

 小学数学教师 · 新经典

# 小学生如何学习数据分析

——基于学习过程的实证研究

Xiaoxuesheng Ruhe Xuexi Shuju Fenxi  
Jiyu Xuexi Guocheng De Shizheng Yanjiu

张 丹 著

M a t h e m a t i c s      T e a c h e r



上海教育出版社  
SHANGHAI EDUCATIONAL  
PUBLISHING HOUSE

# 小学生如何学习数据分析

——基于学习过程的实证研究

张 丹 著

上海教育出版社

图书在版编目 (CIP) 数据

小学生如何学习数据分析：基于学习过程的实证研究 / 张丹著.

—上海:上海教育出版社, 2020.2

ISBN 978-7-5444-9045-0

I. ①小… II. ①张… III. ①小学—教学研究 IV. ①G622.0

中国版本图书馆CIP数据核字(2020)第004785号



策划编辑 蒋徐巍

责任编辑 蒋徐巍 潘迅馨

美术编辑 王捷

小学生如何学习数据分析——基于学习过程的实证研究

张丹 著

---

出版发行 上海教育出版社有限公司

官 网 www.seph.com.cn

地 址 上海市永福路123号

邮 编 200031

印 刷 上海颀辉印刷厂

开 本 700×1000 1/16 印张 17

字 数 296千字

版 次 2020年3月第1版

印 次 2020年3月第1次印刷

书 号 ISBN 978-7-5444-9045-0/G·7475

定 价 42.00元

---

如发现质量问题,读者可向本社调换 电话:021-64377165

## 序 言

随着社会的发展和科学技术的进步,特别是大数据的广泛应用,统计学变得越来越重要,统计学的思想和方法已经成为未来公民的基本素养。因此,如何在中小学阶段有效地开展统计学的教学已经成为全世界关注的课题。

统计学的研究基础是数据,通过对数据的整理和分析,得到产生数据背景的信息,形成认识现实世界的知识。在这个意义上,凡是能够承载事物信息的东西都可以构成数据,既包括传统意义上的数据,也包括对现代互联网中的图形、声音、视频等数字化以后形成的数据;这也表明,获取数据的手段也越来越多样化。于是,人们称统计学是通过收集和分析数据,从而提取信息、获得知识的科学和艺术。由于这个基本特征,统计学的教学一定要强调数据,强调数据分析观念;也正是因为如此,《义务教育数学课程标准(2011年版)》将“数据分析观念”作为统计课程的核心概念,《普通高中数学课程标准(2017年版)》将“数据分析”作为数学学科核心素养之一。因此,本书选择数据分析观念作为小学统计学教学的切入点是合适的,进行这样的研究也是很有意义的。

为了使学生感悟数据分析的思想,需要基于统计学的学科本质,设计生动活泼、富有启发、符合学生认识规律的教学活动。设计的前提,是认真研究学生数据分析观念形成和发展的过程,实现过程与教学内容的有机结合。

本书作者张丹是北京教育科学研究院的教授,在她攻读博士学位的时候,我们一起就数据分析观念进行过多次讨论,最后决定把她的研究聚焦于小学生数据分析观念的发展阶段,以及如何促进小学阶段统计学的教学。这本专著,是她在博士学位论文的基础上修改充实而成的。

本书研究以下三个问题:第一个问题,经过主题情境下的系列学习活动,

小学生数据分析观念的发展阶段及其特征是什么；第二个问题，主题情境下的系列学习活动是如何增进学生数据分析观念的形成和发展的；第三个问题，对于课程设计和教学的启发是什么。

本书的主要贡献体现在三个方面。

首先，构建了数据分析观念的评价框架。自从课程标准提出数据分析观念以后，如何发展学生的数据分析观念在国内数学教育界成为热点问题，但相关的研究成果却比较少，相应的评价框架研究的成果更少。本书构建了包括“维度、维度下的要素、要素的表现水平”的评价框架。具体地说，是将数据分析观念划分为3个维度：认识到需要收集数据、了解数据中蕴含着信息、体会数据的随机性。在每个维度下各自划分3个要素：在认识到需要收集数据的维度下，要素是“数据意识”“发现与提出统计问题”“制订计划”；在了解数据中蕴含着信息的维度下，要素是“从数据中提取信息”“利用数据进行推断”“根据背景选择方法”；在体会数据的随机性的维度下，要素是“数据推断中的随机”“统计问题中的随机”“抽样中的随机”。进一步，除“数据意识”外，各维度的各要素按照学生作答层次的高低划分为四个水平，层次高低的判断主要依据已有的研究成果对学生试测作答的分析，还参考了SOLO分类中所构建的前结构水平(P)、单一结构水平(U)、多元结构水平(M)和关联结构水平(R)。

可以看到，本书呈现的框架中既有国内外研究比较多的“了解数据中蕴含着信息”的维度，也有研究比较少的“认识到需要收集数据”和“体会数据的随机性”这样的维度。这就使得数据分析观念的框架更为丰富，也更加突出了统计学科的本质特征和教育价值。

其次，系统地考察了我国小学生在教学情境下数据分析观念的发展阶段。本研究开发了数据分析观念的测试方案，包括前测题目和后测题目，以及主题情境下系列学习的活动方案。经过系统的实证研究，获得小学生数据分析观念三个维度下各要素的发展水平和发展阶段。通过观察比较，作者还发现虽然存在着一定的差异，但2—6年级学生在各要素下总体都经历了四个阶段，可以把这四个阶段表达为：自我特征、思维过渡、局部思考和整体思考。

特别需要指出的是，本书拓展了关于学生统计发展情况的研究方法。我看到的相关研究，考察的都是学生现有学习基础上独立完成的情况，忽视了

学习活动中交流对提高学生水平的的作用,而本书则借鉴了维果茨基(Vygotsky)的“最近发展区”理论,创建了新的研究方法。所谓“最近发展区”,是指“儿童的实际发展水平与潜在发展水平之间的差距。前者由儿童独立解决问题的能力而定,后者则是指在成人的指导下或是与能力较强的同伴合作时,儿童表现出来的解决问题的能力”。“最近发展区”阐明了个体心理发展的社会起源,在“最近发展区”内展开的教学就是最适度的、可以收到最佳效果的教学。基于这样的想法,本书中数据分析观念各要素的水平划分参考了学生经历了系列学习活动之后的表现。事实表明,在独立思考、小组交流和全班交流的基础上,再次考察学生的数据分析观念,不仅能更准确地刻画学生数据分析观念的真实水平和发展过程,而且揭示了从儿童现有水平到潜在水平的发展过程,这个发展过程与学生实际的课堂学习环境是一致的,无疑对课程开发、教师教学都具有较强的指导意义。这也是本书所呈现的最大亮点。

最后,开发了促进学生数据分析观念发展的系列学习活动。这些活动包括了五个年级、六个主题情境下的13个学习活动。开发这些学习活动,不仅是为了更好地刻画学生的“最近发展区”,更重要的是,这些学习活动通过了课堂的实践检验,为统计学教学活动的设计和实施了丰富并且实用的素材。这些教学活动中的绝大部分都是现行教材和教学中比较缺乏的,体现了数据分析观念真正的教育价值。

张丹在从事数学教育研究的同时,还是一位教研人员,如何指导教师开展有效教学是她一直所追求的目标,也构成了本书的另一大特色。有效的数学教学要求教师:能够把握教学内容的数学本质,能够把握学生的认知规律;基于数学本质和认知规律,设计合适的教学过程,提出合适的数学问题;通过教学过程和数学问题,引发学生独立思考,鼓励学生与他人交流;通过独立思考与他人交流,让学生在知识技能的同时感悟教学内容的数学本质;帮助学生积累思维和实践的经验,形成和发展数学素养。本书中所设计的教学活动基本遵循了这个要求,实践证明这样的教学是有效的。

特别是,本书在学生前后测对比的基础上,通过对课堂学习的观察和学生发展的个案分析,提炼了促进学生数据分析观念发展的学习活动的特点,对于我国小学统计课程设计和教学实施具有重要的实践意义。比如,提出如下建议:(1)抓住统计学习关键期,设计符合学生经验的活动;(2)细化“发现

和提出问题”的课程目标,整体设计系列活动;(3)注重“制订计划”的活动,鼓励学生经历制订计划的完整过程;(4)体现数据的“分布”在刻画数据中的核心作用,系统设计统计量的课程;(5)重视“数据推断”和“方法选择”,尝试开发合适的教学素材;(6)把握“数据随机性”的合理要求,注重学生活动经验的积累。

总之,教育应当从知识信息的传递走向智慧信息的传递,智慧的教育体现在“过程的教育”之中,在过程中帮助学生积累思维的和实践的经验,最终形成和发展数据分析的核心素养。本书在这方面取得了富有启发意义的、非常有价值的成果。

史宁中

2019年2月

# 目 录

## 第一章 研究的缘起

- 第一节 国际上统计课程的发展状况 / 3
- 第二节 新中国成立以来我国统计课程的发展历程 / 5
- 第三节 小学统计课程实施中的困惑 / 6
- 第四节 已有研究的分析 / 10

## 第二章 已有研究概况

- 第一节 数据分析观念的内涵及维度 / 15
- 第二节 学生统计思维的发展阶段 / 27
- 第三节 认识到需要收集数据 / 35
- 第四节 了解数据中蕴含着信息 / 41
- 第五节 体会数据的随机性 / 48
- 第六节 统计教学的实施策略 / 51
- 第七节 总结 / 53

## 第三章 研究设计与实施过程

- 第一节 研究问题 / 59
- 第二节 测试题目与学习活动方案 / 60
- 第三节 研究对象 / 74
- 第四节 实施过程和研究方法 / 76

## **第四章 认识到需要收集数据**

第一节 数据意识 / 81

第二节 发现和提出问题 / 88

第三节 制订计划 / 109

## **第五章 了解数据中蕴含着信息**

第一节 提取信息 / 125

第二节 数据推断 / 158

第三节 方法选择 / 176

## **第六章 体会数据的随机性**

第一节 数据推断中的随机 / 191

第二节 统计问题中的随机 / 207

第三节 抽样中的随机 / 221

## **第七章 研究结论与启示**

第一节 研究结论 / 238

第二节 对课程设计的启发 / 250

第三节 继续研究的课题 / 255

**附录 / 258**

**后记 / 265**

# 1

## 第一章 / 研究的缘起





研究的缘起



# 1

“随着对信息需求的急剧增加和技术工具的有效使用,将数据融入学校课程、更加聚焦于统计的学习已经成为一个普遍共识的结果。”<sup>[1]</sup>我国中小学统计教育经历了从无到有、从轻到重、从重技能到重数据分析观念的过程。2011年颁布的《义务教育数学课程标准(2011年版)》中将数据分析观念作为统计课程的核心概念,这实际上也体现了人们对统计课程教育价值的深入理解。在统计课程的实施过程中,无论是教材编写,还是教师教学都取得了许多经验,大家普遍感觉统计知识和技能比较容易落实,但数据分析观念在不同年级的具体表现是什么,如何根据不同年级学生的特点设计系列的学习活动来发展数据分析观念,这些都是亟待解决的问题。

本章阐述了国际上统计课程的发展状况、新中国成立以来我国统计课程的发展历程、小学统计课程实施中的困惑,以及对已有研究的分析,为本研究奠定了基础。

## 第一节 国际上统计课程的发展状况

越来越多的国家和地区将统计引入了基础教育课程体系,中小学数学课程中统计的内容受到了明显的重视。与此同时,统计课程的目标也由教会学生一些数据处理技能,发展为重在培养学生的统计素养。2002年7月在南非召开的第六届统计学教学国际大会(The Sixth International Conference on Teaching Statistics,简称 ICOTS6)的主题就是“形成一个具有统计素养的社会”<sup>[2]</sup>。J. 迈

[1] Makar K, Rubin A. A Framework for Thinking about Informal Statistical Inference[J]. *Statistics Education Research Journal*, 2009, 8(1): 82-105.

[2] Phillips B. Proceedings of the Sixth International Conference on Teaching Statistics[C]. Cape Town: International Statistics Institute, 2002: preface.

克·肖内西(J. Michael Shaughnessy, 2010)认为,“统计素养(statistical literacy)已经位于我所倡导学习的前排,与计算能力(numeracy)并列,甚至在‘为所有人的代数’之前”<sup>[1]</sup>。

一方面,纵观国际上一些有代表性的国家,都重视早期统计的学习。笔者阅读了澳大利亚全国统一数学课程标准(The Australian Curriculum Mathematics, 2011)、加拿大西北部教育协定(Western and Northern Canadian Orotocol, 2006)、芬兰基础教育国家核心课程(National Core Curriculum for Basic Education, 2004)、法国小学数学课程标准(2008)、德国用于主要学校小学毕业生的数学教育标准(2004)、日本小学校学习指导纲要(2008)、韩国数学课程标准(2006)、荷兰数学“获得性目标”(2003, 2008)、俄罗斯国家数学教育标准(2004)、新加坡小学数学教学大纲(Mathematics Syllabus: Primary, 2007)、南非国家课程标准(修订版)(Revised National Curriculum Grades R-9, 2002)、英国全国统一数学课程标准(The National Curriculum for England, 1999)、美国统一核心州数学标准(Common Core State Standards for Mathematics, 2010)<sup>[2]</sup>等,除了荷兰、俄罗斯的课程标准中没有看到外,其他国家都在小学阶段设有数据分析的内容。

同时,大多数国家也在以下方面达成了共识:鼓励学生经历收集、整理、分析数据的全过程,体会统计的基本思想和方法;通过选择现实情景中的数据,使学生理解概念、方法的实际意义,使学生认识到统计在日常生活及各学科领域中的广泛应用;关注信息技术在统计课程中的应用;注重统计与概率的联系,以及统计与其他领域的联系。

另一方面,各国在具体的内容上存在着不同的处理,某些内容的学习(发现和提出问题、设计解决问题的计划、不同数据处理方法的比较和选择、数据的随机、抽样等),各国的要求差异较大。比如,对于发现和提出问题,澳大利亚在学前就要求学生“对自身及熟悉的物体和事件提出问题”;在二年级,要求学生“基于类别变量确定一个感兴趣的问题”;在三年级,要求学生“对问题进行改进(如缩小此类问题的关注点,‘哪种食物是最流行的谷类早餐’变为‘哪种食物是我们三年级学生中最流行的谷类早餐’),从而有利于数据的收集”;在五年级,要求学生“通过观察或调

[1] Shaughnessy J M. Statistics for All—the Flip Side of Quantitative Reasoning. NCTM Summing Up, August, 2010.

[2] 曹一鸣. 十三国数学课程标准评介(小学、初中卷)[M]. 北京:北京师范大学出版社, 2012.

查提出问题,并收集分类数据或数值数据。提出关于操场上昆虫多样性的问题,在操场上铺一块一平方米的纸,通过记录一段时间内昆虫在纸上的种类和数量来收集数据”。而一些国家在小学阶段没有看到这方面的要求。

可见,加强统计教育,培养学生的统计素养,更合理地设计统计课程已是全世界都在关注的问题,这一问题的解决无疑需要建立在相关的研究上。“这种开阔的视角创造了进一步研究统计学与教的需要,特别是在小学阶段,目前在这个阶段的学习局限在了制表而不是关于数据处理的更广泛的主题。”(Shaughnessy, Garfield & Greer, 1996)<sup>[1]</sup>

## 第二节 新中国成立以来我国统计课程的发展历程

我国中小学统计教育经历了从无到有、从轻到重、从重技能到重数据分析观念的过程。“中华人民共和国成立 60 多年来小学统计教学发展分为 3 个阶段:‘文革’以前 17 年,其特点是统计图表与记账知识并举;‘文革’以后至 20 世纪末,其特点是注重统计知识、技能和统计思想方法的教学;21 世纪初,其特点是加强数据分析观念的培养。”<sup>[2]</sup>

1952 年 12 月,颁布了《小学算术教学大纲(草案)》,但大纲没有涉及统计内容。1956 年 5 月,颁布了《小学算术教学大纲(修订草案)》,内容包括简单的统计图表和简单的簿记,这些内容集中安排在六年级下学期。1963 年 5 月,颁布了《全日制小学算术教学大纲(草案)》,提出的目标更加明确、具体,要求:“掌握记账的初步知识,能够记简单的账;掌握统计图表的初步知识,能够绘制简单的统计图表。”

“文化大革命”之后,1978 年和 1986 年颁布了两部小学数学教学大纲,后又于 1988 年、1992 年、2000 年制订了三部九年义务教育全日制小学数学教学大纲(初审稿、试用、试用修订版)。前两部大纲都是在“精选传统的算术内容,适当增加代数、几何的部分内容,适当渗透集合、函数、统计等数学思想”的指导思想下设计教学内容的,提出了“掌握统计的一些初步知识,能够绘制简单的统计图表”的要求。这些内容的教学也集中安排在小学阶段的最后一学期。后三部义务教育大纲的目标要求大致相同,开始注重使学生“了解一些简单的统计思想和方法”。内容上包

[1] Jones G, Perry B, Nisbet S et al. Assessing and Fostering Children's Statistical Thinking[C]. ICME9, Tokyo, 2000: 35-44.

[2] 刘久成. 小学统计教学六十年发展研究[J]. 数学教育学报, 2011(10): 28-31.

括:数据的收集和整理、简单统计表和统计图的认识,并把原来的平均数应用题改为从统计的角度来说明教学平均数的意义和求平均数的方法。教材的编排也改变了直到小学阶段最后一学期才集中教学统计知识的做法,把统计的学习内容分散在中高年级。

2001年颁布的《全日制义务教育数学课程标准(实验稿)》首次将“统计与概率”作为数学内容的四大领域之一,足以说明对于统计内容的重视。这一标准还明确提出将“统计观念”作为统计课程的核心。

2011年颁布的《义务教育数学课程标准(2011年版)》中则将“统计观念”更名为“数据分析观念”,以凸显数据分析的重要性,并将“数据分析观念”作为统计课程的核心概念。比较统计观念和数据分析观念的刻画,都强调数据分析的意识和数据分析的方法,数据分析观念中还明确提出利用数据体会随机性。重视数据分析和随机是一大进步,这实际上也体现了人们对统计课程教育价值的深入理解。一提到“观念”,显然它就不同于计算、作图等简单技能,而是一种需要在亲身经历的过程中培养出来的对数据的“感悟”,从数据所想到的、所推测到的,以及在此基础上对于统计与概率独特思维方法和应用价值的认识。同时,在课程标准的总目标中,强调四基(基础知识、基本技能、基本思想、基本活动经验)和四能(发现问题、提出问题、分析问题和解决问题的能力),我们需要在总目标下思考统计课程的目标,需要在数据分析观念的核心概念下思考具体内容的教学。

随着课程改革的逐步深入,如何刻画数据分析观念的具体表现,学生对于数据分析观念的理解水平和发展过程是什么,如何将数据分析观念的发展与课程教学有机结合,这些问题都亟待进一步研究。

### 第三节 小学统计课程实施中的困惑

在统计课程实施过程中,无论是教材编写和教师教学都取得了许多经验,进行了许多有益的尝试,当然也存在着一些亟待解决的问题。收集和分析实践中的困惑和问题,重要的有如下两点。

#### 一、降低了统计课程丰富的教育价值

不少学者从各个角度论述了统计课程丰富的教育价值。

史宁中(2005)认为:“首先,养成通过数据来分析问题的习惯。其实质是通过

事实来分析问题,当遇到问题时,应当去调查研究,应当去收集数据,在此基础上进行的推断才可能客观地反映实际背景。其次,建立随机的概念。有些事情可能发生,有些事情可能不发生,这在日常生活中是大量存在的。即便如此,只要我们掌握的信息多了,也能够合理地推断实际背景。第三,学习如何去判断事情的主要因素。统计学能够在一堆看似杂乱无章的数据中提炼信息、寻找规律,这就需要抓主要因素。在统计学中,可能还有其他方面的教育价值,但在中小学阶段统计的教育价值主要就是这样三点。”<sup>[1]</sup>

陈希孺(2000)曾经说过这样一句话:“习惯于从统计规律看问题的人,在思想上不拘执一端,他既认识到一种事物从总的方面看有一定的规律,也承认例外。”<sup>[2]</sup>

穆尔(Moore,1990)认为:“统计学是一种基本的探究方法,是一种一般的思维方式,它比建立这门学科的任何特殊事实或技术都更为重要。如果说,教育的目的是开发广泛的智能技术,统计学应该在教和学上占有不可缺少的重要地位。由不确定的经验数据进行推理也是同样有力而普通的智能方法。”<sup>[3]</sup>

总之,统计课程的教育价值绝不仅仅局限于数据处理的知识和方法,更在于使学生养成基于数据思考问题的意识和习惯,形成运用数据进行推断的思考方式,尊重事实、用数据说话,能明智地应付变化和不确定性,自信而理智地面对充满信息和变化的世界。同时,运用统计解决实际问题,可以发展学生的应用意识;学习如何去判断事情的主要因素、根据要求选择合适的方法等可以帮助学生积累基本的思考经验;发现和提出统计问题、制订解决问题的方案、自己寻找甚至创造方法去处理数据、从数据挖掘中发现新的结论等都是发展学生创新意识的良好素材。

但在实际的教学,不少教师仍偏重于一个个知识点的讲授,认为统计就是教给学生各种统计图表的制作方法和平均数等概念,把统计所蕴含的丰富的教育价值降低为单纯的作图和计算。同时,对于《义务教育数学课程标准(2011年版)》中提出的“根据不同的背景选择合适的方法”“体会数据的随机性”“发展学生发现和

[1] 史宁中,孔凡哲,秦德生,等.中小学统计及其课程教学设计——数学教育热点问题系列访谈之二[J].课程·教材·教法,2005(6):45-50.

[2] 陈希孺.机会的数学[M].北京:清华大学出版社,广州:暨南大学出版社,2000:69.

[3] 大卫·S.穆尔,不确定性[M]//林恩·阿瑟·斯迪恩,站在巨人的肩膀上,胡作玄,译,上海:上海教育出版社,2000:153.

提出问题能力”等,教师普遍不够重视。不妨来看两个例子。

**【案例 1】**某教师在教学复式条形统计图内容的时候,创设了北京市与威海市空气质量比较的情境:我有一个朋友,他在今年五月份的时候去山东省威海市出差了,回来后他跟我说:“威海的空气可清新了,比北京强多了。”后来我把这件事跟咱们同学一说,咱们班同学还都挺不服气的。威海的空气真的有这么好吗?要想知道是不是真的比北京空气好,我们就得比一比。

教师接着出示北京和威海两个城市五月份的空气质量单式条形统计图,提问学生:“看着这两幅统计图,你都知道什么了?”之后教师再出示一张北京和威海两个城市五月份空气质量的复式条形统计图,再次提问:“我是用这样的形式展现的,你能看懂吗?”“把两幅图合成一幅图有什么好处呢?”……

从上面的例子中我们不难看出,“北京和威海哪个城市空气质量好”是一个具有挑战性的实际问题,完全可以鼓励学生经历意识到需要收集数据、设计收集数据的方法、分析数据得出结论的过程。但是从教师的处理看,仅仅把这个富有价值的现实问题当作认识复式条形统计图的“引子”了。

**【案例 2】**某教师为教学平均数,课前以组为单位统计了每位学生一分钟踢毽子的个数,并引用了以下两组数据在课上开展讨论。

第三小组:25、23、34、30、47、25、26。

第五小组:25、31、40、33、29、31。

教师提出问题:请你来评判一下哪个小组踢得好。

(学生出现了很多方法)

方法 1:我可以比较两个队中踢得最多的,也就是拿第三小组最多的和第五小组最多的去比,所以第三小组踢得好。

方法 2:可以比较总数。(这个观点很容易就被其他学生否定了,觉得不公平)

方法 3:我可以一个一个比,把最多的比完了,比第二多的。就是第三小组的第一名和第五小组的第一名比,然后第二名比,就是一个一个对应地去比。

方法 4:既然人数不一样,就把第五小组增加一个人或者是把第三小组去掉一个人。

方法 5:用总数除以每个组的人数,也就是用平均数来比。

(学生就以上方法展开了讨论,除了方法 2 不被认可、方法 1 存在争论外,其余三个方法都得到了认同)

这个案例引发了教师之间的争论。不少教师认为这节课的目标是认识平均