

2020 浙大苏德矿考研数学系列


数学考研真题 权威精解

数学(一)

2019—2005 历年真题及答案精解

主编 © 苏德矿 尉伟雄 张卫

- 学懂弄通悟透真题 拿高分的唯一捷径
- 985 高校名师及其团队 倾力打造
- 解答规范·权威·准确 点出源头及知识点
- 微博课程 + 授课视频 + 答疑辅导

 上海财经大学出版社

2020 浙大苏德矿考研数学系列

数学考研真题 权威精解

数学(一)

2019—2005 历年真题及答案精解

主编 苏德矿 尉伟雄 张卫

上海财经大学出版社

图书在版编目(CIP)数据

数学考研真题权威精解. 数学(一)2019—2005 历年真题及答案精解 / 苏德矿, 尉伟雄, 张卫主编. —上海: 上海财经大学出版社, 2019. 9
(2020 浙大苏德矿考研数学系列)
ISBN 978-7-5642-3360-0/F·3360

I. ①数… II. ①苏…②尉…③张… III. ①高等数学-研究生-入学考试-题解
IV. ①O13-44

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2019)第 176377 号

责任编辑: 袁 敏
封面设计: 贺加贝

数学考研真题权威精解(数学一)

2019—2005 历年真题及答案精解

著 者: 苏德矿 尉伟雄 张 卫 主编

出版发行: 上海财经大学出版社有限公司

地 址: 上海市中山北一路 369 号(邮编 200083)

网 址: <http://www.sufep.com>

经 销: 全国新华书店

印刷装订: 上海崇明裕安印刷厂

开 本: 787mm×1092mm 1/16

印 张: 16.5

字 数: 422 千字

版 次: 2019 年 9 月第 1 版

印 次: 2019 年 9 月第 1 次印刷

定 价: 68.00 元

资源说明



微博:浙江大学苏德矿(金V认证)



微博:矿谷课堂



苏德矿“微积分(一)”授课视频 ★★★★★(五星评价)



苏德矿“微积分(二)”授课视频 ★★★★★(五星评价)



苏德矿“微积分(三)”授课视频 ★★★★★(五星评价)

前 言

考生的基本问题——有什么方法,能让考研数学复习花的时间又少而成绩提高得又快,还能顺利通过考试获得高分?

一般数学老师的回答:没有!

到底有,还是没有?

我们的回答:如果说有,那一定是——

从考试真题入手,通过历年真题的分析研究,学懂、弄通、悟透真题,就可以践行考试拿高分的目标!

那么,怎样从考试真题入手?选择什么样的真题入手?从真题的哪里入手?这都是一门学问。没有多年的实践,是难以科学地回答这些问题的。我们就在努力回答和践行这个命题!

在总结考生多年成功复习经验以及考试的规律性等基础之上,我们整合考研数学真题、考研数学辅导名师、考研机构数学培训师、考研数学出版策划人等多方力量和资源,紧扣考试大纲,抓牢命题意图,瞄准解题方案,本着一切从考生的角度出发,一切为了考生复习效率,一切为了学懂、弄通、悟透,共同商讨研制了本套《数学考研真题权威精解——2019—2005 历年真题及答案精解》。

可以毫不夸张地说,真题是我们准备考研的宝贵材料,考研真题是集结了命题专家团队的精华,包含了许多考试信息和讯号。在做真题的过程中,可以掌握出题人的思路及答题的方式方法,同时也是检查衡量考生复习情况的标准。

一、做真题的意义

考研真题至少具备两个层面的意义:从微观层面上看,通过真题可以了解考试的题型和分值;从宏观层面上看,真题蕴藏着命题考查的特点和惯性。

对真题,不能仅仅是做一两遍,答案早就熟记在心,而是应该拿出研究的劲头,将历年题目搞懂悟透、入心入脑,“触类旁通”就是理所当然的事情了。

二、真题的重要性

自从1987年以来,考研数学实行了全国统一考试,命题的科学性、严肃性、稳定性由此逐渐达到了国家标准,数学科目的命题现在也已经非常成熟,但也逐渐出现了两大特点:

首先,考研数学命题的风格稳定:重视基础,淡化技巧,计算量大。数学试题是命题组集体智慧的结晶,在确定了上述命题的风格和原则后,考题受到命题组各位专家自身偏好的影响很小。所以做好历年真题,是摸清考研数学试题风格的最好途径。

其次,考研数学命题的形势特殊:命题时间短,任务重,参考以往考题成为一种必须。在确保考研数学命题的安全性,不出现泄露考题的情况下,现在的考研命题时间较短,已经不再像多年前那样宽松(以前命题都是提前半年出好题,留出足够的时间来校对和检验试题的正确性和科学性)——在考前集中命题,几乎没有时间校对和检验了。所以,为了保证试题不出错且难度

数学(一)

适中,命题者往往会考虑选择近年命制过的试题(包括未考过的备考卷试题),以此为基础,“参考”“改编”甚至“照搬”这些题。因此考生应该懂得,做好历年真题,是预测考研数学考题的极好途径。

如果我们希望预知数学的未来,最合适的途径就是研究这门科学的历史和现状。

——法国数学家庞加莱

三、本书区别于其他同类书籍的特色

解析权威:由 985 高校著名考研辅导专家联合顶尖机构考研数学培训教师共同解析,一题多解,解答规范。团队深谙命题意图,熟悉解题套路,训练经验丰富。凡是由命题人自己写的答案,忠实其答案;凡是由考试中心组织专家编写的答案,参考其答案。总之,本书对真题的答案解析,是最权威、最优化的。事实上,本书最具特色的部分是,每一道题都体现其根据,每一个解析都尽量点出源头及知识点。

编撰专业:由专业出版机构首席出版人梳理校对,排版规范,双色呈现,版面舒适。鉴于市面上同类辅导书籍质量各异、参差不齐的局面,我们努力打造的这套系列用书,希望为考生带来高质量的复习资料。

紧扣大纲:研究生考试命题不以《教学基本要求》或某一指定教材为依据,而是以《考试大纲》为依据。为方便学生复习,我们将《考试大纲》中的考试内容和考试要求作为附录材料,供考生查漏补缺,对症下药。

选题科学:本书收录了 2019 年回溯至 2005 年的全部真题共 15 套,每套分为试卷和真题解析两个部分。关于试题收录全面性问题,考生一般会习惯性地认为,购买从 1987 年以来的所有真题,备上一份完整的历史资料,尽善尽美地研究其历史和现状,岂不酣爽美哉!其实这种做法往往犯了典型的完美主义错误,并不现实。首先,复习时间根本不允许你去研究 32 年以来这么大跨度的试题量,而且早年的试题已经传播广泛,有些已进入课堂,题目略显陈旧,有些已不符合现在的《考试大纲》的要求,命题者也不太会翻阅过于陈旧的历史题目;其次,近十五年的试题已经足够充分体现命题组的最新集体成果,而且又普遍全面地反映了最新命题特征和大纲要求。因此,我们支持并采用掐取新近十五年的考题样本的做法,去粗取精,科学抽样,这也是符合大纲要求的。更重要的一点,是要为考生省时省力,精准瞄准考试,提高复习效率。

四、本书使用说明

本书收录 2019 年回溯至 2005 年的全部真题 15 套,每套分为试卷和真题解析两个部分。考生可以先按照模拟训练的方式,在指定的时间内(180 分钟)完成测验,然后对照答案给出分数,先对自己的水平有个基本评估,不必在乎分数高低。之后就是最重要的环节——分析和研究真题解析,这个部分就要对自己提出严格要求:啃烂嚼透,能默能诵。可能有人会怀疑采用这种方式复习科学的科学性,且看数学家华罗庚是怎么说的:

勤能补拙是良训,一分辛苦一分才。

如果能做到能默能诵之“熟能”,你还担心考试不“生巧”吗!

所以,这套书本着大部分考生的基础和水平要求,提供一条快速提高复习效果的捷径。首先考生已经学习过高等数学、线性代数及概率论与数理统计,对数学内容有了一定的印象,但不深刻或者有的也已经全部“还给”老师了。但这并不影响复习,通过试卷的训练和分析研究入

手,配合知识点模块来梳理,以达到复习收回和迅速掌握的目的。这是一个找回的过程,比先复习后做题要来得快,效率要高得多。通过实战训练来达到快速提升的效果。

本系列按照考试科目共分三册——数学(一);数学(二);数学(三)。考生可根据所报专业门类所属选择不同的分册,经济实惠,针对性强,效率又高。

最后,感谢从命题组中退下来的老专家们,在数学真题的收集整理、解析商讨中,他们做出了重要的贡献!

感谢出版部门和相关编辑提供的帮助和支持!

感谢我们团队的共同努力和付出!

感谢广大考生的关注和支持,祝你们——大鹏一日同风起,扶摇直上九万里!

苏德矿

2019年8月17日

目 录

I. 试卷分类及使用专业	1
II. 考试形式及试卷结构	3
III. 十五年全国硕士研究生招生考试真题及解析(2019—2005)	5
2019 年全国硕士研究生招生考试数学(一)试题	5
2019 年全国硕士研究生招生考试数学(一)真题解析	9
2018 年全国硕士研究生招生考试数学(一)试题	20
2018 年全国硕士研究生招生考试数学(一)真题解析	23
2017 年全国硕士研究生招生考试数学(一)试题	38
2017 年全国硕士研究生招生考试数学(一)真题解析	41
2016 年全国硕士研究生招生考试数学(一)试题	53
2016 年全国硕士研究生招生考试数学(一)真题解析	57
2015 年全国硕士研究生招生考试数学(一)试题	73
2015 年全国硕士研究生招生考试数学(一)真题解析	76
2014 年全国硕士研究生入学统一考试数学(一)试题	90
2014 年全国硕士研究生入学统一考试数学(一)真题解析	94
2013 年全国硕士研究生入学统一考试数学(一)试题	111
2013 年全国硕士研究生入学统一考试数学(一)真题解析	114
2012 年全国硕士研究生入学统一考试数学(一)试题	130
2012 年全国硕士研究生入学统一考试数学(一)真题解析	134
2011 年全国硕士研究生入学统一考试数学(一)试题	144
2011 年全国硕士研究生入学统一考试数学(一)真题解析	147
2010 年全国硕士研究生入学统一考试数学(一)试题	157
2010 年全国硕士研究生入学统一考试数学(一)真题解析	160
2009 年全国硕士研究生入学统一考试数学(一)试题	170
2009 年全国硕士研究生入学统一考试数学(一)真题解析	174
2008 年全国硕士研究生入学统一考试数学(一)试题	185
2008 年全国硕士研究生入学统一考试数学(一)真题解析	188
2007 年全国硕士研究生入学统一考试数学(一)试题	198
2007 年全国硕士研究生入学统一考试数学(一)真题解析	202
2006 年全国硕士研究生入学统一考试数学(一)试题	214
2006 年全国硕士研究生入学统一考试数学(一)真题解析	218
2005 年全国硕士研究生入学统一考试数学(一)试题	228
2005 年全国硕士研究生入学统一考试数学(一)真题解析	232

数学(一)

IV. 附录:数学(一)考试内容及考试要求	243
高等数学	243
线性代数	248
概率论与数理统计	250

I

第一部分

试卷分类及使用专业

根据工学、经济学、管理学各学科、专业对硕士研究生入学所应具备的数学知识和能力的不同要求,硕士研究生招生考试数学试卷分为3种,其中针对工学门类的为数学(一)、数学(二),针对经济学和管理学门类的为数学(三)。招生专业须使用的试卷种类规定如下:

一、须使用数学(一)的招生专业

1. 工学门类中的力学、机械工程、光学工程、仪器科学与技术、冶金工程、动力工程及工程热物理、电气工程、电子科学与技术、信息与通信工程、控制科学与工程、计算机科学与技术、土木工程、水利工程、测绘科学与技术、交通运输工程、船舶与海洋工程、航空宇航科学与技术、兵器科学与技术、核科学与技术、生物医学工程等20个一级学科中所有的二级学科、专业。

2. 授工学学位的管理科学与工程一级学科。

二、须使用数学(二)的招生专业

工学门类中的纺织科学与工程、轻工技术与工程、农业工程、林业工程、食品科学与工程5个一级学科中所有的二级学科、专业。

三、须选用数学(一)或数学(二)的招生专业(由招生单位自定)

工学门类中的材料科学与工程、化学工程与技术、地质资源与地质工程、矿业工程、石油与天然气工程、环境科学与工程等一级学科中对数学要求较高的二级学科、专业选用数学(一),对数学要求较低的选用数学(二)。

四、须使用数学(三)的招生专业

1. 经济学门类的各一级学科。

2. 管理学门类中的工商管理、农林经济管理一级学科。

3. 授管理学学位的管理科学与工程一级学科。

II

第二部分

考试形式及试卷结构

一、试卷满分及考试时间

各卷种试卷满分均为 150 分,考试时间为 180 分钟。

二、答题方式

答题方式为闭卷、笔试。

三、试卷内容结构

分值比例 考试内容	卷种	数学(一)	数学(二)	数学(三)
	高等数学(或微积分)	56%	78%	56%
线性代数	22%	22%	22%	
概率论与数理统计	22%	—	22%	

四、试卷题型结构

各卷种试卷题型结构均为:

单项选择题 8 小题,每小题 4 分,共 32 分
填空题 6 小题,每小题 4 分,共 24 分
解答题(包括证明题) 9 小题,共 94 分

一、选择题(1~8 小题,每小题 4 分,共 32 分,下列每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的,请将所选项前的字母填在答题纸指定位置上.)

(1) 当 $x \rightarrow 0$ 时,若 $x - \tan x$ 与 x^k 是同阶无穷小,则 $k =$

- (A) 1. (B) 2.
(C) 3. (D) 4.

(2) 设函数 $f(x) = \begin{cases} x|x|, & x \leq 0, \\ x \ln x, & x > 0, \end{cases}$ 则 $x=0$ 是 $f(x)$ 的

- (A) 可导点,极值点. (B) 不可导点,极值点.
(C) 可导点,非极值点. (D) 不可导点,非极值点.

(3) 设 $\{u_n\}$ 是单调增加的有界数列,则下列级数中收敛的是

- (A) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{u_n}{n}$. (B) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{1}{u_n}$.
(C) $\sum_{n=1}^{\infty} \left(1 - \frac{u_n}{u_{n+1}}\right)$. (D) $\sum_{n=1}^{\infty} (u_{n+1}^2 - u_n^2)$.

(4) 设函数 $Q(x, y) = \frac{x}{y^2}$. 如果对上半平面 ($y > 0$) 内的任意有向光滑封闭曲线 C 都有

$\oint_C P(x, y)dx + Q(x, y)dy = 0$, 那么函数 $P(x, y)$ 可取为

- (A) $y - \frac{x^2}{y^3}$. (B) $\frac{1}{y} - \frac{x^2}{y^3}$.
(C) $\frac{1}{x} - \frac{1}{y}$. (D) $x - \frac{1}{y}$.

(5) 设 A 是三阶实对称矩阵, E 是三阶单位矩阵. 若 $A^2 + A = 2E$, 且 $|A| = 4$, 则二次型 $x^T A x$ 的规范形为

- (A) $y_1^2 + y_2^2 + y_3^2$. (B) $y_1^2 + y_2^2 - y_3^2$.
(C) $y_1^2 - y_2^2 - y_3^2$. (D) $-y_1^2 - y_2^2 - y_3^2$.

(6) 如图所示,有 3 张平面两两相交,交线相互平行,它们的方程

$$a_{i1}x + a_{i2}y + a_{i3}z = d_i \quad (i=1, 2, 3)$$

组成的线性方程组的系数矩阵和增广矩阵分别记为 A, \bar{A} , 则

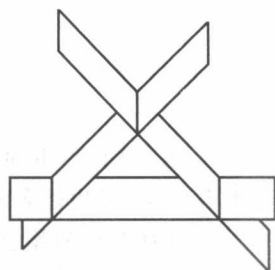
- (A) $r(A) = 2, r(\bar{A}) = 3$. (B) $r(A) = 2, r(\bar{A}) = 2$.
(C) $r(A) = 1, r(\bar{A}) = 2$. (D) $r(A) = 1, r(\bar{A}) = 1$.

(7) 设 A, B 为随机事件,则 $P(A) = P(B)$ 的充分必要条件是

- (A) $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$. (B) $P(AB) = P(A)P(B)$.
(C) $P(A\bar{B}) = P(B\bar{A})$. (D) $P(AB) = P(\bar{A}\bar{B})$.

(8) 设随机变量 X 与 Y 相互独立,且都服从正态分布 $N(\mu, \sigma^2)$, 则 $P\{|X - Y| < 1\}$

- (A) 与 μ 无关,而与 σ^2 有关. (B) 与 μ 有关,而与 σ^2 无关.
(C) 与 μ, σ^2 都有关. (D) 与 μ, σ^2 都无关.



二、填空题(9~14 小题,每小题 4 分,共 24 分,请将答案写在答题纸指定位置上.)

(9) 设函数 $f(u)$ 可导, $z = f(\sin y - \sin x) + xy$, 则 $\frac{1}{\cos x} \cdot \frac{\partial z}{\partial x} + \frac{1}{\cos y} \cdot \frac{\partial z}{\partial y} =$

(10) 微分方程 $2yy' - y^2 - 2 = 0$ 满足条件 $y(0) = 1$ 的特解 $y =$ _____.

(11) 幂级数 $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{(2n)!} x^n$ 在 $(0, +\infty)$ 内的和函数 $S(x) =$ _____.

(12) 设 Σ 为曲面 $x^2 + y^2 + 4z^2 = 4 (z \geq 0)$ 的上侧, 则 $\iint_{\Sigma} \sqrt{4 - x^2 - 4z^2} dx dy =$ _____.

(13) 设 $A = (\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3)$ 为三阶矩阵, 若 α_1, α_2 线性无关, 且 $\alpha_3 = -\alpha_1 + 2\alpha_2$, 则线性方程组 $Ax = 0$ 的通解为 _____.

(14) 设随机变量 X 的概率密度为 $f(x) = \begin{cases} \frac{x}{2}, & 0 < x < 2, \\ 0, & \text{其他,} \end{cases}$ $F(x)$ 为 X 的分布函数, EX

为 X 的数学期望, 则 $P\{F(X) > EX - 1\} =$ _____.

三、解答题(15~23 小题, 共 94 分. 请将解答写在答题纸指定位置上. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.)

(15) (本题满分 10 分)

设函数 $y(x)$ 是微分方程 $y' + xy = e^{-\frac{x^2}{2}}$ 满足条件 $y(0) = 0$ 的特解.

(I) 求 $y(x)$;

(II) 求曲线 $y = y(x)$ 的凹凸区间及拐点.

(16) (本题满分 10 分)

设 a, b 为实数, 函数 $z = 2 + ax^2 + by^2$ 在点 $(3, 4)$ 处的方向导数中, 沿方向 $l = -3i - 4j$ 的方向导数最大, 最大值为 10.

(I) 求 a, b ;

(II) 求曲面 $z = 2 + ax^2 + by^2 (z \geq 0)$ 的面积.

(17) (本题满分 10 分)

求曲线 $y = e^{-x} \sin x (x \geq 0)$ 与 x 轴之间图形的面积.

(18) (本题满分 10 分)

设 $a_n = \int_0^1 x^n \sqrt{1-x^2} dx (n = 0, 1, 2, \dots)$.

(I) 证明: 数列 $\{a_n\}$ 单调减少, 且 $a_n = \frac{n-1}{n+2} a_{n-2} (n = 2, 3, \dots)$;

(II) 求 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n}{a_{n-1}}$.

(19) (本题满分 10 分)

设 Ω 是由锥面 $x^2 + (y-z)^2 = (1-z)^2 (0 \leq z \leq 1)$ 与平面 $z = 0$ 围成的锥体, 求 Ω 的形心坐标.

(20) (本题满分 11 分)

设向量组 $\alpha_1 = (1, 2, 1)^T$, $\alpha_2 = (1, 3, 2)^T$, $\alpha_3 = (1, a, 3)^T$ 为 \mathbf{R}^3 的一个基, $\beta = (1, 1, 1)^T$ 在基下的坐标为 $(b, c, 1)^T$.

(I) 求 a, b, c ;(II) 证明 $\alpha_2, \alpha_3, \beta$ 为 \mathbf{R}^3 的一个基, 并求 $\alpha_2, \alpha_3, \beta$ 到 $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ 的过渡矩阵.

(21) (本题满分 11 分)

已知矩阵 $A = \begin{pmatrix} -2 & -2 & 1 \\ 2 & x & -2 \\ 0 & 0 & -2 \end{pmatrix}$ 与 $B = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & y \end{pmatrix}$ 相似.

(I) 求 x, y ;(II) 求可逆矩阵 P , 使得 $P^{-1}AP = B$.

(22) (本题满分 11 分)

设随机变量 X 与 Y 独立, X 服从参数为 1 的指数分布, Y 的概率分布为 $P\{Y = -1\} = p$, $P\{Y = 1\} = 1 - p$ ($0 < p < 1$), 令 $Z = XY$.

(I) 求 Z 的概率密度;(II) p 为何值时, X 与 Z 不相关?(III) X 与 Z 是否相互独立?

(23) (本题满分 11 分)

设总体 X 的概率密度为 $f(x; \sigma^2) = \begin{cases} \frac{A}{\sigma} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}, & x \geq \mu, \\ 0, & x < \mu, \end{cases}$ 其中 μ 是已知参数, $\sigma > 0$ 是未知参数, A 是常数, X_1, X_2, \dots, X_n 是来自总体 X 的简单随机样本.

(I) 求 A ;(II) 求 σ^2 的最大似然估计量.