SHUXUE

新课程标准高考备考系列丛书之二

2009年 高考数学复习 专题讲座

（理科）

2009年广东高考最权威的数学复习资料，
由大学教授、广州市高中数学教研员
和中学数学骨干教师联手打造，
供广州市第二轮高考复习使用。

广州市中学数学教学研究会
广州市高考数学试题研究组 编

广东省出版集团
新世纪出版社

新课程标准高考备考系列丛书之二

2009年高考数学复习专题讲座

（理科）

广州市中学数学教学研究会
广州市高考数学试题研究组 编

·广州·
廣東省出版集團
新世纪出版社

图书在版编目（CIP）数据

2009年高考数学复习专题讲座．理科／广州市中学数学教研会编．—3版．—广州：新世纪出版社，2008.12

ISBN 978-7-5405-3269-7

Ⅰ.2…　Ⅱ.广…　Ⅲ.数学课－高中－习题－升学参考资料　Ⅳ.G634.603

中国版本图书馆CIP数据核字（2007）第167536号

出 版 人：陈锐军
责任编辑：熊　雁
封面设计：胡改咏
责任技编：陈静娴

新课程标准高考备考系列丛书之二

2009年高考数学复习专题讲座
（理科）

广州市中学数学教学研究会
广州市高考数学试题研究组　编

*

新世纪出版社出版发行
广州新华印务有限公司
（惠福西路走木街30号）
787毫米×1092毫米　16开本　15印张　300,000字
2006年12月第1版　2007年12月第2版
2008年12月第3版　2008年12月第3次印刷
ISBN 978-7-5405-3269-7
定价：26.50元（含解答）

编者的话

新课程高考已经实施两年，对新课程高考的种种疑虑已基本澄清。2008版《新课程标准高考备考系列丛书》由于对2008年新课程高考广东卷命题的内容和要求把握准确而受到广泛称赞。应广大师生的强烈要求，广州市中学数学教学研究会根据对2009年高考广东卷命题趋势的分析，在2008版的基础上通过修订，继续编辑出版了本系列丛书，供2009年高考数学科第二轮复习使用。

广州市中学数学教学研究会成立于1961年，于1986年在广州市民政局登记成为具有法人资格的专业学术团体，广州市全体中学数学教师均为其会员，其理事会成员由广州市中学数学教研员和广州市中学数学骨干教师组成，下辖初中、高一、高二、高三四个年级中心组和高考、中考两个数学试题研究组。在广州市教育局教研室的直接指导下，广州市中学数学教学研究会承担了组织开展广州市中学各年级全市性数学教研活动的任务，在优化教学内容、改善教学方式、优质资源共享，特别是在高考、中考备考研究等方面均取得了显著的成绩，为广州市中学数学教师的专业发展，为全面提高广州市的中学数学教学质量作出了重要的贡献。

本系列丛书包括《2009年高考数学客观题过关训练》（文理兼用）、《2009年高考数学复习专题讲座·理科》、《2009年高考数学复习专题讲座·文科》三本书籍。这三本书籍包含了2009年普通高等学校招生全国统一考试新课程标准数学科考试大纲及广东省考试说明中的必考内容与选考内容，体现了广州市高考数学试题研究组对2009年广东省高考数学命题特点的分析，反映了广州市高中数学教学的经验，是广州市数学高考复习备考优秀成果的结晶。

本系列丛书由谭国华（广州市教育局教研室副主任、高中数学教研员）担任主审，由周伟锋（广东省首批名教师、广州市中学数学教学研究会会长兼广州市高考数学试题研究组组长）担任丛书主编，由张先龙（广州市中学数学教学研究会副会长兼广州市高考数学试题研究组副组长、广州市第二中学副校长）、曾辛金（广州市教育局教研室数学科科长、高中数学教研员、广州市中学数学教学研究会常务理事）、严运华（广州市番禺区教研室高中数学教研员、广州市中学数学教学研究会常务理事）担任丛书副主编。

《2009年高考数学复习专题讲座·理科》一书共有二十六讲，每讲由五部分组成：

一、考点分析：主要说明本讲在中学数学中的地位，以及在高考中考查的主要方向，并指出本讲主要注意事项。

二、考题精讲：一般每讲列举三道解答题，第一道为容易题，第二道为中等题，第三道为中等偏难题。对每道题给出详细解答，并作适当的点评，点评的针对性强，富有启迪性。

三、基础训练：一般为二道选择题，二道填空题，三道解答题，基本上为容易题或中等题。

四、能力提高：一般为二道解答题，题目较难，主要供数学基础较好的学生选用。

五、参考答案：选择题与填空题都有简答或提示，解答题都有详细解答。

《2009年高考数学复习专题讲座·理科》一书由广州市教育局教研室高中数学教研员曾辛金担任主编。参加该书编写的人员有：曾辛金（第一、二十一、二十五、二十六讲）、付院花（第二、四、五讲）、彭雨茂（第三、六讲）、谭建东（第七、八讲）、张志红（第九～十二、二十四讲）、伍晓焰（第十七～第二十讲）、肖凌戆（第十三～十六、二十二、二十三讲）。

为了保证书稿的质量，本系列丛书还邀请了一批广州市中学数学骨干教师参与审校工作，在此表示感谢。

尽管参与本系列丛书编写和审校的人员均抱着非常认真的态度从事着编写与出版工作，但由于水平有限，或偶有疏忽，本系列丛书必定还存在一些不足之处，恳请广大教师和学生提出批评、建议，以便再版时修订。

编　者

2008年12月

目　　录

第一讲　集合与常用逻辑用语

一、考点分析

集合语言是现代数学的基本语言，使用集合语言可以简捷、准确地表达数学的一些内容. 高考对集合考查有两种主要形式：一是直接考查集合的概念与运算，这类题型多为选择题或填空题；二是以集合为工具考查集合语言和集合思想的运用，集合问题多与函数、方程、不等式、解析几何等有关，故要注意知识的联系.

常用逻辑用语介绍了数理逻辑中的一些基本内容，需对数学概念有准确的记忆和深层次的理解. 高考对常用逻辑用语的考查主要是命题之间的相互转化以及充要条件问题.

本讲主要注意事项：

1. 正确理解集合的意义，明确集合的元素及所具有的性质.

2. 注意集合中元素的三要素(确定性、互异性、无序性)，特别是元素的互异性对解题的影响.

3. 空集$\varnothing$是一个特殊的集合，它在解题中往往起到关键的作用，切不可疏忽.

4. 掌握集合的图形表示(即 Venn 图)、数轴表示等基本方法.

5. 重视集合中的等价转化，如 $B\subseteq A\Leftrightarrow A\cup B=A\Leftrightarrow A\cap B=B$ 等.

6. 判断复合命题的真假时，一般利用真值表来判断.

7. 掌握充要条件的常用判定方法：

(1)定义法；

(2)等价法：即利用“$A\Rightarrow B$”$\Leftrightarrow$“$\neg B\Rightarrow\neg A$”；“$B\Rightarrow A$”$\Leftrightarrow$“$\neg A\Rightarrow\neg B$”；“$A\Leftrightarrow B$”$\Leftrightarrow$“$\neg B\Leftrightarrow\neg A$”. 对于条件或结论是不等关系的命题，一般运用等价法.

(3)利用集合间的包含关系判断：若 $A\subseteq B$，则 A 是 B 的充分条件或 B 是 A 的必要条件；若 $A=B$，则 A 是 B 的充要条件.

8. 正确理解“命题的否定”与“否命题”之间的联系与区别. 一般含有全称量词命题的否定为特称量词命题，反之亦然.

二、考题精讲

例1 设集合 $A=\{-4, 2a-1, a^2\}$，$B=\{9, a-5, 1-a\}$，已知 $A\cap B=\{9\}$，求实数 a 的值.

解 $\because A\cap B=\{9\}$，$\therefore 9\in A$.

若 $2a-1=9$，则 $a=5$. 此时 $A=\{-4, 9, 25\}$，$B=\{9, 0, -4\}$，与 $A\cap B=\{9\}$ 矛盾，舍去.

若 $a^2=9$，则 $a=\pm3$.

当 $a=3$ 时，$A=\{-4, 5, 9\}$，$B=\{-2, -2, 9\}$，与集合中元素的互异性矛盾，舍去.

当 $a=-3$ 时，$A=\{-4, -7, 9\}$，$B=\{9, -8, 4\}$，符合题意.

综上可知，$a=-3$.

点评 本题主要考查集合元素的基本特征——确定性、互异性、无序性. 切入点是分类讨论思想，由于集合中元素用字母表示，检验结果必不可少.

例2 已知集合 $A=\{x\mid x^2-(t^2+t+1)x+t(t^2+1)>0\}$，$B=\left\{x\mid x=\frac{1}{2}m^2-m+\frac{5}{2}, 0\leqslant m\leqslant 3\right\}$. 若 $A\cap B=\varnothing$，求实数 t 的取值范围.

解 因为 $x=\frac{1}{2}m^2-m+\frac{5}{2}=\frac{1}{2}(m-1)^2+2$，$0\leqslant m\leqslant 3$，

则当 $m=1$ 时，x 取最小值2，当 $m=3$ 时，x 取最大值4，

故 $B=\{x\mid 2\leqslant x\leqslant 4\}$.

又因为 $x^2-(t^2+t+1)x+t(t^2+1)>0$，

即 $(x-t)(x-t^2-1)>0$，

而 $t^2+1-t=\left(t-\frac{1}{2}\right)^2+\frac{3}{4}>0$，

所以 $A=\{x\mid x<t，或 x>t^2+1\}$.

由于 $A\cap B=\varnothing$，

所以 $\begin{cases}t\leqslant 2,\\ t^2+1\geqslant 4.\end{cases}$ 解得 $t\leqslant -\sqrt{3}$ 或 $\sqrt{3}\leqslant t\leqslant 2$.

故实数 t 的取值范围为 $(-\infty\ -\sqrt{3}]\cup[\sqrt{3}, 2]$.

点评 本题主要考查集合、函数、不等式的基本概念与运算，集合 B 中的元素，

其实就是闭区间上函数的值域，在求集合 A 时，要先比较两个带有参数值的大小，而不要盲目分类讨论. 在处理 $A\cap B=\varnothing$ 时，要注意其中 A 和 B 是否为 $\varnothing$，这是比较容易被忽视的问题.

例3 已知 $c>0$，设

P：函数 $y=c^x$ 在 $\mathbf{R}$ 上单调递减.

Q：不等式 $x+|x-2c|>1$ 的解集为 $\mathbf{R}$.

如果 P 和 Q 有且仅有一个正确，求 c 的取值范围.

解 函数 $y=c^x$ 在 $\mathbf{R}$ 上单调递减 $\Leftrightarrow 0<c<1$.

不等式 $x+|x-2c|>1$ 的解集为 $\mathbf{R}\Leftrightarrow$ 函数 $y=x+|x-2c|$ 在 $\mathbf{R}$ 上恒大于 1.

$$\because x+|x-2c|=\begin{cases}2x-2c, & x\geqslant 2c,\\ 2c, & x<2c.\end{cases}$$

$\therefore$ 函数 $y=x+|x-2c|$ 在 $\mathbf{R}$ 上的最小值为 $2c$，$\therefore 2c>1$，即 $c>\dfrac{1}{2}$.

如果 P 正确，且 Q 不正确，则 $0<c\leqslant\dfrac{1}{2}$.

如果 P 不正确，且 Q 正确，则 $c\geqslant 1$.

所以 c 的取值范围为 $\left(0,\ \dfrac{1}{2}\right]\cup[1,\ +\infty)$.

点评 本题主要考查常用逻辑用语与函数的相关知识，涉及到命题的判断、指数函数、绝对值概念，这些都是中学数学的重点内容. 题目表述新颖，在强化函数与不等式结合的基础上，寻求新的知识交汇点，融入了数学课程改革的新思想，值得好好品味.

三、基础训练

1. 已知集合 $A=\{0,\ 2,\ 3\}$，$B=\{x\mid x=ab,\ a、b\in \mathbf{A}\}$，则集合 B 子集个数有（　　）个.

(A) 4　　(B) 8

(C) 16　　(D) 15

2. 给出如下四个命题：① $\forall n\in\mathbf{N}$，若 $\sqrt{n}\in\mathbf{N}$，则 n 是完全平方数；② $\forall a,\ b\in\mathbf{R}$，若 $a^2=ab$，则 $a=b$；③ $\forall x,\ q\in\mathbf{R}$，若关于 x 的方程 $x^2+x-q=0$ 有实根，则 $q>0$；④ $\forall x,\ y\in\mathbf{R}$，若 $x=0$ 或 $y=0$，则 $xy=0$.

其中为真命题的是(　　).

(A) ①④　　(B) ①③

(C) ②④　　(D) ②③

3. 设集合 $M=\left\{x \mid 0\leqslant x\leqslant\frac{3}{4}\right\}$，$N=\left\{x \mid \frac{2}{3}\leqslant x\leqslant 1\right\}$，如果把 $b-a$ 叫做集合 $\{x \mid a\leqslant x\leqslant b\}$ 的"长度"，那么集合 $M\cap N$ 的"长度"是________.

4. 设 $f(x)$ 是定义在 $\mathbf{R}$ 上的减函数，且 $f(0)=3$，$f(3)=-1$，设 $P=\{x \mid -1<f(x+t)<3\}$，$Q=\{x \mid f(x)<-1\}$，若"$x\in P$"是"$x\in Q$"的充分不必要条件，则实数 t 的取值范围是________.

5. 已知方程 $x^2+px+q=0$ 的两个不相等实根为 α、β. 集合 $A=\{\alpha, \beta\}$，$B=\{2, 4, 5, 6\}$，$C=\{1, 2, 3, 4\}$，$A\cap C=A$，$A\cap B=\varnothing$，求 p、q 的值.

6. 设 p：方程 $x^2+mx+1=0$ 有两个不等的负根，q：方程 $4x^2+4(m-2)x+1=0$ 无实根. 若"$p\vee q$"为真，"$p\wedge q$"为假，求实数 m 的取值范围.

7. 已知 $a>0$ 且 $a\neq 1$，设

P：函数 $y=\log_a(x+1)$ 在 $(0,+\infty)$ 上单调递减；

Q：曲线 $y=x^2+(2a-3)x+1$ 与 x 轴交于不同的两点.

如果 P 和 Q 有且仅有一个正确，求 a 的取值范围.

四、能力提高

8. 已知函数 $y=\sqrt{(2+x)(3-x)}$ 的定义域为集合 A，函数 $y=\lg(kx^2+4x+k+3)$ 的定义域为集合 B，若 $A\subset B$，求实数 k 的取值范围.

9. 设 a、b 是两个实数，

$A=\{(x, y) \mid x=n, y=na+b, n$ 是整数$\}$，

$B=\{(x, y) \mid x=m, y=3m^2+15, m$ 是整数$\}$，

$C=\{(x, y) \mid x^2+y^2\leqslant 144\}$，

是平面 xOy 内的点集合，讨论是否存在实数 a 和 b 使得：①$A\cap B\neq\varnothing$（$\varnothing$表示空集），②$(a, b)\in C$ 同时成立.

第二讲　函数的图象和性质

一、考点分析

考纲对函数图象与性质的要求是："会运用函数图象理解和研究函数的性质"，"运用"属于较高层次要求．函数图象可以形象地反映函数的性质，函数的性质反映了函数关系，函数关系决定了函数图象．在数学学科中，数形结合思想的应用最主要的"形"就是函数图象．通过观察函数图象可以确定函数的变化趋势、对称性、分布情况等性质．高考对函数图象的考查主要是作图、识图、图象变换以及利用函数的图象研究函数性质和分析解决有关问题的能力．函数性质主要考查函数的定义域、值域、单调性、奇偶性、周期性、对称性等．

本讲主要注意事项：

1. 画函数的图象或研究函数的性质时，一定要注意定义域的限制．

2. 判断函数 $y=f(x)$ 的奇偶性时，注意观察函数的定义域是否关于原点对称．同时注意"函数的定义域关于原点对称"与"奇函数的图象关于原点对称"的内涵是不同的．

3. 函数的图象一般可以由两种方法得到：(1)描点法；(2)利用基本函数图象的平移、对称、翻折、伸缩等变换．用描点法画图象时，可结合函数的性质，比如奇偶性、周期性、单调性等．

4. 会"画图"，还要会"识图"，能根据函数的图象研究函数的定义域、值域、单调性、奇偶性、周期性等性质．

5. 注意对抽象函数 $y=f(x)$ 的对称性与周期性的识别，如 $f(a+x)=f(a-x)$ 和 $f(x+a)=f(x-a)$ 在形式上相近，有时难以区分，可以对比学习．

二、考题精讲

例 1　证明函数 $f(x)=-x^3+1$ 是 $\mathbf{R}$ 上的减函数．

证明 设 x_1、$x_2 \in (-\infty, +\infty)$，且 $x_1 < x_2$，

则 $f(x_1) - f(x_2) = (-x_1^3 + 1) - (-x_2^3 + 1) = x_2^3 - x_1^3$

$= (x_2 - x_1)(x_2^2 + x_2x_1 + x_1^2)$

$= (x_2 - x_1)\left[\left(x_2 + \frac{1}{2}x_1\right)^2 + \frac{3}{4}x_1^2\right].$

由 $x_1 < x_2$，则 $x_2 - x_1 > 0$，得 $f(x_1) - f(x_2) > 0$，所以 $f(x_1) > f(x_2)$.

所以 $f(x) = -x^3 + 1$ 在 $\mathbf{R}$ 上是减函数.

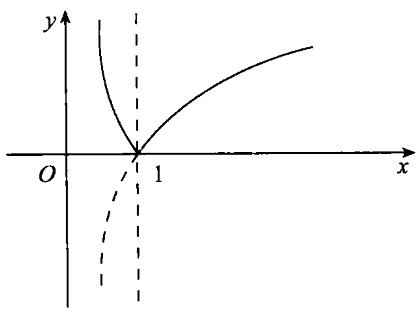
点评 根据定义证明函数的单调性分三个步骤：①设变量，②作差，③判断符号. 本题也可以利用导数知识证明.

例 2 作出下列函数的图象.

(Ⅰ) $y = |\log_2 x|$

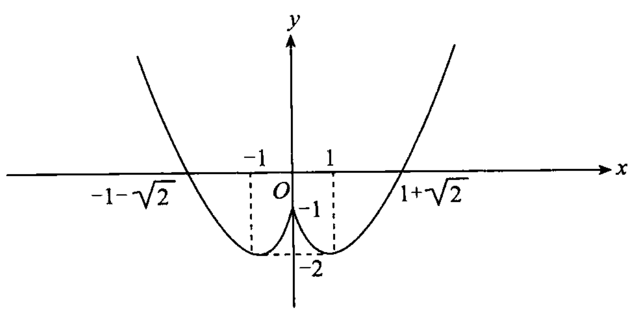
(Ⅱ) $y = x^2 - 2|x| - 1$

解 (Ⅰ) $y = |\log_2 x| = \begin{cases} \log_2 x & (x \geqslant 1), \\ -\log_2 x & (0 < x < 1). \end{cases}$ 函数的图象如图：



(Ⅱ) $y = x^2 - 2|x| - 1$ 可化为 $y = \begin{cases} x^2 - 2x - 1 (x \geqslant 0), \\ x^2 + 2x - 1 (x < 0). \end{cases}$ 即 $y = \begin{cases} (x-1)^2 - 2 (x \geqslant 0), \\ (x+1)^2 - 2 (x < 0). \end{cases}$

函数的图象如图：



点评 本题主要考查 $y=|f(x)|$ 和 $y=f(|x|)$ 两种类型的函数图象的作法：

(1)将 $y=f(x)$ 的图象在 x 轴下方的部分以 x 轴为对称轴翻折到 x 轴上方，其余部分不变，即得到 $y=|f(x)|$ 的图象；

(2)将 $y=f(x)$ 的图象($x\geqslant 0$)的部分作出，再利用偶函数的图象关于 y 轴的对称性，作出 $x<0$ 时的图象即得到 $y=f(|x|)$ 的图象.

例3 函数 $f(x)$ 的定义域为 $\mathbf{R}$，并且对一切实数 x 都满足 $f(2+x)=f(2-x)$

(Ⅰ)证明：函数 $y=f(x)$ 的图象关于直线 $x=2$ 对称

(Ⅱ)若 $f(x)$ 是偶函数，且 $x\in[0,2]$ 时，$f(x)=2x-1$，求 $x\in[-4,0]$ 时 $f(x)$ 的表达式.

解 (Ⅰ)$P(x_0,y_0)$ 是函数 $y=f(x)$ 图象上任一点，则 $y_0=f(x_0)$，点 P 关于直线 $x=2$ 的对称点为 $P'(4-x_0,y_0)$，$f(4-x_0)=f[2+(2-x_0)]=f[2-(2-x_0)]=f(x_0)=y_0$，所以 P' 也在 $y=f(x)$ 图象上，所以函数 $y=f(x)$ 的图象关于直线 $x=2$ 对称.

(Ⅱ)当 $x\in[-2,0]$ 时，$-x\in[0,2]$，所以 $f(-x)=-2x-1$，又因为 $f(x)$ 是偶函数，所以 $f(-x)=f(x)=-2x-1$，$x\in[-2,0]$；当 $x\in[-4,-2]$ 时，$4+x\in[0,2]$，所以 $f(4+x)=2(4+x)-1=2x+7$，从而 $f(4+x)=f(-x)=f(x)$，即 $x\in[-4,-2]$ 时，$f(x)=2x+7$，所以 $f(x)=\begin{cases}2x+7, & x\in[-4,-2],\\ -2x-1, & x\in(-2,0].\end{cases}$

点评 函数图象对称性的证明转化为点的对称. 本题求解析式要充分利用奇偶性和对称性，本题要注意：具有奇偶性函数如果还有另外的对称轴(或对称点)，则函数具有周期性.

三、基础训练

1. 函数 $f(x)=x^3+\sin x+1(x\in\mathbf{R})$，若 $f(a)=2$，则 $f(-a)$ 的值为(　　)

(A) 3　　(B) 0　　(C) -1　　(D) -2

2. 函数 $y=\log_{\frac{1}{2}}(2x^2-3x+1)$ 的递减区间为(　　).

(A) $\left(\frac{3}{4},+\infty\right)$　　(B) $\left(-\infty,\frac{3}{4}\right]$

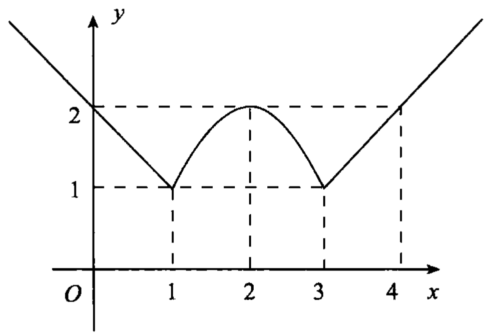
(C) $(1,+\infty)$　　(D) $\left(-\infty,\frac{1}{2}\right]$

3. 函数 $y=\frac{1}{\sqrt{x-1}}+\lg(2x-1)$ 的定义域为________.

4. 已知$f(x+1)$为偶函数，则函数$y=f(2x)$图象的一条对称轴方程是________.

5. 若直线$y=2a$与函数$y=|a^x-1|$（$a>0$且$a\neq1$）的图象有两个公共点，求a的取值范围.

6. 如图，函数的图象是由两条射线及抛物线的一部分组成，求函数的解析式.



7. $f(x)$的定义域为$\mathbf{R}$，对任意x、$y\in\mathbf{R}$，有$f(x+y)=f(x)+f(y)$，且当$x>0$时，$f(x)<0$，$f(1)=-2$.

（Ⅰ）证明：$f(x)$是奇函数；

（Ⅱ）证明：$f(x)$在$\mathbf{R}$上是减函数；

（Ⅲ）求$f(x)$在区间$[-3,3]$上的最大值和最小值.

四、能力提高

8. 已知函数$f(x)=\dfrac{x^2+2x+a}{x}$，$x\in[1,+\infty)$.

(Ⅰ)当$a=\dfrac{1}{2}$时，求函数$f(x)$的最小值；

(Ⅱ)若对任意$x\in[1,+\infty)$，$f(x)>0$恒成立，试求实数a的取值范围.

9. 已知函数$f(x)$和$g(x)$的图象关于原点对称，且$f(x)=x^2+2x$.

(Ⅰ)求函数$g(x)$的解析式；

(Ⅱ)解不等式$g(x)\geqslant f(x)-|x-1|$；

(Ⅲ)若$h(x)=g(x)-\lambda f(x)+1$在$[-1,1]$上是增函数，求实数λ的取值范围.