大学物理实验

主 编 汪建军

中国水利水电出版社
www.waterpub.com.cn

大学物理实验

主　编　汪建军

中国水利水电出版社
www.waterpub.com.cn
·北京·

内 容 提 要

本书是根据教育部《高等工科院校物理实验课程教学基本要求》，结合多年大学物理实验的教学实践经验，为适应学校发展和人才培养的需要而编写的。

全书共分四章：第一章绪论，比较系统地介绍了大学物理实验中测量误差、不确定度及数据处理的基本知识；第二章基础实验，内容涉及力学、热学、电磁学、光学；第三章近代和综合性实验，内容涉及近代物理、综合应用等方面；第四章设计性实验；书后的附录给出了实验中常用的物理常量和量值。

本书可作为大学本科工科学生的物理实验教材，也可作为教师和实验技术人员参考用书。

图书在版编目（CIP）数据

大学物理实验 / 汪建军主编. -- 北京 : 中国水利水电出版社, 2019.8
ISBN 978-7-5170-7915-6

Ⅰ. ①大… Ⅱ. ①汪… Ⅲ. ①物理学－实验－高等学校－教材 Ⅳ. ①04-33

中国版本图书馆CIP数据核字(2019)第168975号

书　　名	大学物理实验 DAXUE WULI SHIYAN
作　　者	汪建军　主编
出版发行	中国水利水电出版社 （北京市海淀区玉渊潭南路1号D座　100038） 网址：www.waterpub.com.cn E-mail：sales@waterpub.com.cn 电话：(010) 68367658（营销中心）
经　　售	北京科水图书销售中心（零售） 电话：(010) 88383994、63202643、68545874 全国各地新华书店和相关出版物销售网点
排　　版	中国水利水电出版社微机排版中心
印　　刷	北京印匠彩色印刷有限公司
规　　格	184mm×260mm　16开本　12.25印张　314千字
版　　次	2019年8月第1版　2019年8月第1次印刷
印　　数	0001—2000册
定　　价	**34.00**元

前　言

物理实验是大学生在大学阶段接受系统实验方法和实验技能训练的开端，它不仅可以加深对理论的理解，更重要的是使学生获得基本的实验知识、技能和科学创新的能力，为今后从事科学研究和工程实践打下扎实基础。

本书首先在绪论中介绍测量误差、不确定度和数据处理的基础知识，然后分基础实验、近代综合实验、设计性实验进行具体的实验介绍。部分实验给出了完整的数据记录表格及具体的误差分析方法，以规范学生的实验行为。课后要求学生认真处理数据，算出测量结果及不确定度，通过手工在毫米方格纸上绘制成实验曲线（或计算机软件绘制）并打印，写出完整规范的实验报告。通过以上各环节来培养学生在实验方法、实验技能、误差分析和总结报告等各方面初步的能力以及严谨的科研作风。其次，在书中对各实验的原理都作了简明扼要的论述，对某些较深的内容，力求深入浅出地阐述物理意义。本书不另辟专章讲述实验仪器，而是把实验内容和实验仪器的介绍融于一体（或附在每个实验之后），并较详细地说明了实验的具体方法，以便学生进入实验室后能很快独立地拟订合理的实验步骤，正确使用仪器，在指定时间内独立地完成实验。每个实验都有思考题，促使学生在预习过程中积极思考、认真准备，在课后复习过程中帮助学生进一步总结，加深理解。

实验教材的编写不能脱离实验室建设和发展，本书根据浙江万里学院相关专业学院对工科类大学生公共基础实验教学的目标与要求，结合浙江万里学院目前物理实验仪器现状，广泛地参考了兄弟院校的相关教材编写。隋成华教授审阅了本书全部内容，并提出了宝贵意见，在此表示感谢。鲁俊生教授、刘青教授非常关心并大力支持本书的编写工作。

由于成书时间匆忙和编者水平所限，书中的缺点和错误在所难免，敬请广大读者批评指正。

编者

2019 年 2 月

目 录

第一章　绪　　论

一、如何做好物理实验

（一）大学物理实验课程的目的和任务

物理学是一门实验科学。物理学新概念、规律的发现和确立主要依赖于实验。物理学上的新突破也常常基于新的实验技术和方法。随着物理学的发展，人类积累了丰富的实验思想和实验方法，创造出各种精密巧妙的仪器设备；物理实验的方法、思想、仪器已被应用到各个自然科学领域。

大学物理实验是理工科各专业必修的、独立设置的一门基础实验课，是学生在大学接受系统实验方法和实验技能训练的开端。它不仅可以加深对理论的理解，更重要的是使学生获得基本的实验知识、技能和科学创新的能力，为今后从事科学研究和工程实践打下扎实基础。

本课程的目的和任务如下：

（1）通过对实验现象的观察、分析和对物理量的测量，学习物理实验知识，加深对物理学原理的理解，提高对科学实验重要性的认识。

（2）培养与提高学生的科学实验能力。其中包括：①能够通过阅读实验教材或资料，做好实验前的准备；②能够借助教材或仪器说明书正确使用常用仪器；③能够运用物理学理论对实验现象进行初步的分析判断；④能够正确记录和处理实验数据，绘制实验曲线，说明实验结果，撰写合格的实验报告；⑤能够完成简单的具有设计性内容的实验。

（3）培养与提高学生的科学实验素养，要求学生具有理论联系实际和实事求是的科学作风，严肃认真的工作态度，主动研究的探索精神，遵守纪律、团结协作和爱护公共财产的优良品德。

（二）掌握物理实验课的学习特点

大学物理实验课程的教学主要由以下三个环节构成。

1. 实验前的预习

实验前的预习是一次“思想实验”的练习，即在课前认真阅读实验教材（实验指导书）和有关资料，弄清实验目的、实验原理和方法，然后在脑海中“操作”这一实验，拟出实验步骤，思考可能出现的问题和得出怎样的结论，最后写出预习报告。预习报告内容包括如下几方面：①实验名称；②实验目的；③主要仪器设备（型号、规格等）；④实验原理摘要，主要原理公式及简要说明，画出必要的原理图、电路图或光路图；⑤列出记录数据表格。

2. 实验中的操作

实验中须遵守如下规则：①遵守实验室规则；②了解实验仪器的使用及注意事项；③正式测量之前可作试验性探索操作；④仔细观察和认真分析实验现象；⑤如实记录实验数据和现象。

在实验操作中要逐步学会分析实验，不能过分地依赖教师。对所得结果要做出粗略的判

断，与理论预期相一致后，再交教师签字认可。

离开实验室前，把所用的仪器整理好，数据记录须经教师审阅签名。

3. 实验报告

实验报告是实验工作的总结，实验结束后利用空余时间及时写好实验报告，对原始数据进行处理和分析，得出实验结果并进行不确定度评估和讨论。要求文字通顺、字迹端正、图表规范、数据完备和结论明确。实验报告通常分以下三部分：

(1) 预习报告。它为正式报告的前面部分，要求在实验前写好。内容包括：

1) 实验名称。

2) 实验目的。

3) 主要仪器设备（型号、规格等）。

4) 实验原理摘要：在理解的基础上，用简短的文字扼要阐述实验原理，切忌照抄。力求文图并茂。图指原理图、电路图或光路图。写出实验所用的主要公式，说明各物理量的意义和单位以及公式的适用条件等。

5) 列出记录数据表格。

(2) 实验记录。此部分在实验课上完成，内容包括：

1) 仪器：记录实验所用主要仪器的编号和规格。记录仪器编号是一个好的工作习惯，便于以后必要时对实验进行复查。

2) 内容和实验现象记录。

3) 数据：数据记录应做到整洁清晰而有条理，尽量采用列表法。要根据数据特点设计表格时，力求简单明了，达到省工少时的目的。在表格栏内要注明单位。要实事求是地记录客观现象和实验数据，切勿将数据记录在草稿纸上，应记录在实验报告原始数据栏上，不能只记结果而略去原始数据，更不可为拼凑数据而将实验记录做随心所欲地修改。

(3) 数据处理与计算。此部分在实验后进行，内容包括：

1) 作图、计算结果和不确定度估算。

2) 结果：按标准形式写出实验结果（测量值、不确定度和单位），注明实验条件。

3) 结果分析和讨论：实验中出现的问题进行说明和讨论，归纳出实验心得或提出建议等。

4) 作业题：完成教师指定的思考题。

二、误差理论与数据处理

（一）测量与误差的基本概念

1. 测量分类

根据获得测量结果方法的不同，测量可以分为直接测量和间接测量。

由仪器或量具直接与待测量进行比较读数，称为直接测量。如用米尺测量物体的长度，用安培表测量电流强度等所得到的相应物理量称为直接测量量。

在大多数情况下，需要借助一些函数关系由直接测量量计算出所要求的物理量，这样的测量称为间接测量，相应的物理量称为间接测量量。如钢球的体积 V 可由直接测得的直径 D，由公式 $V=\pi D^3/6$ 计算得到，这里 D 为直接测量量，V 为间接测量量。在误差分析和估算中，要注意直接测量量与间接测量量的区别。

2. 测量误差

物理量在客观上存在确定的数值，称为真值。然而，实际测量时，由于实验条件、实验方法和仪器精度等的限制或者不够完善，以及实验人员技术水平的限制，使得测量值与客观上存在的真值之间有一定的差异。为描述测量中这种客观存在的差异性，可以引进测量误差的概念。

误差就是测量值与客观真值之差。即：误差＝测量值－真值。

被测量量的真值是一个理想概念。一般来说，真值是不知道的（否则就不必进行测量了）。为了对测量结果的误差进行估算，我们用约定真值来代替真值求误差。所谓约定真值就是被认为是非常接近真值的值，它们之间的差别可以忽略不计。一般情况下，常把多次测量结果的算术平均值、标称值、校准值、理论值、公认值、相对真值等均可作为约定真值来使用。

上面定义的误差是绝对误差。在没有特别指明时，误差就是用绝对误差来表示。设测量值的真值为 x_0，则测量值 x 的绝对误差

$$\delta = x - x_0$$

但有些问题往往需要用相对误差表示。例如，用同一仪器测量 10m 长相差 1mm 与测量 100m 相差 1mm，其绝对误差相同。显然，只有绝对误差还难以评价测量结果的可靠程度，因此引入相对误差的概念。相对误差是绝对误差与真值之比，真值不能确定则用约定真值。在近似情况下，相对误差也往往表示为绝对误差与测量值之比。相对误差常用百分数表示。即

$$E = \frac{|\delta|}{x_0} \times 100\% \approx \frac{|\delta|}{x} \times 100\%$$

因此，在测量过程中，我们要建立起误差永远伴随测量过程始终的实验思想。

（二）误差的分类及其特点

按误差产生的原因和性质的不同，可分为系统误差、随机误差和粗大误差。

1. 系统误差

系统误差指误差值的大小和正负总保持不变，或按一定的规律变化，或是有规律的重复。系统误差有多种来源，从物理实验教学角度出发，主要有：

(1) 仪器的零值误差。例如电表的指针不指在 0 位，即产生零值误差。所以在使用电表前，应先检查指针是否指 0，否则须旋动零位调节器使指针指 0。又如，在使用千分尺测长度之前，也要先检查 0 位，并记下零值读数（即零值误差），以便对测量值进行修正。

(2) 仪器机构误差和测量附件误差等。如果天平的两个臂不完全相等，将被测物体与砝码交换，两次测量结果分别为 m_1、m_2，则被测物体质量 $m=\sqrt{m_1 m_2}$；如电学线路中电表内阻、导线电阻、接触电阻等电阻所引入的误差，有时可用替代法和示零法（电位差计、电桥）来巧妙地避免这些因素的影响。

(3) 理论和方法误差。由于实验理论和实验方法不完善，所引用的理论与实验条件不符等产生的误差。如用伏安法测未知电阻，由于电表内阻的影响，使测量值比实际值总是偏大或总是偏小；单摆周期公式 $T=2\pi\sqrt{l/g}$ 的成立条件是摆角小于 5°，用此公式测量重力加速度本身带来的误差。

(4) 测量环境变化和操作人员心理、习惯等因素造成误差。前者由于周围温度、气压、振动、电磁场等环境变化发生有规律变化引起误差；后者由测量人员测量习惯不科学引起有规律变大或变小。如测量长度斜视等。

系统误差也包括按一定规律（指非统计规律）变化的误差。如“分光计的使用和调整”实验中角度的测量存在周期性的误差，此误差可通过对称设置双读数游标来解决。在“霍尔效应及磁场测量”实验中，通过改变工作电流和励磁电流（产生磁场）方向加以消除霍尔电压测量系统误差。

从上述的介绍可知，我们不能依靠在相同条件下多次重复测量来发现系统误差的存在，也不能借此来消除它的影响。原则上，系统误差均应予以改正，但系统误差的发现和估计，是个实验技能问题，常取决于实验者的经验和判断能力。在物理实验教学中，处理系统误差的通常做法是：首先，对实验依据的原理、方法、测量步骤和所用仪器等可能引起误差的因素一一进行分析，查出系统误差源；其次，通过改进实验方法、实验装置、校准仪器等方法对系统误差加以补偿、抵消；最后，在数据处理中对测量结果进行理论上修正，以消除或尽可能减小系统误差对实验结果的影响。

2. 随机误差

(1) 正态分布函数及标准误差。随机误差是指在多次等精度测量中，误差变化是随机的（包括大小和正负），没有规律，而测量次数很多时满足统计规律的误差。

随机误差是由实验中各种因素的微小变动性引起的，测量对象的自身涨落，测量仪器指示数值的变动性，以及观测者本人在判断和估计读数上的变动性等。这些因素的共同影响就使测量值围绕着测量的平均值发生有涨落的变化，这变化量就是各次测量的随机误差。

虽然某一测量值的随机误差是没有规律的，其大小和方向都是不可能预知的。但对某一量进行足够多次的测量，则会发现其随机误差服从一定的统计规律分布，即高斯分布，又称正态分布。分布函数为

$$f(\delta_x)=\frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{\delta x}{\sigma}\right)^2}$$

且满足概率

$$P(-\infty,\ +\infty)=\int_{-\infty}^{+\infty}f(\delta_x)\mathrm{d}(\delta_x)=1$$

式中 σ 称标准误差，是随机误差 δ_x 的分布函数 $f(\delta_x)$ 的特征量，是一个与测量条件有关的常量。它的大小反映测量的数据离散程度大小，数值越小，测量的数据越密集，精密度越高。其表达式为

$$\sigma=\lim_{n\to\infty}\sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i-x_0)^2}{n}}$$

随机误差 δ_x 的分布函数 $f(\delta_x)$，如图 1-1 所示。

正态分布函数四个重要特点：

1) 单峰性：测量值与真值相差越小，这种测量值（或误差）出现的概率（可能性）越大，与真值相差大的，则概率越小。

2) 对称性：绝对值相等、符号相反的正、负误差出现的概率相等。

3）有界性：绝对值很大的误差出现的概率趋近于零。也即是说，总可以找到这样一个误差限，某次测量的误差超过此限值的概率小到可以忽略不计的地步。

4）抵偿性：随机误差的算术平均值随测量次数的增加而减小。

随机误差曲线 $f(\delta_x)$ 在区间 $d(\delta_x)$ 的面积 $f(\delta_x)d(\delta_x)$ 表示在区间 $d(\delta_x)$ 的概率，随机误差在相应区间的概率值：

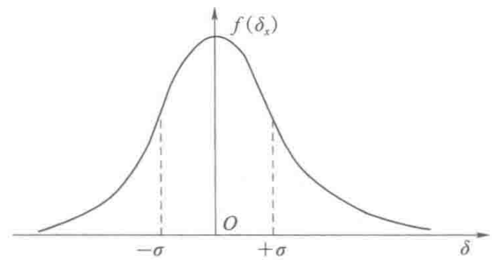

图 1－1　正态分布随机误差函数图

$$P(-\sigma,\ +\sigma)=\int_{-\sigma}^{+\sigma} f(\delta_x)d(\delta_x)=68.3\%$$

$$P(-2\sigma,\ +2\sigma)=\int_{-2\sigma}^{+2\sigma} f(\delta_x)d(\delta_x)=95.4\%$$

$$P(-3\sigma,\ +3\sigma)=\int_{-3\sigma}^{+3\sigma} f(\delta_x)d(\delta_x)=99.7\%$$

这说明对任一次测量，其测量值误差出现在区间（$-\sigma$，σ）内的概率为 68.3%。标准误差只是一个统计性质的特征量。表示测量值离散程度。测量值误差出现在区间（-3σ，3σ）外的概率很小，只有 0.3%。也就是说，每 1000 次测量，有 3 次测量的绝对误差值会超过 3σ。实际测量最多几十次，因此测量的绝对误差值超过 3σ 范围情况几乎不为出现，所以称 3σ 为极限误差。

由于误差存在，真值实际上无法测得。根据误差函数对称性，有

$$\lim_{n\to\infty}\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(x_i-x_0)=0$$

由算术平均值定义　　$$\overline{x}=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}x_i=\frac{1}{n}(x_1+x_2+\cdots+x_n)$$

则　　$$x_0=\lim_{n\to\infty}\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}x_i=\overline{x}\quad (n\to\infty\ \text{情形})$$

实际测量次数有限，从而算术平均值最接近真值，是真值最佳估计值。

（2）算术平均值标准误差。对某一物理量进行等精度多次重复测量，将测得数据分成几组，每组数据个数相同。由于随机误差影响，每组数据算术平均值可能不同，因此测量列算术平均值本身存在离散性。引入算术平均值标准误差 $\sigma_{\overline{x}}$，可以证明

$$\sigma_{\overline{x}}=\frac{\sigma_x}{\sqrt{n}}$$

算术平均值标准误差表示算术平均值误差（$\overline{x}-x_0$）在区间（$-\sigma_{\overline{x}}$，$+\sigma_{\overline{x}}$）之内概率为 68.3%，或者说真值在（$\overline{x}-\sigma_x$，$\overline{x}+\sigma_x$）范围内概率为 68.3%。

（3）测量列标准偏差。标准误差 σ 只有在理论上的意义，当 $n\to\infty$时，才趋于正态分布。在实际测量中，真值无法测得，测量次数有限，随机误差不符合正态分布，而遵从 t 分布（又称学生分布），通常用算术平均值参与标准误差估算，实验中用贝塞尔公式计算测量列 x_1，x_2，…，x_n 标准偏差 S_x。

$$S_x=\sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i-\overline{x})^2}{n-1}}$$

$(x_i-\overline{x})$ 称测量列偏差，用 Δx_i 表示，$\Delta x_i=x_i-\overline{x}$（$i=1$，2，…，$n$）。

当测量次数 $n\to\infty$ 时，则 $\overline{x}\to x_0$，$S_x\to\sigma_x$，也就是说无限多次重复测量算术平均值最接近真值，标准偏差最接近标准误差。实际测量时用 S_x 估算 σ_x 值。

标准偏差可以表示这一列测量值的精密度，反映出测量值的离散性。标准偏差小就表示测量值很密集，即测量的精密度高；标准偏差大就表示测量值很分散，即测量精密度低。现在很多计算器上都有这种统计计算功能，可以直接用计算器求得 S_x 和 $\overline{x}$ 等数值。

（4）测量列算术平均值标准偏差。由于随机误差影响，同样测量列算术平均值也存在离散性。测量列算术平均值标准偏差用 $S_{\overline{x}}$ 表示。可以证明

$$S_{\overline{x}}=\frac{S_x}{\sqrt{n}}=\sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i-\overline{x})^2}{n(n-1)}}$$

所以用算术平均值标准偏差 $S_{\overline{x}}$ 估计算术平均值标准误差 $\sigma_{\overline{x}}$ 的值。

3. 粗大误差

明显超出规定条件下预期值的误差称为粗大误差，例如 $|\sigma_x|>3\sigma$。这是在实验过程中，由于某种差错使得测量值明显偏离正常测量结果的误差。例如读错数、记错数或者环境条件突然化而引起测量值的错误等。在实验数据处理中，将某次测量误差 $|\sigma_x|>3\sigma$ 的粗大误差应剔除。

（三）不确定度及估算方法

1. 不确定度概念

一个完整测量不仅给出测量量大小，同时也要给出不确定度。用不确定度来表征该测量结果可信赖程度。

由于真值不知道，因而无法确定误差的大小。因此，实验数据的处理只能求出实验的最佳估计值及其不确定度，通常把测量结果表示为

测量值＝最佳估计值±不确定度(单位)

如基本物理常数基本电荷表达式：

基本电荷　　　　$e=(1.6021773\pm0.0000003)\times10^{-19}\text{C}$

何为不确定度？不确定度是指由于测量误差的存在而对被测量值不能肯定的程度，或者说它表征被测量的真值在某个量值范围的一个客观的评定，是测量结果携带的必要参数。由此可见，不确定度与误差有区别。误差是一个理想的概念，一般不能精确知道，但不确定度反映误差存在分布的范围，可由误差理论求得。

不确定度一般包含多个分量，按其数值的评定方法可归并为两类：

（1）A 类不确定度：多次重复测量时用统计方法计算的那些分量 Δ_A。

（2）B 类不确定度：用其他非统计方法估出的那些分量 Δ_B，它们只能基于经验或其他信息作出评定。

2. 直接测量不确定度估算方法

（1）A 类不确定度分量的估算。实际测量中，一般只能进行有限次测量，这时随机误

差不完全服从正态分布规律，而是服从 t 分布的规律。这种情况下，不确定度 A 类分量 Δ_A 等于测量值的标准偏差 S_x 乘以一因子 $t_p(n-1)/\sqrt{n}$，但在大学物理实验中为简化起见，直接取

$$\Delta_A = S_x$$

(2) B 类不确定度分量的估算。一般用近似的等价标准差 Δ_B 表征：$\Delta_B = \Delta_{仪}/C$。

其中，$\Delta_{仪}$ 为仪器误差，C 为修正因子。但在大学物理实验中为简化起见，直接取 $C=1$，则 $\Delta_B = \Delta_{仪}$，$\Delta_{仪}$ 可由以下途径获得：

1) 仪器铭牌或说明书给出。

2) 仪表准确度等级获得。$\Delta_{仪} = k\% \times$ 量程，式中 k 为仪器准确度等级。

3) 连续读数仪器 $\Delta_{仪}=$ 最小分度值一半。

4) 非连续读数仪器 $\Delta_{仪}=$ 最小分度值。

5) 数字式仪表取末位 ± 1 或 ± 2。

例如 0～25mm 的一级千分尺（螺旋测微器）的仪器误差 $\Delta_{仪}=0.004\text{mm}$（计量标准规定）；0～300mm 的游标卡尺的仪器误差 $\Delta_{仪}=0.02\text{mm}$（游标有 50 分格）；普通米尺 $\Delta_{仪}=0.5\text{mm}$；如果数字万用表的读数为 15.25V，则 $\Delta_{仪}=0.01\text{V}$。

实验室常用测量仪器中连续读数仪器指米尺、千分尺、各类指针式仪表（电压、电流、欧姆表等）、温度计等；非连续读数仪器指游标卡尺、分光计、电阻箱、箱式电桥等。在工业或商业用途上，仪器误差置信概率为 95%。

(3) 合成不确定度。A 类和 B 类分量采用“方、和、根”，得到直接测量的合成不确定度

$$\Delta = \sqrt{\Delta_A^2 + \Delta_B^2} \approx \sqrt{S_x^2 + \Delta_{仪}^2}\ (\text{置信概率 } P=95\%)$$

不确定度大小与置信概率有关。国家计量技术规范《测量不确定度评定与表示》（JJF 1059—1999）推荐三种置信概率，分别是 68%、95% 和 99%，给出测量结果不确定度时，除 $P=95\%$ 外，其他两个必须注明 P 值。

例 1-1　用千分尺（$\Delta_{仪}=0.004\text{mm}$）对一钢丝直径 d 进行六次测量，读数分别为 1.577mm、1.580mm、1.578mm、1.581mm、1.575mm、1.576mm，千分尺零位读数（零误差）为 0.006mm，求出测量结果。

解： 读数平均值　$\overline{d}_{(0)} = \dfrac{1}{6}\sum_{n=1}^{6} d_i = 1.578(\text{mm})$

测量平均值　$\overline{d} = \overline{d}_{(0)} - d_0 = 1.572(\text{mm})$

$$S_d = \sqrt{\frac{\sum_{n=1}^{6}(d_i - 1.578)^2}{6-1}} = 0.0023(\text{mm})$$

$$\Delta_d = \sqrt{S_d^2 + \Delta_{仪}^2} = \sqrt{0.0023^2 + 0.004^2} = 0.0046 \approx 0.005(\text{mm})$$

钢丝直径测量结果　$d = 1.572 \pm 0.005(\text{mm})$

请特别注意：以后在大学物理实验报告中，任何一个物理量的测量结果都应该以上述结果表达形式给出，即必须表示成：测量值＝最佳估计值±不确定度（单位）。

3. 间接测量不确定度估算

上面介绍的是直接测量，对于间接测量的物理量处理如下。设间接测量值 y 是各相互

独立的直接测量值 $x_1, x_2, \cdots, x_m$ 的函数

$$y=f(x_1, x_2, \cdots, x_m)$$

其中 $x_1=\overline{x}_1+\Delta_{x1}$，$x_2=\overline{x}_2\pm\Delta_{x2}$，…，$x_m=\overline{x}_m\pm\Delta_{xm}$ [按照上面介绍的方法，每个直接测量结果表示成测量值=最佳估计值±不确定度（单位）]。

把每个直接测量的平均值带入，则间接测量值 y 最佳估算值

$$\overline{y}=f(\overline{x}_1, \overline{x}_2, \cdots, \overline{x}_m)$$

对函数求偏微分 $$\mathrm{d}y=\frac{\partial y}{\partial x_1}\mathrm{d}x_1+\frac{\partial y}{\partial x_2}\mathrm{d}x_2+\cdots+\frac{\partial y}{\partial x_m}\mathrm{d}x_m$$

因不确定度 Δ 是微小的量，相当于数学中“增量”，因此间接测量的计算公式与数学中全微分公式基本相同。不同之处：①要用不确定度 Δ_x 等替代微分 $\mathrm{d}x$ 等；②要考虑不确定度合成的统计性质，一般是用“方、和、根”的方式进行合成。于是间接测量不确定度

$$\Delta_y=\sqrt{\left(\frac{\partial f}{\partial x_1}\Delta_{x1}\right)^2+\left(\frac{\partial f}{\partial x_1}\Delta_{x2}\right)^2+\cdots+\left(\frac{\partial f}{\partial x_m}\Delta_{xm}\right)^2}$$

和直接测量一样，间接测量结果也应该表示为

$$y=\overline{y}\pm\Delta_y$$

对于积商形式函数，两边取对数

$$\ln y=\ln f(x_1, x_2, \cdots, x_m)$$

间接测量值 y 的相对不确定度

$$\frac{\Delta_y}{\overline{y}}=\sqrt{\left(\frac{\partial \ln f}{\partial x_1}\Delta_{x1}\right)^2+\left(\frac{\partial \ln f}{\partial x_2}\Delta_{x2}\right)^2+\cdots+\left(\frac{\partial \ln f}{\partial x_m}\Delta_{xm}\right)^2}$$

上述求解间接测量值 y 的不确定度过程仅供参考，大学物理实验中，对于间接测量的物理量，一般都已给出求解测量值 y 的不确定度的具体公式，无须再去推导。

例 1-2 设 A，B，C 是独立变量，求下列两种情形下 y 不确定度：

（1）$y=3A+2B$。（2）$y=\dfrac{A^kC^l}{B^m}$。

解：（1）$\Delta_y=\sqrt{(3\Delta_A)^2+(2\Delta_B)^2}=\sqrt{9\Delta_A^2+4\Delta_B^2}$

（2）$\ln y=k\ln A+l\ln C-m\ln B$

$$\frac{\partial \ln y}{\partial A}=\frac{k}{A}, \frac{\partial \ln y}{\partial B}=-\frac{m}{B}, \frac{\partial \ln y}{\partial C}=\frac{l}{C}$$

$$\frac{\Delta_y}{y}=\sqrt{\left(\frac{k}{A}\Delta_A\right)^2+\left(\frac{l}{C}\Delta_C\right)^2+\left(-\frac{m}{B}\Delta_B\right)^2}$$

$$\Delta_y=\frac{A^kC^l}{B^m}\cdot\sqrt{\left(\frac{k}{A}\Delta_A\right)^2+\left(\frac{l}{C}\Delta_C\right)^2+\left(-\frac{m}{B}\Delta_B\right)^2}$$

例 1-3 圆柱体的直径和高分别为 $D=10.000\pm0.006(\mathrm{cm})$，$H=10.012\pm0.005(\mathrm{cm})$，质量 $m=713.8\pm0.3(\mathrm{g})$，圆柱体体积公式为 $V=\frac{\pi}{4}D^2H$，取 $\pi=3.1416$，试计算圆柱体体积 V 和密度 ρ。

解： $$\overline{V}=\frac{\pi}{4}\overline{D}^2\overline{H}=0.25\times3.1416\times10.000^2\times10.012=786.34(\mathrm{cm}^3)$$

$$\ln V=\ln\frac{\pi}{4}+2\ln D+\ln H$$

$$\frac{\partial \ln V}{\partial D}=\frac{2}{D};\frac{\partial \ln V}{\partial H}=\frac{1}{H}$$

$$\frac{\Delta_V}{\overline{V}}=\sqrt{\left(\frac{2\Delta_D}{\overline{D}}\right)^2+\left(\frac{\Delta_H}{\overline{H}}\right)^2}=\sqrt{\left(\frac{2\times 0.006}{10.000}\right)^2+\left(\frac{0.005}{10.012}\right)^2}=0.00130\approx 0.13\%$$

$$\Delta_V=786.34\times 0.00130=1.02\approx 1.1(\mathrm{cm}^3)$$

$$V=\overline{V}\pm\Delta_V=786.3\pm 1.1(\mathrm{cm}^3)$$

$$\overline{\rho}=\frac{\overline{m}}{\overline{V}}=\frac{713.8}{786.3}=0.9078(\mathrm{g/cm}^3)$$

$$\frac{\Delta_\rho}{\overline{\rho}}=\sqrt{\left(\frac{\Delta_m}{\overline{m}}\right)^2+\left(\frac{\Delta_V}{\overline{V}}\right)^2}=\sqrt{\left(\frac{0.3}{713.8}\right)^2+\left(\frac{1.1}{786.3}\right)^2}=0.00146\approx 0.15\%$$

$$\Delta_\rho=0.9078\times 0.00146=0.00133\approx 0.0014(\mathrm{g/cm}^3)$$

$$\rho=\overline{\rho}\pm\Delta_\rho=0.9078\pm 0.0014(\mathrm{g/cm}^3)$$

（四）有效数字及运算

1. 有效数字概念

测量总伴随着误差，它的值不能无止境地写下去。例如，用米尺测量某一物体长度，测得长度读数 7.26cm，显然 7.2 是准确数字，而 6 是可疑数字；又如某长方体体积计算值 $V=112.3456\mathrm{cm}^3$，不确定度 $\Delta_V=0.5\mathrm{cm}^3$，小数点后第一位 3 已是可疑数字，这样 V 的最后三位数 456 没有意义，结果表示为 $V=(112.3\pm 0.5)\mathrm{cm}^3$，这样包含准确数字和一位可疑数字称有效数字。测量结果应该用有效数字表示。

(1) 有效数字位数。如 0.507、0.0753、5.73×10^4 是三位有效数字，0.5730、0.5703 是四位有效数字。小数点后首位非零数字之前的零不计入有效数字位数。在十进制单位换算中，只涉及小数点位置改变，而不允许改变有效位数。例如 5.6m 为两位有效数字，在换算成 km 或 mm 时应写为

$$5.6\mathrm{m}=5.6\times 10^{-3}\mathrm{km}=5.6\times 10^3\mathrm{mm}$$

而 5.6m＝5600mm 的写法是错的。

(2) 有效数字位数由测量仪器决定。测量仪器精度越高，测量数据有效数字位数也越多。如分别用米尺、游标卡尺、千分尺测长度为 16.4762mm 某物体，记数分别为 16.5mm、16.48mm、16.476mm。

2. 有效数字与不确定度

在前面（三）部分，我们要求所有测量结果必须表示成测量值＝最佳估计值±不确定度（单位）的形式，其中的最佳估计值的有效数字按照下述“有效数字的运算规则”来确定。而不确定的有效数字规定如下：

不确定度（相对不确定度）一般取一位有效数字，首位是 1 或 2 应取二位有效数字。在例题 1-1 中：用千分尺对一钢丝直径 d 进行测量，最后计算出的不确定度 $\Delta_d=\sqrt{S_d^2+\Delta_{仪}^2}=\sqrt{0.0023^2+0.004^2}=0.0046\approx 0.005(\mathrm{mm})$，由于计算结果 0.0046 首位为 4，并非 1 或 2，所以只能保留一位有效数字，即写成 0.005。当然如果这里 Δ_d 计算结果为 0.0223，这时由于

首位为 2，则其不确定度 $\Delta_d=0.0223\approx0.023$，此时取二位有效数字。注意一点：对于不确定度，其有效数字只进不舍，如 $\Delta_x=0.042\approx0.05$，以确保结果的可靠性。最后的结果表达式，即：测量值＝最佳估计值±不确定度（单位），其最佳估计值和不确定度的有效数字按照上述所说确定。其结果表达式应该遵循：最佳估计值有效数字末位应与不确定度的末位对齐。

用不确定度表示的测量结果正确形式应该如：(157.6±0.3)g、(7.386±0.007)mm、(979.35±0.25)cm/s^2、(115.80±0.19)cm^3；而（157.26±0.3)g、(157.6±0.13）等都是不规范的形式。相对不确定度如：0.15%、0.6%、0.23%、0.3%，取一或二位有效数字。

3. 有效数字尾数修约法则（四舍六入五凑偶，而非四舍五入）

（1）要保留有效数字末位的那个数如果大于等于 6 则进位；如果小于等于 4 则舍去。

（2）紧跟要保留有效数字末位的那个数如果是 5，5 后面有不为零的数，则进位；5 后面数全为零或没有数，则看要保留有效数字末位的那个数，若是奇数进位；偶数（包括 0）不进位。

如：将下面数保留四位有效数字。

17.086→17.09	17.0846→17.08	17.075→17.08
17.085→17.08	17.0850→17.08	17.0852→17.09

4. 有效数字的运算规则

运算时应使结果具有足够的有效数字，不要少算，也不要多算。少算会带来附加误差，降低结果精度；多算没有必要，算的位数很多，但绝不可能减少误差。

有效数字运算取舍的原则是：运算结果保留一位可疑数字。

（1）加、减运算。

如：$28.6\underline{1}+2.21\underline{2}+0.0085\underline{3}=30.8\underline{3053}=30.8\underline{3}$

$78.2\underline{5}-4.67\underline{2}-5.6\underline{9}=67.8\underline{68}=67.8\underline{7}$

结论：诸量相加（相减）时，其和（差）值在小数点后所应保留的位数与诸数中小数点后位数最少的一个相同。

（2）乘、除运算。

如：$2.16\underline{8}\times20.\underline{1}=43.\underline{5768}=43.\underline{6}$

$2407.24\underline{8}\div24\underline{0}=10.\underline{0302}=10.\underline{0}$

结论：诸量相乘（除）后其积（商）所保留的有效数字，只需与诸因子中有效数字最少的一个相同。

（3）乘方、开方的有效数字与其底的有效数字相同。

如：$(5.03\underline{6})^2=25.3\underline{61296}=25.3\underline{6}$

$\sqrt{28.7\underline{5}}=5.36\underline{19\cdots}=5.36\underline{2}$

（4）对数函数、指数函数和三角函数运算结果的有效数字必须按照不确定度传递公式来决定（通过例 1－4 说明）。

（5）无理常数 π，$\sqrt{2}$，…，计算过程中这些常数项参加运算时，其取的位数应比测量数据中位数最少者多取一位。例：计算圆面积公式 $S=\pi R^2$，圆半径 $R=5.60$cm，应取 $\pi=3.142$，则 $S=17.6$cm^2。

例 1－4　已知 $x=200.0\pm0.2$，$\theta=60.0°\pm0.03°$，试求：

(1) $y=\ln x$。(2) $y=\sqrt[3]{x}$。(3) $y=\sin\theta$。

解：(1) $y=\ln 200.0=5.298317367$（由函数型计算器给出）。

$$\Delta_y=\frac{\Delta_x}{x}=\frac{0.2}{200.0}=0.001$$

$\ln 200.0$ 应取三位小数，即 $\ln 200.0=5.298$。

(2) $y=\sqrt[3]{200.0}=5.848035476$（由函数型计算器给出）。

$$\Delta_y=\frac{\Delta_x}{3\sqrt[3]{x^2}}=\frac{1}{3}\times(200.0)^{-\frac{2}{3}}\times 0.2=0.002$$

$\sqrt[3]{200.0}$应取三位小数，即$\sqrt[3]{200.0}=5.848$。

(3) $y=\sin 60.00°=0.866025403$（由函数型计算器给出）。

$$\Delta_y=|\cos\theta|\Delta_\theta=\cos 60.00°\times 0.03\times\frac{\pi}{180}=0.0003$$

$\sin 60.00°$应取四位小数，即 $\sin 60.00°=0.8660$。

应该指出，有效数字位数取决于测量，并非运算过程。我们不能任意增加有效数字位数。同学们最容易犯的一个错误就是在计算过程中，随意增减计算结果的有效数字。例如用米尺测量某物体长度两次结果分别为 1.10cm 和 1.11cm，则其同学们在计算平均值时一般就直接给出结果$\frac{(1.10+1.11)}{2}=1.105\text{cm}$；这是错误的，按照上述规则，最后的平均值应该是 1.10cm。目前普遍使用函数型计算器进行计算，一般可显示 10 位有效数字，实际计算时并不需要那么多，应由有效数字的运算规则合理取舍。但也不能人为减少有效数字，以确保计算的可靠性。

（五）实验数据处理方法

物理实验中常用的数据处理方法有列表法、作图法、逐差法、最小二乘法线性拟合等。

1. 列表法

在记录和处理数据时，要将数据列成表格，用表格表示数据显得清楚明了，有关物理量之间的关系以及数据和处理数据过程中存在的问题都能在表格中显示出来。列表的基本要求如下：

(1) 各栏目均应标注名称和单位。

(2) 列入表中的主要应是原始数据，计算过程中的一些中间结果和最后结果也可列入表中，但应写出计算公式，从表格中要尽量使人看到数据处理的方法和思路，而不能把列表变成简单的数据堆积。

(3) 栏目的顺序应充分注意数据的联系和计算的程序，力求条理化和简明化。

(4) 必要的附加说明，如测量仪器的规格、测量条件、表格名称等。

2. 作图法

用图线表示实验结果可以形象、直观、简便地表达物理量间的变化关系。其作用如下：①研究物理量之间的变化规律，找出对应的函数关系或经验公式；②求出实验的某些结果，如直线方程 $y=kx+b$，可根据曲线斜率求出 k 值，从曲线截距获取 b 值；③用内插法可从曲线上读取没有进行测量的某些量值；④用外推法可从曲线延伸部分估读出原测量数据范围以外的量值；⑤作图连线对数据点可起到平均的作用，从而减少随机误差。