信息科学技术专著丛书

最优化方法在通信系统中的应用

尹斯星 著

APPLICATIONS OF OPTIMIZATION METHODS IN COMMUNICATION SYSTEMS

北京邮电大学出版社
www.buptpress.com

信息科学技术专著丛书

最优化方法在通信系统中的应用

尹斯星　著

北京邮电大学出版社
www.buptpress.com

内 容 简 介

最优化理论是一个重要的数学分支，旨在讨论如何在解决实际问题的众多方案中选取最优方案。在通信系统设计中诸如功率控制、资源分配、传输调度等问题都可以建模成最优化问题并应用相关的理论与技术进行求解。因此，基于最优化理论与技术解决通信系统中的实际问题受到了工业界和学术界的广泛关注，具有很高的研究和应用价值。

全书共分为 3 个部分：第 1 部分主要介绍最优化理论与算法，包括凸优化涉及的相关概念与理论，以及惩罚函数法、动态规划等最优化算法；第 2 部分主要讲解了主流最优化问题求解工具的使用方法；第 3 部分则通过问题描述、数学建模、算法设计等步骤详述了最优化技术在通信系统设计中的应用。

本书可作为工程领域科研工作者的参考书，特别适用于从事通信系统设计研究的高校研究生。

图书在版编目(CIP)数据

最优化方法在通信系统中的应用 / 尹斯星著. -- 北京：北京邮电大学出版社，2020.8
ISBN 978-7-5635-6195-7

Ⅰ. ①最… Ⅱ. ①尹… Ⅲ. ①最优化算法—应用—通信系统—研究 Ⅳ. ①TN914

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2020)第 158691 号

策划编辑：姚 顺 刘纳新 **责任编辑**：刘 颖 **封面设计**：七星博纳

出版发行：北京邮电大学出版社
社 址：北京市海淀区西土城路 10 号
邮政编码：100876
发 行 部：电话：010-62282185 传真：010-62283578
E-mail：publish@bupt.edu.cn
经 销：各地新华书店
印 刷：
开 本：787 mm×1 092 mm 1/16
印 张：17
字 数：440 千字
版 次：2020 年 8 月第 1 版
印 次：2020 年 8 月第 1 次印刷

ISBN 978-7-5635-6195-7 定价：58.00 元

· 如有印装质量问题，请与北京邮电大学出版社发行部联系 ·

此为试读，需要完整PDF请访问：www.ertongbook.com

前　言

最优化是应用数学的一个重要分支，旨在解决经济、工程、军事、管理等领域的决策问题，具有广泛的应用。在最优化问题的数学规划中通常用一组变量来表示实际问题中需进行优化的决策，用一组约束条件来对其进行限制使其符合实际需求，并将所关注的性能指标作为目标，从而通过某种方法（如理论推导、算法设计等）找到能够使目标最佳（通常为最大或最小）的决策变量。

随着近些年智能设备的飞速发展及其计算能力的不断提升，最优化方法在通信系统中，发挥着越来越重要的作用，与线性和非线性规划相关的方法在通信系统中的多个领域得到了广泛的应用。特别是对于无线和移动通信，最优化方法的应用为新协议的设计以及现有业务质量的增强提供便利条件。为通信系统提供高效可靠的业务质量一直被认为是极具挑战性的技术性问题，因为这其中涉及多种因素和限制，通常包括受限的带宽和能量资源、终端用户的移动性、无线信道的动态变化性、系统内干扰、系统公平性、系统传输速率、系统覆盖率等。

最优化方法被认为是处理通信系统中各种实际问题（如资源分配、功率控制等）的有效工具。尽管最优化方法并不局限于凸优化，凸优化仍因其成熟的理论体系在无线通信和信号处理领域的多种问题中广泛应用。在过去十余年间，在国内外大多数涉及无线通信系统算法设计与性能分析的研究工作中，都可以发现凸优化技术的身影。这是因为用于求解凸问题的算法能够被有效应用于通信系统的实际问题，并且凸优化的部分理论有助于加强对通信系统中控制问题的理解和系统性能的分析。

然而，实际应用中的问题在进行数学规划后往往为非凸问题，无法直接套用凸优化中的经典理论，需要对其进行变化（如引入松弛变量）或转换思路（如建模为经典的算法类问题）进行求解，其中可能涉及算法、决策论、运筹学等多个应用数学分析中的理论与技术。此外，已经有不少关于凸优化理论的书籍，如 Stephen Boyd 所著的 *Convex Optimization*。这类关于凸优化理论的书籍往往涉及大量数学定义和推导，对读者的数学基础要求较高，由于并非面向某一特定领域，结合实际应用的例子相对较少，不便于读者理解。此外，与从事科研工作的读者不同，从事工程工作的读者，在了解最优化原理的同时更应该关注相关工具的使用，即能够通过这类工具快速解决实际问题。

因此，作者根据自己在无线通信系统设计领域多年的研究经验，以满足实际应用需要为原则，针对以上问题对本书的内容进行了精心挑选。全书共分为 3 个部分：第 1 部分为最优化方法的相关理论部分，作者仅收纳实际应用中涉及较多的概念与重要结论的推导过程，加强对数学公式实际意义的解释；第 2 部分主要介绍了主流最优化工具及其使用方法，这部分内容主要针对工程类工作需求，即仅对实际问题定义并进行快速求解而无须了解最优化方法的技术细

节；第 3 部分主要基于作者近些年来在无线通信系统设计领域的研究工作，从研究出发点、系统模型、问题规划、求解方法设计几个方面进行详述，以加深读者对最优化方法理论与技术处理实际问题的理解。

本书主要面向通信工程专业从事系统优化设计工作的科研人员和工程师，对于工作在统计学、数据分析、经济学、计算科学等工程领域中借助最优化方法这一工具解决实际问题的科技工作者也具有一定的借鉴意义。在阅读本书之前，读者应掌握高等数学分析和线性代数中的相关基础知识，便于理解本书第 1 部分中的重要推导和结论。如果读者为通信工程专业，或具有一定的相关知识背景，则对于本书第 3 部分中涉及的问题理解起来较为容易。当然，对于不具备相关理论基础的读者，作者希望其能够通过本书第 2 部分掌握主流最优化工具的使用方法并应用到实际问题中。

本书的完成历时数月，这期间收到了来自学生、同行、审稿人的不少建设性意见和建议。由于篇幅有限，无法一一表达谢意，仅列出下述名单来表达作者诚挚的谢意：

韩雅梦、李雨晴、梁雪、田宇光、万里洋。

此外，作者还要特别感谢 Rui Zhang 教授和 F. Richard Yu 教授，两位教授的帮助使作者受益匪浅。Rui Zhang 教授的科研工作为作者提供了很多灵感，并且在最优化问题的求解技巧方面对作者本人的科研工作帮助很大。F. Richard Yu 教授则从科研方法和成果呈现方面给与了作者大力指导，显著拓展了作者的科研思路。

作　者

目　　录

第1部分　最优化理论与算法

此为试读,需要完整PDF请访问: www.ertongbook.com

第3部分　应用案例

第 1 部分　最优化理论与算法

第1章　数学基础

在本节中，我们将介绍本书中使用的符号和一些数学基础知识。我们的符号是标准的，这些符号广泛应用于凸优化的信号处理，其定义如下：

$\mathbb{R}$, $\mathbb{R}^n$, $\mathbb{R}^{m\times n}$	实数集，n 维向量，$m\times n$ 矩阵
$\mathbb{C}$, $\mathbb{C}^n$, $\mathbb{C}^{m\times n}$	复数集，n 维向量，$m\times n$ 矩阵
$\mathbb{R}_+$, $\mathbb{R}^n_+$, $\mathbb{R}^{m\times n}_+$	非负实数集，n 维向量，$m\times n$ 矩阵
$\mathbb{R}_{++}$, $\mathbb{R}^n_{++}$, $\mathbb{R}^{m\times n}_{++}$	正实数集，n 维向量，$m\times n$ 矩阵
$\mathbb{Z}$, $\mathbb{Z}_+$, $\mathbb{Z}_{++}$	整数集，非负整数，正整数
$\boldsymbol{S}^n$, $\boldsymbol{S}^n_+$, $\boldsymbol{S}^n_{++}$	$n\times n$ 实对称矩阵，半正定矩阵，正定矩阵
$\boldsymbol{H}^n$, $\boldsymbol{H}^n_+$, $\boldsymbol{H}^n_{++}$	$n\times n$ Hermitian 矩阵，半正定矩阵，正定矩阵
$\{x_i\}_{i=1}^N$	集合$\{x_1,\cdots,x_N\}$
$\boldsymbol{x}=[x_1,\cdots,x_n]^{\mathrm{T}}$ $=(x_1,\cdots,x_n)$	n 维列向量 $\boldsymbol{X}$
$[\boldsymbol{x}]_i$	向量 $\boldsymbol{x}$ 的第 i 个分量
$[\boldsymbol{x}]_{i:j}$	向量 $\boldsymbol{x}$ 的部分元素$[x]_i$，$[x]_{i+1}$，$\cdots$，$[x]_j$ 组成的列向量
$\mathrm{card}(\boldsymbol{x})$	向量 $\boldsymbol{x}$ 的基数（非零元素的数量）
$\mathrm{Diag}(\boldsymbol{x})$	对角方阵，其第 i 个对角元素为向量 $\boldsymbol{x}$ 的第 i 个元素
$\boldsymbol{X}=\{x_{ij}\}_{M\times N}=\{[\boldsymbol{X}]_{ij}\}_{M\times N}$	$M\times N$ 矩阵 $\boldsymbol{X}$，第 i 行 j 列的元素$[\boldsymbol{X}]_{ij}=x_{ij}$
$\boldsymbol{X}^*$	矩阵 $\boldsymbol{X}$ 的复共轭
$\boldsymbol{X}^{\mathrm{T}}$	矩阵 $\boldsymbol{X}$ 的转置
$\boldsymbol{X}^{\mathrm{H}}=(\boldsymbol{X}^*)^{\mathrm{T}}$	矩阵 $\boldsymbol{X}$ 的 Hermitian（共轭转置）
$\mathrm{Re}\{\cdot\}$	幅角的实部
$\mathrm{Im}\{\cdot\}$	幅角的虚部
$\boldsymbol{X}^\dagger$	矩阵 $\boldsymbol{X}$ 的伪逆
$\mathrm{Tr}(\boldsymbol{X})$	方阵 $\boldsymbol{X}$ 的迹
$\mathrm{vec}(\boldsymbol{X})$	按序排列方阵 $\boldsymbol{X}$ 所有列构成的列向量
$\mathrm{vecdiag}(\boldsymbol{X})$	方阵 $\boldsymbol{X}$ 对角线元素构成的列向量
$\mathrm{DIAG}(\boldsymbol{X}_1,\cdots,\boldsymbol{X}_n)$	矩阵$\boldsymbol{X}_1,\cdots,\boldsymbol{X}_n$在对角线上的分块对角矩阵（不一定是方阵），且$\boldsymbol{X}_1,\cdots,\boldsymbol{X}_n$也可能不是方阵
$\mathrm{rank}(\boldsymbol{X})$	矩阵 $\boldsymbol{X}$ 的秩
$\det(\boldsymbol{X})$	矩阵 $\boldsymbol{X}$ 的行列式
$\lambda_i(\boldsymbol{X})$	实对称（或 Hermitian）矩阵 $\boldsymbol{X}$ 的第 i 个特征值（或指定好的第 i 个主特征值）
$R(\boldsymbol{X})$	矩阵 $\boldsymbol{X}$ 的值域空间

$N(\boldsymbol{X})$	矩阵 $\boldsymbol{X}$ 的零空间
$\dim(V)$	子空间 V 的维数
$\\|\cdot\\|$	范数
$\mathrm{span}[\boldsymbol{v}_1,\cdots,\boldsymbol{v}_n]$	向量 $\boldsymbol{v}_1,\cdots,\boldsymbol{v}_n$ 构成的子空间
$\mathbf{1}_n$	n 维全 1 的列向量
$\mathbf{0}_m$	m 维全零的列向量
$\mathbf{0}_{m\times n}$	$m\times n$ 阶全零矩阵
$\boldsymbol{I}_n$	$n\times n$ 阶单位矩阵
e_i	第 i 项为 1 的特定维数的单位列向量
$\boldsymbol{f}$	从$\mathbb{R}^n\rightarrow\mathbb{R}^m$定义的函数
f	从$\mathbb{R}^n\rightarrow\mathbb{R}$或$\mathbb{R}\rightarrow\mathbb{R}$ 定义的函数
$\mathrm{dom}\ f$	函数 f 的定义域
$\mathrm{epi}\ f$	函数 f 的上境图
$\|C\|$	有限集 C 的大小(即集合 C 中元素的总数)
$\sup C$	集合 C 的最小上界
$\inf C$	集合 C 的最大下界
$\mathrm{int}\ C$	集合 C 的内部
$\mathrm{cl}\ C$	集合 C 的闭包
$\mathrm{bd}\ C$	集合 C 的边界
$\mathrm{relint}\ C$	集合 C 的相对内点
$\mathrm{relbd}\ C$	集合 C 的相对边界
$\mathrm{aff}\ C$	集合 C 的仿射包
$\mathrm{conv}\ C$	集合 C 的凸包
$\mathrm{conic}\ C$	集合 C 的锥包
$\mathrm{affdim}(C)$	集合 C 的仿射维数
K	真锥
K^*	与真锥相关的对偶锥
$\succeq K$	定义在真锥 K 上的广义不等式
$\succeq$	向量比较的分量不等式(即,真锥 $K=\mathbb{R}_+^n$);对称矩阵比较的广义不等式(即,真锥 $K=\boldsymbol{S}_+^n$)
$E\{\cdot\}$	期望算子
$\mathrm{Prob}\{\cdot\}$	概率函数
$N(\mu,\Sigma)$	均值为 μ、协方差矩阵为Σ的实高斯分布
$CN(\mu,\Sigma)$	均值为 μ、协方差矩阵为Σ的复高斯分布
$\Leftrightarrow$	当且仅当
$\Rightarrow$	表明
$\nRightarrow$	不能表明
$\triangleq$	被定义为
$:=$	更新为

$\equiv$	具有相同解但目标函数不同的两个优化问题的等价性
$\log x$	x 的自然对数函数(即,$\ln x$)
$\operatorname{sgn} x$	x 的符号函数
$[x]^+$	x 和 0 比,取最大值
$\lceil x \rceil$	大于或等于 x 的最小整数

注 以上所列的符号贯穿全书。我们想要说明一下,尽管其中一些符号看起来非常相似,但不同的符号代表不同的变量。

1.1 向量范数

在线性代数、泛函分析和数学的相关领域中,范数是一个函数,它为向量空间中的所有向量(零向量除外)分配一个严格正的长度或大小。具有范数的向量空间称为赋范向量空间。一个简单的例子是具有欧几里得范数或 2-范数的二维欧几里得空间"$\mathbb{R}^2$"。这个向量空间中的元素通常用以原点$\mathbf{0}_2$ 开始的二维笛卡尔坐标系中的箭头来表示。欧几里得范数赋予每个向量从原点到向量末端的长度。因此,欧几里得范数通常被称为向量的大小。

给定实数域(或复数域)的子域 F 上的一个向量空间 V,V 中向量的范数是一个函数 $\|\cdot\|:V\to\mathbb{R}_+$,公理如下:对于 F 中的所有 a 以及所有 $\boldsymbol{u}$ 和 $\boldsymbol{v}\in V$,

- $\|a\boldsymbol{v}\|=|a|\cdot\|\boldsymbol{v}\|$(正尺度性)
- $\|\boldsymbol{u}+\boldsymbol{v}\|\leqslant\|\boldsymbol{u}\|+\|\boldsymbol{v}\|$(三角不等式)
- $\|\boldsymbol{v}\|=0$ 当且仅当 $\boldsymbol{v}$ 为零向量时(正定性)

前两个公理(正尺度性和三角形不等式)可得到一个简单结论是$\|\mathbf{0}\|=0$,因此$\|\boldsymbol{v}\|\geqslant 0$(非负性)。

向量 $\boldsymbol{v}$ 的 p-范数记作$\|\boldsymbol{v}\|_p$,定义如下:

$$\|\boldsymbol{v}\|_p=\left(\sum_{i=1}^{n}|v_i|^p\right)^{1/p} \tag{1.1.1}$$

$p\geqslant 1$。当 $0<p<1$ 时,上述公式是 $\boldsymbol{v}$ 的一个很好的定义函数,但是它不是 $\boldsymbol{v}$ 的范数,因为它违背了三角不等式。对于 $p=1$ 和 $p=2$,

$$\|\boldsymbol{v}\|_1=\sum_{i=1}^{n}|v_i| \tag{1.1.2}$$

$$\|\boldsymbol{v}\|_2=\left(\sum_{i=1}^{n}|v_i|^2\right)^{1/2} \tag{1.1.3}$$

当 $p=\infty$时,范数称为极大范数或无穷范数、一致范数或上确界范数,可以表示为

$$\|\boldsymbol{v}\|_\infty=\max\{|v_1|,|v_2|,\cdots,|v_n|\} \tag{1.1.4}$$

注意,1-范数、2-范数(也称为欧几里得范数)和∞-范数被广泛应用于各种科学和工程问题中,而对于 p 的其他值(如 $p=3,4,5,\cdots$),p-范数仍然是理论的,还不能解决实际问题。

注 1.1.1 每个范数都是一个凸函数(将在第 2 章中介绍),因此,寻找一个基于范数的目标函数的全局最优解往往是容易处理的。

1.2 矩阵范数

在数学中,矩阵范数是向量范数概念在矩阵上的自然扩展。接下来将介绍一些本书中有

此为试读,需要完整PDF请访问: www.ertongbook.com