infty)$ 内 ()

- A. 没有根 B. 有且仅有一个根
C. 有且仅有两个根 D. 有无穷多个根

2. 函数 $f(x) = e^x + x - 2$ 的零点所在的一个区间是 ()

- A. $(-2, -1)$ B. $(-1, 0)$
C. $(0, 1)$ D. $(1, 2)$

3. 函数 $y = \lg x - \frac{9}{x}$ 的零点所在的区间大致是 ()

- A. $(6, 7)$ B. $(7, 8)$
C. $(8, 9)$ D. $(9, 10)$

4. 若函数 $f(x) = \frac{x-1}{x}$, 则方程 $f(4x) = x$ 的根是 ()

- A. $\frac{1}{2}$ B. $-\frac{1}{2}$
C. 2 D. -2

5. 函数 $f(x) = 2x - \sin x$ 的零点个数是 ()

- A. 1 B. 2
C. 3 D. 4

6. 函数 $g(x) = 2x^2 + |x| + m - 1$ 有唯一的零点, 则实数 $m =$ ()

- A. 1 B. -1

C. $\sqrt{2}$ D. $-\sqrt{2}$

7. 若 x_1 是方程 $xe^x = 4$ 的解, x_2 是方程 $x \ln x = 4$ 的解, 则 $x_1 + x_2$ 等于 ()

- A. 4 B. 2
C. e D. 1

8. (多选) 设函数 $f(x) = \begin{cases} |\log_2 x|, & 0 < x \leq 2, \\ \log_{\frac{1}{2}}(x - \frac{3}{2}), & x > 2. \end{cases}$ 若实数

a, b, c 满足 $0 < a < b < c$, 且 $f(a) = f(b) = f(c)$, 则下列结论恒成立的是 ()

- A. $ab = 1$ B. $c - a = \frac{3}{2}$
C. $b^2 - \frac{4}{ac} < 0$ D. $a + c < 2b$

二、填空题

9. 若函数 $f(x) = \begin{cases} \log_2 x, & x > 0, \\ -2^x - a, & x \leq 0 \end{cases}$ 有且只有一个零点,

则实数 a 的取值范围是_____.

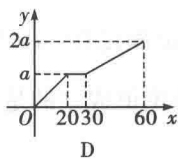
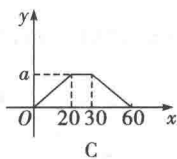
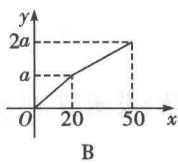
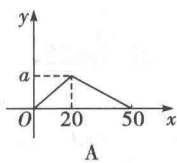
10. 已知函数 $f(x) = \begin{cases} -x^2 + 2x, & x \leq a, \\ x, & x > a. \end{cases}$ 当 $a = 1$ 时, 函

数 $f(x)$ 的值域是_____; 若函数 $f(x)$ 的图象与直线 $y = a$ 至少有一个交点, 则实数 a 的取值范围是_____.

考点集训 13 函数模型及其应用

一、选择题

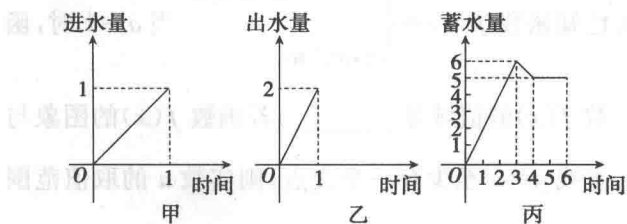
1. 设甲、乙两地的距离为 a ($a > 0$), 小王骑自行车以匀速从甲地到乙地用了 20 分钟, 在乙地休息 10 分钟后, 他又以匀速从乙地返回到甲地用了 30 分钟, 则小王从出发到返回原地所经过的路程 y 和其所用的时间 x 的函数图象为 ()



2. 某电视新产品投放市场后第一个月销售 100 台, 第二个月销售 200 台, 第三个月销售 400 台, 第四个月销售 790 台, 则下列函数模型中能较好地反映销量 y 与投放市场的月数 x 之间关系的是 ()

- A. $y=100x$ B. $y=50x^2-50x+100$
C. $y=50 \times 2^x$ D. $y=100 \log_2 x + 100$

3. 一水池有两个进水口, 一个出水口, 每个水口的进、出水速度如图甲、乙所示. 某天 0 点到 6 点, 该水池的蓄水量如图丙所示.



给出以下 3 个论断: ① 0 点到 3 点只进水不出水; ② 3 点到 4 点只出水不进水; ③ 4 点到 6 点不进水不出水, 则一定正确的是 ()

- A. ① B. ①②
C. ①③ D. ①②③

4. 往外埠投寄平信, 每封信不超过 20 g 付邮费 0.80 元, 超过 20 g 而不超过 40 g 付邮费 1.60 元, 依此类

推, 每增加 20 g 需增加邮费 0.80 元 (信的质量在 100 g 以内). 如果某人所寄一封信的质量为 72.5 g, 则他应付邮费 ()

- A. 3.20 元 B. 2.90 元
C. 2.80 元 D. 2.40 元

5. Logistic 模型是常用数学模型之一, 可应用于流行病学领域. 有学者根据公布数据建立了某地区新冠肺炎累计确诊病例数 $I(t)$ (t 的单位: 天) 的 Logistic 模型: $I(t) = \frac{K}{1+e^{-0.23(t-53)}}$, 其中 K 为最大确诊病例数. 当 $I(t^*) = 0.95K$ 时, 标志着已初步遏制疫情, 则 t^* 约为 ($\ln 19 \approx 3$) ()

- A. 60 B. 63
C. 66 D. 69

6. 基本再生数 R_0 与世代间隔 T 是新冠肺炎的流行病学基本参数. 基本再生数指一个感染者传染的平均人数, 世代间隔指相邻两代间传染所需的平均时间. 在新冠肺炎疫情初始阶段, 可以用指数模型: $I(t) = e^{rt}$ 描述累计感染病例数 $I(t)$ 随时间 t (单位: 天) 的变化规律, 指数增长率 r 与 R_0, T 近似满足 $R_0 = 1 + rT$. 有学者基于已有数据估计出 $R_0 = 3.28, T = 6$. 据此, 在新冠肺炎疫情初始阶段, 累计感染病例数增加 1 倍需要的时间约为 ($\ln 2 \approx 0.69$) ()

- A. 1.2 天 B. 1.8 天
C. 2.5 天 D. 3.5 天

7. 国际上通常用恩格尔系数来衡量一个国家或地区人民生活水平的状况, 它的计算公式为 $n = \frac{x}{y}$ (x : 人均食品支出总额, y : 人均个人消费支出总额), 且 $y = 2x + 475$, 各种类型家庭情况见下表:

家庭类型	贫困	温饱	小康	富裕
n	$n \geq 59\%$	$50\% \leq n < 59\%$	$40\% \leq n < 50\%$	$30\% \leq n < 40\%$

李先生的居住地 2014 年比 2010 年食品价格下降了 7.5%，李先生一家在 2014 年购买食品和 2010 年完全相同的情况下人均少支出 75 元，则该家庭 2014 年属于 ()

- A. 贫困 B. 温饱
C. 小康 D. 富裕

8. 随着社会发展对环保的要求，越来越多的燃油汽车被电动汽车取代，为了了解某品牌的电动汽车的节能情况，对某一辆电动汽车“行车数据”的两次记录如表：

记录时间	累计里程 (单位:公里)	平均耗电量(单位: kW·h/公里)	剩余续航里程 (单位:公里)
2020年1月1日	5 000	0.125	380
2020年1月2日	5 100	0.126	246

(注:累计里程指汽车从出厂开始累计行驶的路程,累计耗电量指汽车出厂开始累计消耗的电量,平均

耗电量 = $\frac{\text{累计耗电量}}{\text{累计里程}}$, 剩余续航里程 =

$\frac{\text{剩余电量}}{\text{平均耗电量}}$)

下面对该车在两次记录时间段内行驶 100 公里的耗电量(单位: kW·h)估计正确的是 ()

- A. 等于 12.5 B. 12.5 到 12.6 之间
C. 等于 12.6 D. 大于 12.6

二、填空题

9. 李明自主创业,在网上经营一家水果店,销售的水果中有草莓、京白梨、西瓜、桃,价格依次为 60 元/盒、65 元/盒、80 元/盒、90 元/盒. 为增加销量,李明对这四种水果进行促销:一次购买水果的总价达到 120 元,顾客就少付 x 元. 每笔订单顾客网上支付成功后,李明会得到支付款的 80%.

①当 $x=10$ 时,顾客一次购买草莓和西瓜各 1 盒,需要支付_____元;

②在促销活动中,为保证李明每笔订单得到的金额均不低于促销前总价的七折,则 x 的最大值为_____.

10. 2019 年 1 月 1 日起我国实施了个人所得税的新政策,其政策的主要内容包括:①个税起征点为 5 000 元;②每月应纳税所得额(含税) = 收入 - 一个税起征点 - 专项附加扣除. 赵先生某月收入 x 元,符合赡养老人与子女教育专项附加扣除,共计 3 000 元. 新的个税政策的税率表部分内容如下:

级数	一级	二级	三级	……
每月应纳税所得额(含税)	不超过 3 000 元的部分	超过 3 000 不超过 12 000 的部分	超过 12 000 元 不超过 25 000 元 的部分	……
税率(%)	3	10	20	……

现赵先生该月应缴纳的个税为 3 020 元,则他的月收入 x 是_____元.