

# 混凝土断裂力学

Fracture Mechanics of Concrete Materials and Structures

白植舟 马如进 区达光 编著



同济大学出版社  
TONGJI UNIVERSITY PRESS

# 前 言

1954年1月10日,英国海外航空公司一架“彗星”I型客机(航班编号781)从意大利罗马起飞前往英国伦敦。该客机在起飞26分钟后,机身于空中解体坠入地中海,机上乘客和机组人员全部遇难。在该型客机停飞两个月之后,英国海外航空公司总裁宣称,经过灾难调查和维护,信誓旦旦保证该机型不会再出现问题。然而,复飞后不久,另一架“彗星”型客机也发生了同样的空中解体事故,在意大利那不勒斯附近海域坠毁。那一年,总共有3架“彗星”型客机先后在空中解体坠毁。

通过对事故的调查发现,“彗星”型客机采用的方形舷窗在多次起降后,在气压等荷载的反复作用下,方形舷窗的直角拐角处会出现应力集中导致的小裂缝并最终发生不稳定扩展,这是引发灾难事故的根源。后来,客机舷窗均改为圆形或大圆角设计,避免机身结构受力出现应力集中的现象,防止裂缝形成和失稳扩展产生灾难性断裂破坏。

该灾难事件的调查和随后的研究促进了断裂力学学科的正式诞生和快速发展。1957年,美国科学家欧文(Irwin)提出“应力强度因子”概念,从此线弹性断裂力学的理论基础正式建立起来,断裂力学这门学科得以诞生。自断裂力学诞生并用于结构设计后,源于裂缝引发的灾难事故大大减少。因此,断裂力学是破解结构低应力破坏的金钥匙。

关于线弹性断裂理论的研究最早可以追溯到20世纪初(Ingles, 1913; Griffith, 1921),线弹性和弹塑性断裂力学先后成功应用于脆性材料(如玻璃)和延性材料(如金属)。混凝土是一种介于脆性和延性之间的准脆性材料,同时也是一种典型的多相复合材料,线弹性和弹塑性断裂力学不能完全适用于混凝土断裂行为和规律的分析,而需要采用非线性断裂力学方法确定其断裂扩展机理和规律,并建立其独有的断裂准则。

1961年,Kaplan首次进行了混凝土断裂韧度的试验研究。20世纪70年代中期,混凝土断裂力学取得较大进展。随后,科学研究人员持续进行了大量的研究,使得混凝土断裂力学在梁柱结构、大坝结构中的应用也普遍起来。

混凝土断裂力学的研究在我国始于20世纪70年代末,源于湖南柘溪混凝土大头坝



现代客机舷窗

出现的严重断裂事故。为了给大坝安全评估和修复提供科学依据,国内学术界开始了混凝土断裂力学的研究,相关学者陆续发表了颇具影响的几篇论文(章全,1979;潘家铮,1980;于晓中,1980;徐世烺,1984)。

现有的混凝土断裂力学理论还不能算是一个完善的理论,相关研究依然在持续进行,并且正逐渐向细观、微观、纳观等精细化方向发展,从而使断裂力学有可能在根本理论上得到统一。本书介绍了混凝土断裂力学现有理论和模型,在此基础上对断裂现象的试验和数值进行了研究,主要介绍的是宏观的断裂理论和方法,并对微细观机理作了简要探讨。本书既可以作为高等教育研究生教材,也可作为该学科研究的入门资料。书中同时包括了作者关于混凝土断裂力学的部分研究成果,即考虑循环加载时混凝土结构断裂分析的旋转弥散裂缝法的介绍。

书中若有错误之处,可发送至邮箱 [zzbai@tongji.edu.cn](mailto:zzbai@tongji.edu.cn),敬请读者指正。

编者

2019年11月

# 目 录

## 前言

第 1 章 绪论	1
1.1 混凝土作为一种材料	1
1.2 混凝土的基本特点	2
1.2.1 多相性和非匀质性	2
1.2.2 多孔性	3
1.2.3 时变性	3
1.3 混凝土的断裂和传统强度破坏理论	4
1.4 研究意义	5
1.5 本书主要内容	7
第 2 章 线弹性和弹塑性断裂力学简介	8
2.1 线弹性断裂力学	8
2.1.1 能量释放率	9
2.1.2 应力强度因子	12
2.1.3 能量释放率 $G$ 和应力强度因子 $K$ 的关系	16
2.1.4 $K$ 控制区	17
2.2 弹塑性断裂力学	19
2.2.1 Orowan 对 Griffith 理论的改进	19
2.2.2 裂缝尖端的塑性区	20
2.2.3 裂缝尖端张开位移破坏准则	25
2.2.4 $J$ 积分破坏准则	26
2.2.5 裂缝扩展阻力曲线( $R$ 曲线)的概念	29
2.3 混凝土断裂力学早期研究	30
第 3 章 混凝土的微观结构和拉伸行为	33
3.1 混凝土的微观结构	33
3.1.1 骨料的微观结构	34

3.1.2	水化水泥浆体的微观结构 .....	35
3.1.3	混凝土中的界面过渡区 .....	41
3.2	混凝土断裂过程的试验观察方法 .....	41
3.2.1	激光散斑法 .....	41
3.2.2	光弹贴片法 .....	42
3.2.3	扫描电子显微镜 .....	43
3.2.4	云纹干涉法 .....	43
3.2.5	声发射技术 .....	43
3.3	拉伸行为的应变局域化效应 .....	44
3.4	断裂过程区 .....	45
3.5	混凝土断裂试验的标准试件 .....	46
3.6	常用软化函数 .....	48
3.6.1	基于拉伸后峰应力-位移的软化函数 .....	49
3.6.2	基于拉伸后峰应力-应变的软化函数 .....	51
<b>第4章</b>	<b>权函数法 .....</b>	<b>53</b>
4.1	概述 .....	53
4.2	权函数的定义 .....	53
4.3	一些已知的权函数 .....	54
4.4	有限宽板的边缘裂缝通用权函数 .....	56
4.4.1	四项式通用权函数 .....	58
4.4.2	五项式通用权函数 .....	59
<b>第5章</b>	<b>经典等效弹性断裂模型 .....</b>	<b>61</b>
5.1	概述 .....	61
5.2	两参数断裂模型(TPFM) .....	62
5.2.1	断裂参数的确定方法 .....	64
5.2.2	应用示例 .....	65
5.3	尺寸效应模型(SEM) .....	66
5.3.1	尺寸效应式 .....	67
5.3.2	与两参数模型断裂参数之间的转换关系 .....	69
5.4	等效裂缝模型(ECM) .....	71
5.4.1	断裂参数的确定方法 .....	71
5.4.2	等效裂缝模型的尺寸效应预测 .....	76
<b>第6章</b>	<b>双K断裂模型 .....</b>	<b>78</b>
6.1	概述 .....	78

6.2	基本概念	78
6.3	线性渐近叠加原理	80
6.4	等效裂缝长度的求解	82
6.4.1	LEFM 解析法	82
6.4.2	简化法	83
6.5	双 $K$ 断裂参数的直接测试方法	83
6.5.1	起裂荷载 $P_{\text{ini}}$ 和起裂韧度 $K_{\text{IC}}^{\text{ini}}$ 的确定	84
6.5.2	失稳断裂韧度 $K_{\text{IC}}^{\text{un}}$ 的确定	85
6.6	双 $K$ 断裂参数的曲线法	85
6.7	总应力强度因子 $K$ 的叠加法及黏聚韧度 $K_{\text{IC}}^{\text{C}}$ 的确定	85
6.7.1	计算 $K_{\text{IC}}^{\text{C}}$ 的解析方法	86
6.7.2	计算 $K_{\text{IC}}^{\text{C}}$ 的简化方法	87
6.7.3	计算 $K_{\text{IC}}^{\text{C}}$ 的权函数法	88
6.7.4	应用 $K_{\text{IC}}^{\text{C}}$ 确定双 $K$ 断裂参数	89
6.8	解析法、简化法和权函数法的对比	90
6.8.1	材料特性	90
6.8.2	确定 DKFM 的方法对比	91
6.8.3	试件几何形状的影响	93
6.8.4	软化函数的影响	94
<b>第 7 章</b>	<b>不同等效弹性断裂模型对比</b>	<b>96</b>
7.1	概述	96
7.2	数值算例	97
7.3	不同断裂模型的尺寸效应分析	100
7.3.1	临界应力强度因子的尺寸效应	100
7.3.2	试件尺寸对 $CTOD_{\text{cs}}$ 和 $CTOD_{\text{c}}$ 的影响	101
7.3.3	尺寸效应模型中 $c_{\text{f}}$ 和 TPFM 中 $a_{\text{cs}\infty}$ 之间的关系	101
7.4	小结	102
<b>第 8 章</b>	<b>基于黏聚应力分布的裂缝扩展 <math>K_{\text{R}}</math> 阻力曲线</b>	<b>103</b>
8.1	概述	103
8.2	求解 $K_{\text{R}}$ 曲线的解析法	105
8.3	求解 $K_{\text{R}}$ 曲线的权函数法	107
8.3.1	黏聚韧度的闭合表达式推导	107
8.3.2	四个阶段的计算公式	109
8.4	$K_{\text{R}}$ 阻力曲线计算和试验验证	110

8.4.1	试验结果	110
8.4.2	裂缝扩展 $K_R$ 阻力曲线	111
8.4.3	样本尺寸对 $K_R$ 曲线的影响	113
8.4.4	$P$ - $CTOD$ 曲线	114
8.4.5	$CTOD$ 与 $\Delta a$ 之间的关系	114
8.4.6	小结	115
8.5	$K_R$ 阻力曲线的数值研究	115
8.5.1	材料特性和数值计算	115
8.5.2	$K_R$ 曲线和稳定准则	117
8.5.3	试件几何形状对 $K_R$ 曲线的影响和尺寸效应	120
8.5.4	试件几何形状对 $CTOD$ 曲线的影响和尺寸效应	120
8.5.5	试件几何形状对断裂过程区长度的影响和尺寸效应	120
8.6	小结	121
<b>第9章 基于有限元的混凝土断裂模型</b>		123
9.1	概述	123
9.2	黏聚裂缝模型	123
9.2.1	CCM(FCM)的材料特性	123
9.2.2	基本假设	124
9.2.3	有限元离散	125
9.2.4	TPBT 试件分析示例	127
9.2.5	考虑网格重划分的离散裂缝法	128
9.3	裂缝带模型	129
9.4	循环加载下的旋转弥散裂缝模型	131
9.4.1	概述	131
9.4.2	混凝土平面单元	132
9.4.3	钢筋单元	136
9.4.4	钢筋局部黏结滑移效应的接触单元	137
9.4.5	非线性有限元分析流程	138
9.4.6	数值模拟示例	138
9.4.7	小结	147
<b>参考文献</b>		148
<b>鸣谢</b>		164

# 第 1 章 绪 论

## 1.1 混凝土作为一种材料

自 19 世纪中叶以来,混凝土以其优越的性能已成为当今世界上最大宗的建筑材料之一,其应用涵盖了整个土木工程领域(图 1.1)。目前,广泛使用混凝土结构的工程领域有:建筑工程各类民用和公共建筑、单层和多层工业厂房,以及高层建筑;桥梁和交通工程上部结构、墩台、承台、桩基础和公路路面;水利工程的大坝、水电站、港口码头、海洋平台、蓄水池和输水管;地下工程中的隧道、地铁设施;某些特殊结构,例如电视塔、风塔、机场跑道、核反应堆的压力容器等。



(a) 中国港珠澳大桥



(b) 土耳其的 Ilisu 大坝



(c) 日本东京的晴空塔



(d) 英国伦敦奥林匹克体育馆

图 1.1 混凝土在土木工程领域的广泛应用

正因为如此,许多高校和研究机构以及土木建筑类和材料类专业的学生都热情地投身到混凝土的研究之中。然而,混凝土看似简单,实则复杂。事实上,由于混凝土本质上并非是一种匀质材料,其组成和微观结构十分复杂,在许多问题上很难将其纳入一般材料科学的范畴去解决。

混凝土是以水泥为胶凝材料,与水、砂(细骨料)、石(粗骨料)按适当比例配合,并掺入一定量的化学外加剂和矿物掺合料,养护硬化而成的人造石材。当今世界混凝土生产中主要的水泥形式为硅酸盐水泥(即波特兰水泥,Portland Cement)。1824年,英国发明家约瑟夫·阿斯普丁(Joseph Aspdin)发明了波特兰水泥。波特兰水泥以石灰石和黏土为原料,按一定比例配合后,在类似于烧石灰的立窑内煅烧成熟料,再经磨细制成水泥。波特兰水泥制备的混凝土具有优良的性能,使得约瑟夫·阿斯普丁一举成为流芳百世的发明人。以波特兰水泥为基础生产的现代混凝土之所以能成为应用最广泛的工程材料,至少有下列一些主要原因。

首先,混凝土具有很好的抗水性。与木材和普通钢材不同,混凝土能很长时间经受水的作用而不会产生劣化,是一种建造控水、蓄水和输水结构物的理想材料。现在,素混凝土在大坝、渠道衬砌和路面的应用随处可见。

其次,新拌混凝土具有良好的流动性,能使材料流入预先制好的模板中,若干小时后,当混凝土凝结硬化成为坚硬的物质时,模板即可拆除并留待重新使用。混凝土这种良好的工作性,可浇筑制备出各式各样大小不同的混凝土结构构件。因此,几乎可以随心所欲地通过结构设计和模板定形,制备出形态各异的混凝土结构物及构件。混凝土的可塑性极强。

同其他材料相比,混凝土价格较低,容易就地取材,结构建成后的维护费用也较低,具有经济性。制备混凝土的主要成分骨料、水和硅酸盐水泥都相对便宜,并且在世界上大部分地区都能获得。同时,混凝土维护比钢材容易,混凝土不会发生锈蚀,具有更好的耐久性,不需要进行表面处理,并且通常强度还会随龄期增长而提高。而钢结构在近海环境中容易受到严重的腐蚀,需要高成本的表面处理和其他保护措施,使得维护和维修费用相当高。

抗火性突出也是混凝土相较于钢材的另一个优点。混凝土一般而言可有1~2小时的防火时效,不会像钢结构建筑那样在高温下很快软化造成坍塌,比起钢铁来说,混凝土抗火性能好。由于钢筋或钢丝束需要足够的混凝土保护层以满足结构构造要求,因此,混凝土结构同时还具有一定的抗火保护作用,使内部配筋免遭高温破坏。

## 1.2 混凝土的基本特点

### 1.2.1 多相性和非匀质性

混凝土是一种典型的复合材料,由水泥、细骨料、粗骨料、水及其掺和物拌和经过水化反应凝固而成。在细观尺度上,混凝土可以被认为是二相复合材料,即可分解为基相和分

散相(或称为增强相)。对于水泥浆、砂浆和混凝土,基相分别为水化水泥、水泥浆和砂浆,而相应的分散相分别为未水化水泥、细骨料和粗骨料。需要指出的是,如第3章3.1节所述,实际上通常将砂浆和骨料的交界面作为一个相,从而将混凝土视为三相结构。

混凝土的这种多相性造就了混凝土的非匀质性。另外,施工因素也会加剧混凝土的非匀质性。例如,浇筑和振捣过程中,比重和颗粒较大的骨料易沉入构件的底部,而比重较小的骨料、水泥砂浆和气泡易上升到构件的顶部;由于模板边界效应的影响,靠近构件模板的混凝土表层其水泥砂浆和气孔含量通常比内部多。

混凝土材料非匀质性的严重程度,首先取决于原材料的组成,同时还会受到制作过程中施工操作和管理的影响,这种非匀质性的直接结果将会影响混凝土材料性能的离散程度。

### 1.2.2 多孔性

混凝土另外一个重要的特征是其内部存在大量的内部孔隙(Shah, 1995),这些孔隙的尺寸可以覆盖纳米级到毫米级范围。孔隙可包括水泥中的毛细孔和气孔、基相-集料界面处(即界面过渡区)的缝隙,以及收缩引起的微裂缝。孔隙尖端附近因收缩、温度变化或应力作用都会形成局部应力集中区,其应力分布复杂。

孔隙在某种意义上对材料而言是一种缺陷,而这些缺陷的存在对混凝土断裂行为扮演着重要的角色,它们对混凝土的力学特性有重要的影响。这些缺陷引发混凝土宏观裂缝的尖端产生微裂缝区,称为亚临界裂缝,导致混凝土材料裂缝扩展产生准脆性(渐进性)效应。在出现宏观裂缝之前,众多亚临界裂缝首先会不断独立发展,直到最终相互贯通表现为宏观裂缝。混凝土裂缝尖端亚临界裂缝的发展区域通常被称为断裂过程区(Fracture Process Zone, FPZ)、损伤过程区或渐进性裂缝发展区,这是混凝土这种复杂复合材料断裂的一个独特现象。

这些都说明,混凝土微观上必然是一个非常复杂的、随机分布的三维应力(应变)状态,对混凝土的宏观力学性能,如开裂、裂缝开展、变形、极限强度和破坏形态,都有重大影响。

混凝土材料内部孔隙和缺陷分布也具有随机性。然而,若能确切地找到混凝土材料内部原始裂缝或缺陷的分布函数,或许可借由统计性描述混凝土破坏过程向定量描述混凝土破坏过程前进一大步,使描述混凝土的破坏过程和机理能够数学化。

### 1.2.3 时变性

混凝土拌和后,水泥浆经过一系列水化反应后发生硬化。这种水化反应在初期进展很快,数小时之后混凝土便能初凝成型,之后水化反应逐渐变慢,甚至数十年之后,混凝土内部依然在进行着这种缓慢的水化反应。因而混凝土性能将随着时间的推移而发生变化,存在时变性。通常混凝土强度和弹性模量会随着时间的推移逐渐增大。

环境温度和湿度的变化也将在混凝土内部形成变化的、不均匀的温度场和湿度场,影响水泥水化作用的速度,产生相应的应力场和变形场,促使内部微裂缝发展,甚至形成表面宏观裂缝。而环境介质中的二氧化碳气体与水泥的化学成分作用,在混凝土表面附近

形成碳化层,且逐渐增厚,将降低混凝土的孔隙率,对混凝土强度也有提升作用。

混凝土材料还存在与时间相关的徐变收缩特性。徐变,即混凝土结构在不变荷载的作用下,变形随着时间增加的一种蠕变性。徐变的产生与混凝土内部微小的毛细孔水在应力作用下的流失有内在关联。

混凝土的上述材料特点,即多相性、多孔性、时变性决定了其力学性能的复杂、多变和离散,还由于混凝土原材料的性质和组成的差别很大,从微观的定量分析出发,通过理论和试验研究解决混凝土的诸多性能问题,目前还缺乏令人满意的完整和完善的理论。

### 1.3 混凝土的断裂和传统强度破坏理论

混凝土作为一种材料,在空间各种简单或复杂应力作用下,存在宏观表象上不同的破坏现象,有拉裂破坏、压溃破坏、剪切破坏等不同表现形式。

传统的强度破坏理论包括:

(1) 最大拉应力强度准则。按照这个强度准则,混凝土材料中任一点的主拉力达到单轴抗拉强度时,材料即达到破坏。

(2) 莫尔-库仑强度准则。按照这个强度准则,当某一截面上的剪切应力达到剪切强度极限值时,混凝土材料即达到破坏,但剪切强度与面上的正应力有关。

(3) Tresca 强度准则。Tresca 提出,当混凝土材料中一点应力达到最大剪应力的临界值  $K$  时,混凝土材料即达到极限强度,如式(1.1)所示。

$$\max \left[ \frac{1}{2}(\sigma_1 - \sigma_2), \frac{1}{2}(\sigma_1 - \sigma_3), \frac{1}{2}(\sigma_2 - \sigma_3) \right] = K \quad (1.1)$$

(4) Von Mises 强度准则。按照这个强度准则,当混凝土材料中一点应力达到最大剪应力的临界值  $K$  时,混凝土材料即达到极限强度,如式(1.2)所示。

$$\sqrt{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2} = K \quad (1.2)$$

除此之外,还有 Ottosen 强度准则、Reimann 强度准则、Hsich-Ting-Chen 四参数强度准则等。

上述传统的强度准则都是以均质连续介质假定为基础的,工程实践和试验表明,在构件没有宏观裂缝的情况下,这些传统的强度准则在一定程度上具有可行性。但是一旦结构出现宏观裂缝,裂缝将如何扩展,对于这一类问题,传统的强度理论是无能为力的。

另外,更深入的研究表明,混凝土不同破坏现象的深层原因均是由于混凝土内部先天存在的大小不同的微裂缝引起,这些内部众多的微裂缝在荷载作用过程中不断扩展汇合,是混凝土宏观断裂和解体破坏的深层机理。显然,传统强度理论无法考虑这种先天的微裂缝带来的影响。实际上,正如本书第2章线弹性断裂力学中所述,这些先天裂缝在一定程度上将产生强度的尺寸效应。

与均质连续介质不同的是,混凝土的破坏往往可以表现为三个不同的阶段:第一阶段通常为砂浆和骨料结合面的破坏,此时结合面开始出现较为严重的微裂缝扩展现象,众多的微裂缝开始稳定、缓慢地发展。在此之前,可以认为混凝土具有弹性性质。第二阶段往往是砂浆的破坏,此时由于结合面上的裂缝开始扩展汇合进入砂浆,使得硬化水泥浆内部裂缝开始稳定、缓慢地发展。在这个阶段,荷载和变形出现非线性关系。第三阶段,也就是裂缝扩展的最后一个阶段,此时,内部的裂缝迅速汇合失稳扩展,使得材料完全不能再承受更大的荷载,此时最终所能承受的最大应力即是传统上所称的混凝土极限强度。

由于传统的强度理论只能在构件未出现宏观裂缝,且基本满足均质连续介质的范围内应用。因此,当构件内存在先天的微裂缝以及出现宏观裂缝时就要用相应的新理论来处理,而这正是断裂力学所要研究的内容之一。

## 1.4 研究意义

断裂力学以固体为基本研究对象,处理裂缝尖端的材料行为、状态以及裂缝的扩展机理、规律和模拟方法。与传统强度理论不同的是,在最早的线弹性断裂力学研究中发现,对于线弹性材料,裂缝尖端存在应力奇异性问题,而这种问题靠传统强度理论已经很难解释和描述。因此,Irwin(1957)提出了另外一种用于断裂准则的“应力强度因子”的概念,从此“线弹性断裂力学”学科正式诞生。在此之前,Griffith(1921)提出的“能量释放率”的概念也解释了玻璃类材料强度随着构件增大而减小的现象。后面的研究证实,“应力强度因子”与“能量释放率”实际上存在一种等效转换关系。

“线弹性断裂力学”和“弹塑性断裂力学”在过去 70 多年中已经取得了较完善的发展,并且较成功地应用于脆性材料(如玻璃)和延性金属结构。然而,有一种土木工程材料,即混凝土,如上所述,具有特殊的材料属性,需要采用有所区别的可称之为“非线性断裂力学”的方法。

在混凝土工程领域中,经常发生于断裂及其失稳扩展造成的灾难性破坏。如地震引起的地质结构和工程结构的垮塌,冲击动力荷载引起的桥梁结构的破坏。这些事故对人类的财产和生命安全造成了重大损失。因此,混凝土断裂力学的研究具有重要的理论意义和应用前景。

1960—1970 年期间,一些试验和数值研究表明,“线弹性断裂力学”的经典公式不能应用于一般尺寸的混凝土构件。“线弹性断裂力学”不适用的原因,是由于混凝土裂缝尖端存在较大及变化尺寸的断裂过程区。“弹塑性断裂力学”也不适用的原因,则是由于混凝土并非一种理想延性材料。实际上,混凝土表现出一种介于脆性和延性之间的应力软化行为(图 1.2)。如果考虑混凝土材料的软化行为,研究发现,已有的“线弹性断裂力学”和“弹塑性断裂力学”理论经过一定的扩展或改进后,依然可以作为分析混凝土中裂缝局部弥散式发展的有力工具。

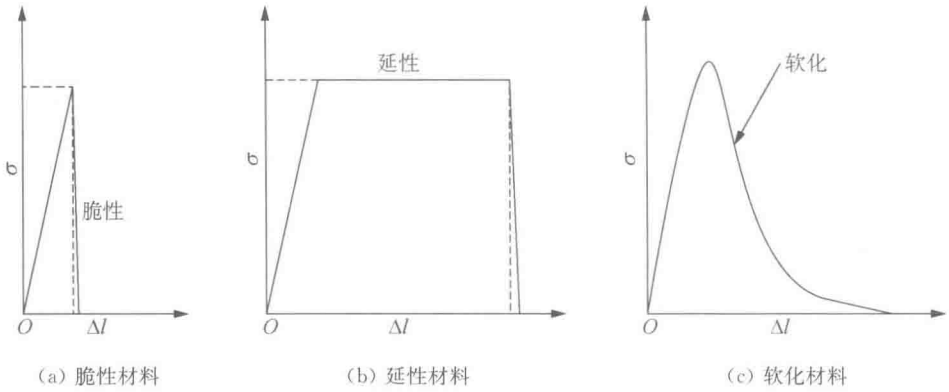


图 1.2 拉伸作用下不同类型材料的应力-位移关系

虽然并未采用断裂力学相关概念,混凝土结构已经按照行业规范成功设计和建造,所以似乎没有必要改变目前的设计原则,然而,现行设计规范中缺乏对混凝土裂缝发展和生长的完善准则。由于混凝土存在材料软化行为,断裂塑性铰并不出现在整体区域,而表现出局域化;其他宏观强度破坏理论暂时还无法得到后峰下降段的响应信息,不能获取完整的荷载-挠度曲线和能量吸收情况,而断裂力学理论可以有效地解决这一问题。

另外,混凝土结构表现出尺寸效应源于多种原因,包括边界层或墙面效应、裂缝表面的断裂属性等(Bazant 和 Planas, 1998)。其中有一种最重要的尺寸效应是由于将结构主体积累的应变能释放到断裂表面能中,这种尺寸效应与结构中存在的最大尺度缺陷息息相关(即断裂力学的尺寸效应)。这种尺寸效应可以很容易地使用断裂力学原理进行解释和建模。除以上所述外,通过断裂力学概念还能定量得到材料的脆性指标,该参数可用于衡量混凝土的延性,从而在结构设计中可以实现更统一的安全系数。

因此,探索将断裂力学概念引入设计实践的可能性,已在世界各地的研究人员和专业人士中间出现并形成了一致的共识。有充分的理由相信,混凝土结构设计的新变革有可能源于断裂力学参数的引入。

对于断裂力学概念在混凝土结构设计中的实际工程应用,专业人士总是希望在结构分析时进行某种程度的简化。通常而言,基于数值方法的非线性断裂模型在机器计算中涉及相对较多,但比较费时。基于修正线弹性断裂力学的断裂模型的计算效率相对较高,但精度偏低。不过,基于断裂过程带黏聚应力分布的双  $K$  断裂模型和  $K_R$  曲线法,在试验中不需要闭环测试系统(即循环加卸载系统),就能够预测更多的断裂参数。准确地说,它们可以预测裂缝发展过程的重要阶段,如裂缝的萌生、稳定扩展和不稳定断裂。此外,通过使用  $K_R$  曲线方法,可以分析完整的断裂过程。然而,断裂模型的计算方法,尤其是双  $K$  断裂模型和  $K_R$  曲线法,由于在积分边界处存在奇异性问题,需要特殊的数值处理技术。为了避免这种情况, Xu 和 Reinhardt(2000)提出了一种简化的方法,即使用两个经验关系式来确定双  $K$  断裂参数。根据 Xu 和 Reinhardt(1999a, b)试验研究的结果来看,双  $K$  断裂参数几乎与试件尺寸无关,从某种意义上可以说是材料的一种固有属性。

导致现有断裂参数不能广泛应用于设计实践中的主要原因之一可能是混凝土断裂参数受

众多因素的影响,包括混凝土的软化函数、混凝土强度、试件尺寸、试件形状、几何因素(例如切口长度的相对尺寸)以及加载条件。因此,混凝土断裂力学依然亟待更统一完善的理论。

## 1.5 本书主要内容

大约在 20 世纪 70 年代末期,混凝土材料包含拉伸软化的本构模型在试验中获得并得到了实际应用。紧接着,Hillerborg(1976)利用非线性断裂力学,提出了一种开创性的方法,发展出了基于黏聚裂缝模型的虚拟裂缝法(Dugdale, 1960; Barenblatt, 1962),一种基于有限元的数值模拟方法,并首先应用于素混凝土梁的裂缝扩展研究。此后,大量混凝土断裂模型被提出并用于预测混凝土材料的非线性断裂行为。

其他非线性模型还包括断裂带模型(Bazant 和 Oh, 1983),两参数断裂模型(Jenq 和 Shah, 1985),尺寸效应模型(Bazant, 1984; Bazant 等, 1986),等效裂缝模型(Nallathambi 和 Karihaloo, 1986),基于黏聚力的  $K_R$  曲线法(Xu 和 Reinhardt, 1998, 1999a),双  $K$  断裂模型(Xu 和 Reinhardt, 1999a)和双  $G$  断裂模型(Xu 和 Zhang, 2008)等。概括而言,黏聚裂缝模型和断裂带模型用于有限元和边界元技术等数值模拟方法,而其他模型则是线弹性断裂力学概念基础上的修正形式。

本书主要介绍了使用上述各种断裂模型对混凝土类材料的裂缝萌生及裂缝扩展在宏观尺度上的研究方法和结果,共包括 9 个章节。

第 1 章对混凝土断裂力学进行概述,介绍本书的主要内容。

第 2 章对线弹性和弹塑性断裂力学进行扼要介绍,阐述了线弹性断裂力学对材料强度尺寸效应机理解释,对采用线弹性断裂力学对混凝土断裂的早期研究进行了综述。

第 3 章介绍了混凝土的微观结构以及混凝土的拉伸断裂行为,并介绍了几种主要的软化函数。

第 4 章介绍了一种可用于计算外荷载产生的应力强度因子的高效方法,即权函数法,其可避免使用繁琐的有限元模型。该方法在双  $K$  断裂模型和  $K_R$  曲线法中有所应用。

第 5 章介绍了几种经典的混凝土等效弹性断裂模型,即将混凝土非线性断裂属性,经过某种等效之后,采用线弹性断裂力学(LEFM)的方法描述断裂特性,包括两参数断裂模型(TPFM)、尺寸效应模型(SEM)和等效裂缝模型(ECM)。

第 6 章介绍了双  $K$  断裂模型(DKFM)。相较于第 5 章介绍的等效弹性模型,这种模型的优点是可以描述混凝土断裂的起裂、裂缝缓慢稳定扩展和失稳扩展三个不同阶段。此外还介绍了确定双  $K$  断裂参数的解析法、简化法和权函数法。

第 7 章进一步对比讨论两参数断裂模型(TPFM)、尺寸效应模型(SEM)、等效裂缝模型(ECM)和双  $K$  断裂模型(DKFM)。

第 8 章介绍基于黏聚应力分布的裂缝扩展  $K_R$  阻力曲线法以及求解  $K_R$  阻力曲线的解析法和权函数法,并采用数值仿真技术对  $K_R$  阻力曲线进行了数值研究。

第 9 章介绍混凝土断裂分析的数值模型,包括黏聚裂缝模型(或称虚拟裂缝模型)、裂缝带模型(或称弥散裂缝模型),以及考虑循环加载的改进旋转弥散裂缝模型。

## 第 2 章 线弹性和弹塑性断裂力学简介

### 2.1 线弹性断裂力学

裂缝的基本形态可分为张开型、划开型和撕开型三种(图 2.1),裂缝的扩展也可能是这三种形态的复合模式。

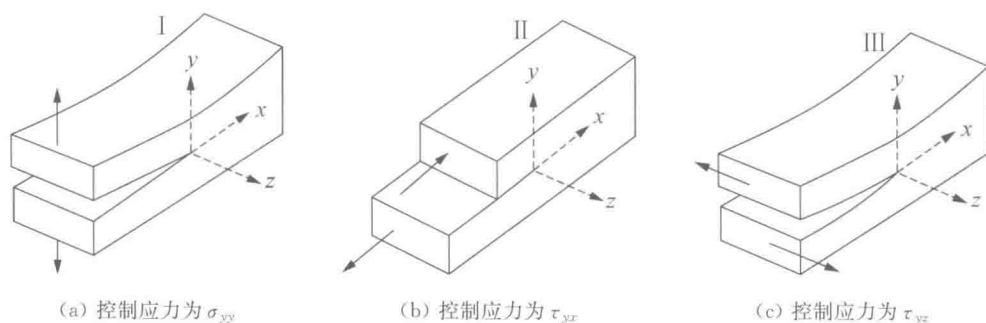


图 2.1 裂缝的三种基本形态:(a) I 型(张开型);(b) II 型(滑开型,或面内剪切型);(c) III 型(撕开型,或反平面剪切型)

线弹性断裂力学(Linear Elastic Fracture Mechanics, LEFM)研究理想脆性材料裂缝尖端材料行为、扩展准则和规律,其发展起源可以追溯到 20 世纪初。当时,Inglis(图 2.2)发表了一项在外边界加载的无限长线弹性板中的椭圆形孔应力分析的开创性研究工作,模拟了类似裂缝的非连续性,通过使短轴远小于长轴,可在裂缝尖端观察到应力奇异点(即无限应力集中)。之后,Griffith(1921)提出了一种基于能量准则的新方法,至此,这一领域的研究得以正式发展。从那时起,又经过了四十多年的时间,Irwin(1957)提出“应力强度因子”的概念后,线弹性断裂力学这门学科正式诞生。



图 2.2 Inglis

1913 年,Inglis 发表了基于弹性力学分析得到的一个两端受均匀应力且含有椭圆形孔的薄板(即平面应力问题)的位移场和应力场解析解。由于假设椭圆孔相对于薄板尺寸可以忽略,因此可以认为薄板为无限大(图 2.3)。Inglis 根据之前的研究得出,最大应力将发生在椭圆的 A 点,其大

小为

$$\sigma_{\max} = \sigma_A = \sigma \left( 1 + \frac{2a}{b} \right) \quad (2.1)$$

根据该结果,可以知道,椭圆的 A 点将存在应力集中现象,而应力集中的程度和椭圆的两个主轴长度成正比关系。当  $b$  趋向于无穷小时, A 点应力将趋向于无穷大;而当  $a$  趋向于无穷小时,该微小椭圆孔对无限板的应力不产生任何影响。可见,当  $a$  趋向于无穷小时, A 点的应力存在奇异现象。而裂缝尖端的力学行为与这种情况有类似之处。

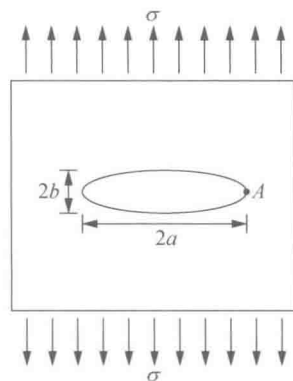


图 2.3 无限宽板中的椭圆形孔

### 2.1.1 能量释放率

根据晶体材料的理论强度公式:

$$\sigma_{\text{theory}} = \sqrt{\frac{E\gamma}{\beta}} \quad (2.2)$$

式中,  $E$  为材料弹性模量;  $\gamma$  为表面能密度;  $\beta$  为晶体材料的晶格间距。

按照式(2.2),玻璃的理论强度应该可以达到 1 000 MPa 以上。这与当时试验得到的强度 100 MPa 相差极大,令研究人员十分困惑。

Griffith 开展的试验还发现,随着玻璃纤维直径减小,断裂应力将增加,强度表现出了尺寸效应。通过试验观察到,小的缺陷对材料性能的损伤作用比大的缺陷小得多。这在理论上让人困惑,因为根据当时所用的断裂判据预测,如果这些缺陷在几何上相似,如图 2.3 和式(2.1)所示例子,那么这些缺陷引起的应力集中程度应该是一样的,而与缺陷的大小无关。因而按照经典的强度理论,不管缺陷的大小如何,它们对强度的影响应该是一样的,这与试验观察到的结果并不一致。

为了解释缺陷尺寸对宏观断裂强度的影响,Griffith 创新性地提出了一种基于能量平衡的方法,这种方法不仅基于外荷载的势能与储存的弹性应变能,而且还基于断裂表面能,用来解释缺陷的尺寸效应。这种断裂表面能与断裂过程中产生的新鲜表面有关。Griffith 的方法将图 2.3 中的椭圆短边设为 0,得到 Griffith 裂缝,如图 2.4 所示,为方便讨论,此处假设板为单位厚度(即板厚  $B=1$ )。

如图 2.4(b)所示,对于不同的裂缝长度,在裂缝长度不变的前提下,对于线弹性体,力  $P$  和对应的位移  $\Delta x$  成正比关系。当裂缝长度由  $2a$  变为  $2a + \Delta a$  时,系统刚度将降低,位移  $\Delta x$  将变为  $\Delta x + d\Delta x$ 。由图可知,前后两种情况下弹性体系的应变能增量为  $0.5P\Delta x$ ,而该过程中外力所做的功为  $P\Delta x$ 。也就是说,外荷载所做的功是应变能增量的 2 倍。Griffith 创新性地认为,与增加的应变能相等的另外一半功将被用于克服裂缝扩展产生的新表面所需的断裂表面能。由于裂缝扩展,在该过程中与结构增加的弹性应变

能相等的外力功的一半,将从应变能释放成为新增的断裂表面能。

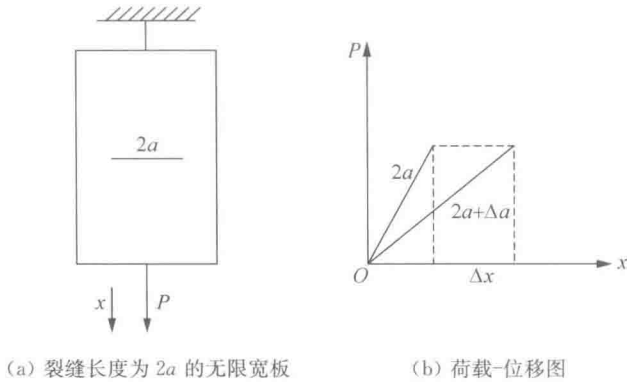


图 2.4 Griffith 提出的能量释放率概念

裂缝延长过程中,断裂表面能的增量为  $4a\gamma$  (注意,裂缝长度为  $2a$ ,应包括裂缝的上、下两个表面)。Griffith(1921)采用 Inglis(1913)的研究成果并进一步推导得到:两端受均匀应力的平板中一条椭圆形裂缝引起的应变能变化为  $\frac{\pi a^2 \sigma^2}{E}$ 。因此,外荷载做功为  $\frac{2\pi a^2 \sigma^2}{E}$ 。因裂缝的引入导致系统的能量变化为

$$\Pi = U_{\text{cracked}} - U_{\text{uncracked}} = \left( \frac{\pi a^2 \sigma^2}{E} + 4a\gamma \right) - \frac{2\pi a^2 \sigma^2}{E} = 4a\gamma - \frac{\pi a^2 \sigma^2}{E} \quad (2.3)$$

根据虚位移原理,当无限板中已经存在裂缝长度  $2a$  时,裂缝不会扩展的稳定条件为

$$\frac{\partial \Pi}{\partial a} = \frac{\partial \left( 4a\gamma - \frac{\pi a^2 \sigma^2}{E} \right)}{\partial a} = 4\gamma - \frac{2\pi a \sigma^2}{E} \geq 0 \quad (2.4a)$$

$$2\gamma \geq \frac{\pi a \sigma^2}{E} \quad (2.4b)$$

即当裂缝扩展单位长度所释放的应变能  $\frac{\pi a \sigma^2}{E}$  大于形成新断裂自由表面所需要的断裂能  $2\gamma$  时,该裂缝长度  $2a$  所处状态是不稳定的,裂缝将扩展。由式(2.4)可知,如果给定裂缝长度  $2a$ ,当  $\frac{\partial \Pi}{\partial a} = 0$  时,得到裂缝处于扩展的临界应力(平面应力)为

$$\sigma_c = \sqrt{\frac{2E\gamma}{\pi a}} \quad (2.5)$$

在满足裂缝扩展的前提下,裂缝稳定扩展的条件为  $\frac{\partial^2 \Pi}{\partial a^2} > 0$ ,裂缝失稳扩展的条件为