

2009 广东 高考总复习

高效备考

1. 小测 联记 回忆

2. 典例 规律 变式

3. 考题 真题 新题



主编：颜伍元

让千万学子彻底减负
使百万考生金榜题名

- 广东20位一线名师主编
- 广东10位教育专家审读
- 广东300位在校学生试做

2009 广东 高考总复习

高效备考

数学

(理科)

主编: 颜伍元

编者: 曹民益 李兴舫 黄知良

贺育林 刘明芳 金 明

图书在版编目(CIP)数据

2009广东高考总复习. 数学. 理科/颜伍元主编. —广州: 广州出版社, 2008. 5
(高效备考)

ISBN 978-7-80731-773-9

I. 2… II. 颜… III. 数学课—高中—升学参考资料 IV. G634

中国版本图书馆CIP数据核字(2008)第055275号

- 丛书主编: 开_{BOOKS} 赵学军
- 丛书策划: 开_{BOOKS} 宋宏金
- 执行策划: 开_{BOOKS} 李志银
- 本册主编: 颜伍元
- 责任编辑: 高旭正 罗 怡
- 装帧设计: 开_{BOOKS} 季 琼

2009
广东高考总复习

高效备考 数学(理科)

- 书 名: 2009广东高考总复习—高效备考·数学(理科)
- 出版发行: 广州出版社
(地址:广州市天河区天润路87号广建大厦9~10楼 邮政编码: 510635)
- 印 刷: 茂名广发印刷有限公司
- 规 格: 880×1230 1/16
- 印 张: 96
- 字 数: 3600千
- 版 次: 2008年5月第1版
- 印 次: 2008年5月第1次
- 书 号: ISBN 978-7-80731-773-9
- 定 价: 199.20元(全套共四册)

如发现印装质量问题,影响阅读,请与承印厂联系调换。

质量投诉电话:020-85689842

高效备考

本书导读

- 【知识体系】使读者迅速把握本章内容主线，提纲挈领，相互关联，一目了然。
- 【自我检测】通过对本单元的知识要点回忆再现，使读者迅速进入本节内容状态。
- 【题型归类】精典型例题剖析准确，规律予以归纳，读者可以迅速把握解题关键点。

以考试说明及大纲为依据，让学生从宏观上把握高考方向，做到胸中有数。

根据几年来广东高考的命题特点和变化规律，预测2009年广东高考数学的命题方向和发展趋势，让同学们作好充分准备，重点出击，先行一步进入高考状态。从而在高考中取得更大胜利。

以网络结构图的形式对各章节的知识作一个概括，以使同学们对各章节内容有一个完整的了解。只要同学们读了这个知识体系，就一目了然。离开书本也能将本章节的重要知识铭记于心。

通过检测的形式将本节的各知识点—概念和方法，按一定的方式有机地组成填空题，由学生自己完成以检验对本节知识的掌握情况。

对本节的重点和难点作出指导性的说明，并在后面的例题、习题中重点加以突破。

第七章 数列

考纲解读

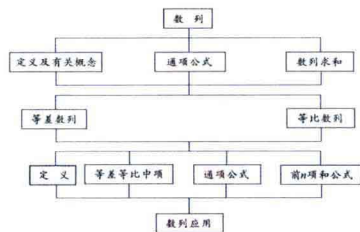
考纲要求

- 了解数列的概念和几种简单的表示方法(列表、图象、通项公式)。
- 了解数列是自变量为正整数的一类函数。

命题趋势

数列是高中数学的重要内容，又是学习高等数学的基础。高考对本章的考查比较全面，等差数列、等比数列的考查每年都不会遗漏。一般情況下都是一个客观题和一个解答题，分值占整个试卷的10%左右。

知识体系



第一节 等差数列

知识解读

自我检测

- 等差数列的通项公式: $a_n = \underline{\hspace{2cm}}$ ，前 n 项和公式: $S_n = \underline{\hspace{2cm}}$ 。
- 若 a, b, c 成等差数列，则 b, c, a 的等差中项: $\underline{\hspace{2cm}}$ 。
- 通项公式推广: $a_n = a_1 + (n-1)d$ 。

答案

- $a_1 + (n-1)d$ $\frac{n(a_1 + a_n)}{2}$ $\frac{n(a_1 + a_n - 1)d}{2}$ $\frac{d}{2}$ $3 - n$

重难点突破

数列的通项公式在数列中占有极其重要的地位，它是数列的核心。数列的通项是数列规律的反映，解题时要分析数列中的元素与项的相互变化规律，同时要善于把一般的数列转化为等差、等比数列来解。

知识联想

数列中 S_n 与 a_n 的关系一直是高考的热点，求数列的通项公式是极为常见的题目，要切实注意 S_n 与 a_n 的关系。

【问题1】(2007·重庆)已知各项均为正数的数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和 S_n 满足 $S_n = 1 + 16S_{n-1}$ (求 $\{a_n\}$ 的通项公式)。

- ◆ 小测 联记 回忆
- ◆ 典例 规律 变式
- ◆ 考题 真题 新题



精选典型的、新颖的题，特别是近两年的全国高考题与模拟题，将本节知识与方法通过题型的归类由浅入深，由易到难加以点拨指导，示范方法、展示细节、规范解析，然后进行变式训练，培养同学们的应用能力，拓展思路和视野。

本栏目分三个层次，第一个层次是夯实基础、辨别概念的“基础训练”，第二个层次是能力与方法的“提升训练”，第三个层次是以立意新、方法新为主的“创新训练”。

最准确、规范的答案，最科学、详实的解析，让你在轻松中掌握考场答题策略和技巧，在快乐中学会规范。

题型解读

题型归类

题型一 等差数列的通项与求和公式

【例1】(2007·广东)已知数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和 $S_n = n^2 - 9n$ ，第 k 项满足 $5 < a_k < 8$ ，则 $k =$ ()

- A. 9 B. 8 C. 7 D. 6

答案: B

解: 此数列为等差数列, $a_n = S_n - S_{n-1} = 2n - 10$, 由 $5 < 2k - 10 < 8$ 得到 $k = 8$

【变式1】(2007·北京)若数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和 $S_n = n^2 - 10n(n \geq 1)$, 则此数列的通项公式为 _____; 数列 $\{a_n\}$ 中数值最小的项是第 _____ 项.

好题精练

基础训练

1. (2007·全国)已知数列的通项 $a_n = -5n + 2$, 则其前 n 项和 $S_n =$ _____

提升训练

7. 在等差数列 $\{a_n\}$ 中, $a_1 = -60, a_7 = -12$, 求数列 $\{|a_n|\}$ 的前 n 项和.

8. 若 S_n 和 T_n 分别表示数列 $\{a_n\}$ 和 $\{b_n\}$ 的前 n 项和, 对任意自然数 n , 有 $a_n = \frac{2n+3}{2}, 4T_n = 13n$.

- (1) 求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式;
(2) 设集合 $A = \{x | x = 2a, a \in \mathbb{N}_+\}, B = \{y | y = 4b, b \in \mathbb{N}_+\}$. 若等差数列 $\{c_n\}$ 中 $c_n \in A \cap B$ 且 c_n 是 $A \cap B$ 中的最大数, 且 $-205 < c_n < -125$, 求 $\{c_n\}$ 的通项公式.

创新训练

9. 已知数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 且满足 $a_n + 2S_n \cdot S_{n+1} = 0(n \geq 2), a_1 = \frac{1}{2}$.

- (1) 求证: $\{\frac{1}{S_n}\}$ 是等差数列;
(2) 求 a_n 的表达式;
(3) 若 $b_n = 21 - na_n (n \geq 2)$, 求证: $b_1^2 + b_2^2 + \dots + b_n^2 < 1$.

答案全析全解

【例1】解: 由 $a_n = S_n - S_{n-1} = (n^2 - 9n) - [(n-1)^2 - 9(n-1)] = 2n - 10$, 由 $5 < 2k - 10 < 8$ 得到 $k = 8$.

【变式1】解: 数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和 $S_n = n^2 - 10n(n \geq 1)$, 数列 $\{a_n\}$ 为等差数列, 数列通项公式为 $a_n = S_n - S_{n-1} = 2n - 11$, 数列的通项公式为 $a_n = 2n - 11$ 其中数值最小的项应是离对称轴 $n = \frac{11}{2}$ 的项, 即 $n = 5$, 第5项是数列 $\{a_n\}$ 中数值最小的项.

★变式训练

【变式1】解: 数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和 $S_n = n^2 - 10n(n \geq 1)$, 数列 $\{a_n\}$ 为等差数列, 数列通项公式为 $a_n = S_n - S_{n-1} = 2n - 11$, 数列的通项公式为 $a_n = 2n - 11$ 其中数值最小的项应是离对称轴 $n = \frac{11}{2}$ 的项, 即 $n = 5$, 第5项是数列 $\{a_n\}$ 中数值最小的项.

梦想



现实

巩固心理防线，明确奋斗目标，忠于你的计划，优化学习策略，你理想的大学定能照进现实！

2009 迈向大学

(请填写你理想的学府)

1. 以平和、豁达的心态对待高考，为自己每天都能学到一点新知识而开心。
2. 感到压力很大时候，用“我有把握”“我可以”这种话语来自我暗示；或者找自己信任的人倾诉。
3. 承认自己的不足，肯定自己的努力，正确认识自己。
4. 抛弃完美主义，尽量做得更好，但不苛求完美。
5. 正确归因，不能一味地把消极结果归于外因，要善于找内因。

巩固心理防线

数学 (理科)

我要考：_____分

明确奋斗目标

忠于你的计划

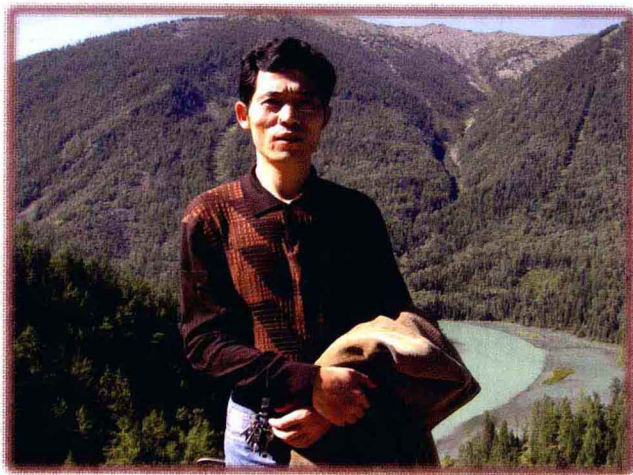
优化学习策略

1. 每个星期之前找出自己一些缺点，并制订出详细的计划，力争在下一个星期改掉这些缺点。
2. 明确每一天的每个时间段最适合学习什么，并不折不扣地执行它。
3. 明确每一个时间段最适合学习的具体地点，并一直坚持做下去。
4. 找到志同道合的同学相互监督，按时完成计划给予奖励，否则给予惩罚。
5. 每天睡觉之前反思自己当天的计划是否按时完成。

1. 不放过每个知识点，不漏掉每条知识线，编织自己的知识网，拓展自己的知识面。
2. 学得专心，玩得开心；每天保证8小时睡眠，1小时身体锻炼。
3. 在充分的练习后，一定要进行知识梳理；在题海中迷失后，

1. 常以自己理想大学的校训激励自己。
2. 模拟考后做总结并拟定下一次模拟考的奋斗目标。
3. 想象自己拿到录取通知书时候激动的心情，想象自己迈进理想大学的美好情景。
4. 列出自己每一科计划要考的分，并一步步地向它迈进。

我们的主编老师 **数学** (理科)



颜伍元

颜伍元,男,大学本科,毕业于湖南省教育学院数学系。全国示范性高中广州市真光中学数学高级教师,广东省“百千万人才工程”芳村区名校长、名教师培养对象,高级研修班毕业学员,省级数学竞赛教练员,“十佳教师”。发表了《在数学教学中培养学生审美能力》等几十篇论文,主编了北师大版必修1、2的《随堂优化》,参与了《高中数学总复习三环五步教学法》、《高考数学总复习“3+x”》、《数学强化与训练》的编写,国家级课题《运用现代技术,培养学生的综合素质》的主要参与人之一,主持了课题《中学数学“一体化”教学模式的构想》和《新课标理念下的例、习题研究》。

2003年调入广州后所带的第一届高三学生2006获荔湾区数学高考状元,并荣获2006年荔湾区“高考突出贡献奖”,2007年获广州市“高考突出贡献奖”。长期担任重点班数学教学工作,所教学生个人数学最好成绩149分。



名师箴言:

只有速度才能超越时空!



今天《高效备考》同你们见面,这是我们的缘分,它将带给你好运。你们现在是一名高三的学生,也是一名负重前行的年轻而勇敢的战士!真的很敬佩你们:在你稚嫩的肩膀上,背负着太多太多的希望、理想,以及老师、家长、父辈们的期望……在接下来的几个月中,怎样以优异的成绩向所有关心和支持你的亲人、师长、朋友们汇报呢?“工欲善其事必先利其器”,《高效备考》就是你们学好数学的锐利武器,它将带领你们走向成功。

第一,《高效备考》是由多年从事高三数学教学的高、特级教师、优秀骨干教师等精心打造的以新课程标准为理念,以高考考试说明和考试大纲为指导,以人教版教材为依据,以提高学生成绩为最终目标的辅导资料。

第二,实用性和科学性。在编写的过程中,无论是例题还是练习题、变式题,都突出了实效性和层次性的特点。结构安排科学合理,无论是哪个层次的同学都能从中学到很多知识和方法。

第三,创新性和系统性。每节的“知识联想”以一个或几个问题,浓缩本节知识,突出了知识的传承与发散;“例题”及“变式”突出了基础知识灵活化、抽象问题具体化、复杂问题简单化、综合问题分解化、重难问题加强化、易错问题对比化、知识体系网络化;“好题精练”的练习题既体现由浅及深、循序渐进的原则,又体现了对全国各地尤其是广东地区的教育教学新成果的吸收,即新颖性和创新性相结合的原则。

当然,除了一本好的复习资料外,还需要掌握一定的学习方法和解题技巧,同学们在数学学习及考试中应注意以下几个方面:

一、方法与技巧

1. 听好每一堂课,记好笔记。

课堂永远是学习的主战场,谁抓住了课堂谁就掌握了主动权。得课堂者得天下。“记在关键处,听在危难时”是学生课堂听课的最高境界。在听课中要善于记笔记,总的原则是:宜精不宜多,粗细结合。既要能对易弄错的概念的区别又要有题型的归类,更要有思想方法的总结。

2. 科学归纳,形成技能。

一是错题集中归纳法。这有利于概念的区别与巩固。在一周后对收集的错题重新做一次,将再次做错的题作好标记,这样一来既区分了概念,又减轻了压力;二是题型归纳法。对每一模块的知识通过几道典型性与代表性的题得以展示,从而形成题型网络;三是方法总结形成技能。在数学学习过程中,解决问题的方法与技巧很多。首先要重视通性通法的总结,其次根据不同题型在解法上要区别对待,运用恰当的方法解题才能高效精准。比如对客观题,根据选择题的特征可选用特殊值淘汰法,从而达到“高效、精准”的目标。

二、备考建议

数学是一门概念性与逻辑性很强的学科,要学好数学,须过四关:

1. “概念、定理、公式”关。

①理清概念的表述,掌握定理、公式成立的条件,这是解决常错、易错、易混淆问题的重要方法之一;②正、误解法差异对比,找出共性与差异,加深印象,强化记忆;③归类对比,加深理解,这样可以提高区分度,增强记忆;④寻找反例,强化记忆。

2. “方法、技巧形成”关。

中学常用的数学思想有:函数与方程思想、数形结合思想、分类讨论思想、转化(化归)思想;常用数学方法有:配方法、换元法、待定系数法、数学归纳法、参数法、消去法、构造法等;数学逻辑方法有:分析法、综合法、反证法、归纳法、演绎法等;数学思维方法有:观察与分析、概括与抽象、分析与综合、特殊与一般、类比、归纳和演绎等。

3. “正确运算”关。

养成良好的运算习惯,平时多学点心算,多动脑少动手,这样既节约了时间提高了速度,同时准确性也大大提高了。

4. “考试进行”关。

考试是每个人都经历的,每个人都希望自己在考试中能超水平发挥,取得优异成绩。那么,怎样才能如愿呢?①先后有序:即先易后难,先熟后生;②快慢有别:即审题要慢,答题要快;③立足一次成功,重视复查环节;④尽量转化,战术性抢分。在考试时,即使不能全部做出试题,也要尽可能细致、规范地写出解题步骤,列出解题所需的公式、原理及基本思路,尽量转化,争取多得分。

总之,我相信选择《高效备考》是正确的,它将带给你们成功的武器,也带给你们幸福吉祥。在学习过程中请永远记住我送给同学们一句话:概念是解题的基础,方法是解题的灵魂,正确的运算是解题的桥梁。

郑伍元



目录

CONTENTS

正文部分

第一章 集合	(1)
考纲解读	(1)
第一节 集合	(1)
知识解读	(1)
题型解读	(2)
好题精练	(4)
第二章 常用逻辑用语	(5)
考纲解读	(5)
第一节 常用逻辑用语	(6)
知识解读	(6)
题型解读	(6)
好题精练	(8)
第三章 函数	(9)
考纲解读	(9)
第一节 一、二次函数	(10)
知识解读	(10)
题型解读	(11)
好题精练	(13)
第二节 函数的定义域、值域与解析式	(13)
知识解读	(13)
题型解读	(14)
好题精练	(15)
第三节 函数的单调性与最大(小)值	(16)
知识解读	(16)
题型解读	(16)
好题精练	(17)
第四节 函数的奇偶性	(18)
知识解读	(18)
题型解读	(18)
好题精练	(19)
第五节 指数函数、对数函数、幂函数	(20)
知识解读	(20)
题型解读	(21)
好题精练	(22)
第六节 函数的图象	(22)
知识解读	(22)
题型解读	(23)
好题精练	(25)
第七节 函数与方程	(27)
知识解读	(27)
题型解读	(27)
好题精练	(28)
第八节 函数模型及其应用	(29)
知识解读	(29)

题型解读	(29)
好题精练	(31)
第九节 函数综合问题	(32)
知识解读	(32)
题型解读	(32)
好题精练	(33)
第四章 三角函数	(35)
考纲解读	(35)
第一节 角的概念及三角函数的概念	(38)
知识解读	(38)
题型解读	(39)
好题精练	(39)
第二节 同角三角函数的基本关系式及诱导公式	(40)
知识解读	(40)
题型解读	(41)
好题精练	(41)
第三节 三角函数的图象与性质	(42)
知识解读	(42)
题型解读(一)	(43)
好题精练(一)	(44)
题型解读(二)	(45)
好题精练(二)	(46)
第四节 两角和与差的三角函数	(47)
知识解读	(47)
题型解读	(48)
好题精练	(49)
第五节 三角函数的恒等变换	(49)
知识解读	(49)
题型解读	(50)
好题精练	(51)
第六节 解斜三角形	(52)
知识解读	(52)
题型解读	(52)
好题精练	(54)
第七节 三角函数的简单应用	(54)
知识解读	(54)
题型解读	(55)
好题精练	(57)
第五章 平面向量	(58)
考纲解读	(58)
第一节 平面向量的概念及线性运算	(59)
知识解读	(59)
题型解读	(59)
好题精练	(60)
第二节 平面向量运算的坐标表示	(61)

目录

CONTENTS

知识解读	(61)	考纲解读	(87)
题型解读	(62)	第一节 空间几何体的结构特征	(89)
好题精练	(63)	知识解读	(89)
第三节 平面向量的数量积及应用	(64)	题型解读	(90)
知识解读	(64)	好题精练	(91)
题型解读(一)	(64)	第二节 空间几何体的三视图和直观图	(91)
好题精练(一)	(65)	知识解读	(91)
题型解读(二)	(66)	题型解读	(92)
好题精练(二)	(67)	好题精练	(93)
第六章 不等式	(68)	第三节 空间几何体的表面积和体积	(95)
考纲解读	(68)	知识解读	(95)
第一节 不等式的性质	(69)	题型解读	(96)
知识解读	(69)	好题精练	(97)
题型解读	(69)	第四节 平行问题	(98)
好题精练	(70)	知识解读	(98)
第二节 不等式的解法	(71)	题型解读	(99)
知识解读	(71)	好题精练	(100)
题型解读	(71)	第五节 垂直问题	(101)
好题精练	(72)	知识解读	(101)
第三节 基本不等式与简单应用	(73)	题型解读	(102)
知识解读	(73)	好题精练	(105)
题型解读	(73)	第六节 空间向量及其运算	(106)
好题精练	(74)	知识解读	(106)
第四节 线性规划	(74)	题型解读	(107)
知识解读	(74)	好题精练	(108)
题型解读	(75)	第七节 空间角	(109)
好题精练	(76)	知识解读	(109)
第七章 数列	(77)	题型解读	(110)
考纲解读	(77)	好题精练	(111)
第一节 等差数列	(78)	第八节 空间距离	(112)
知识解读	(78)	知识解读	(112)
题型解读	(78)	题型解读	(113)
好题精练	(79)	好题精练	(114)
第二节 等比数列	(80)	第九章 解析几何	(116)
知识解读	(80)	考纲解读	(116)
题型解读	(80)	第一节 直线方程	(117)
好题精练	(81)	知识解读	(117)
第三节 数列的通项与求和	(81)	题型解读	(118)
知识解读	(81)	好题精练	(120)
题型解读	(82)	第二节 直线的位置与距离公式	(121)
好题精练	(83)	知识解读	(121)
第四节 数列综合与应用	(84)	题型解读	(121)
知识解读	(84)	好题精练	(123)
题型解读	(84)	第三节 圆的方程	(124)
好题精练	(85)	知识解读	(124)
第八章 立体几何	(87)	题型解读	(124)

好题精练	(126)	第四节 定积分与微积分基本原理	(157)
第四节 直线与圆的位置关系、圆与圆的位置关系	(126)	知识解读	(157)
知识解读	(126)	题型解读	(157)
题型解读	(127)	好题精练	(158)
好题精练	(128)	第4章 复数	(159)
第五节 椭圆	(129)	考纲解读	(159)
知识解读	(129)	第一节 复数	(159)
题型解读	(130)	知识解读	(159)
好题精练	(132)	题型解读	(160)
第六节 双曲线	(132)	好题精练	(160)
知识解读	(132)	第5章 算法初步	(162)
题型解读	(133)	考纲解读	(162)
好题精练	(135)	第一节 算法初步	(162)
第七节 抛物线	(136)	知识解读	(162)
知识解读	(136)	题型解读	(163)
题型解读	(137)	好题精练	(165)
好题精练	(138)	第6章 计数原理	(166)
第八节 直线与圆锥曲线	(139)	考纲解读	(166)
知识解读	(139)	第一节 计数原理、排列与组合	(167)
题型解读	(140)	知识解读	(167)
好题精练	(142)	题型解读	(167)
第九节 轨迹问题	(143)	好题精练	(168)
知识解读	(143)	第二节 二项式定理	(169)
题型解读	(144)	知识解读	(169)
好题精练	(146)	题型解读	(169)
第十节 圆锥曲线综合问题	(146)	好题精练	(170)
知识解读	(146)	第7章 统计	(171)
题型解读	(147)	考纲解读	(171)
好题精练	(149)	第一节 随机抽样和样本估计总体	(172)
第8章 导数及其应用	(150)	知识解读	(172)
考纲解读	(150)	题型解读	(173)
第一节 导数的概念与运算	(151)	好题精练	(174)
知识解读	(151)	第二节 变量的相关性、独立检验与线性回归	(175)
题型解读	(151)	知识解读	(175)
好题精练	(152)	题型解读	(176)
第二节 利用导数证(判)函数的单调性与求最值	(152)	好题精练	(177)
知识解读	(152)	第8章 概 率	(178)
题型解读	(153)	考纲解读	(178)
好题精练	(154)	第一节 随机事件的概率	(179)
第三节 导数的实际及综合应用	(154)	知识解读	(179)
知识解读	(154)	题型解读	(179)
题型解读	(155)	好题精练	(180)
好题精练	(156)	第二节 古典概率与几何概率	(181)

目录

CONTENTS

知识解读	(181)
题型解读	(182)
好题精练	(182)
第三节 条件概率与事件的独立性	(183)
知识解读	(183)
题型解读	(184)
好题精练	(185)
第四节 离散型随机变量及其分布列	(185)
知识解读	(185)
题型解读	(186)
好题精练	(187)
第五节 离散型随机变量的数学期望与方差	(187)
知识解读	(187)
题型解读	(188)
好题精练	(189)
第六节 正态分布	(190)
知识解读	(190)
题型解读	(190)
好题精练	(191)
第10章 推理与证明	(192)
考纲解读	(192)
第一节 合情推理与演绎推理	(192)
知识解读	(192)
题型解读	(193)
好题精练	(194)
第二节 直接证明与间接证明	(195)
知识解读	(195)
题型解读	(196)
好题精练	(196)
第三节 数学归纳法	(197)
知识解读	(197)
题型解读	(198)
好题精练	(199)
第11章 不等式(选讲)	(200)
考纲解读	(200)
第一节 绝对值不等式的解法与简单应用	(201)
知识解读	(201)

题型解读	(201)
好题精练	(202)
第二节 均值不等式及柯西不等式的简单应用	(202)
知识解读	(202)
题型解读	(203)
好题精练	(203)
第12章 几何证明(选讲)	(204)
考纲解读	(204)
第一节 几何证明选讲	(205)
知识解读	(205)
题型解读	(206)
好题精练	(207)
第13章 坐标系与参数方程(选讲)	(208)
考纲解读	(208)
第一节 坐标系与参数方程	(209)
知识解读	(209)
题型解读	(209)
好题精练	(210)

单元测试卷部分

第一章 集合	第二章 常用逻辑用语	单元测试题	
第三章 函数	单元测试题		
第四章 三角函数	单元测试题		
第五章 平面向量	单元测试题		
第六章 不等式	单元测试题		
第七章 数列	单元测试题		
第八章 立体几何	单元测试题		
第九章 解析几何	单元测试题		
第十章 导数及其应用	单元测试题		
第十一章 复数	单元测试题		
第十二章 算法初步	单元测试题		
第十三章 计数原理	单元测试题		
第十四章 统计	单元测试题		
第十五章 概率	单元测试题		
第十六章 推理与证明	单元测试题		
第十七章 不等式(选讲)	第十八章 几何证明(选讲)	第十九章 坐标系与参数方程(选讲)	单元测试题

答案全析全解

第一章 集合



考纲解读

考纲要求

- ① 了解集合的含义、元素与集合的“属于”关系.
- ② 能用自然语言、图形语言、集合语言(列举法或描述法)描述不同的具体问题.
- ③ 理解集合之间包含与相等的含义,能识别给定集合的子集.
- ④ 在具体情境中,了解全集与空集的含义.
- ⑤ 理解两个集合的并集与交集的含义,会求两个简单集合的并集与交集.
- ⑥ 理解在给定的集合中一个子集的补集的含义,会求给定子集的补集.
- ⑦ 能使用维恩图(Venn)表达集合的关系及运算.

高考预测

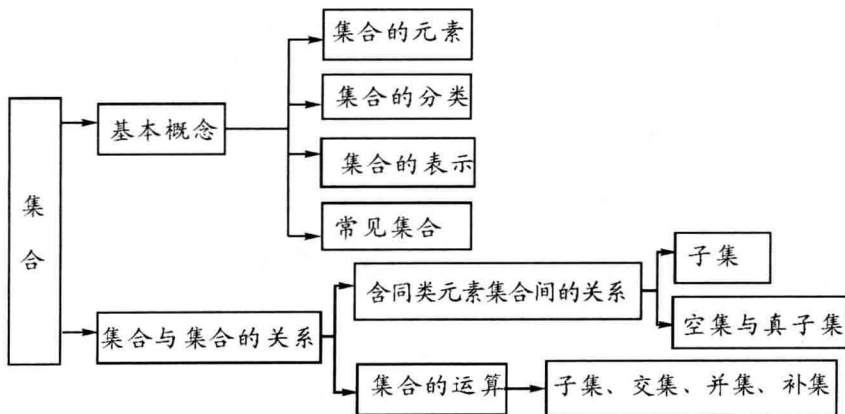
(一)集合在历年的高考中都占有重要地位;其一,它是初等数学与高等数学的衔接桥梁,是现代数学思想的具体体现;其二,它可以融入到各知识点中去,成为解决问题的有力工具.

(二)从知识方面而言,主要考查的还是集合的概念和运算,属于低档题范畴.

(三)从能力方面而言,主要考查学生语言的准确表达和用数形结合、分类讨论的思想解决问题的能力.

知识体系

本章主要由集合的基本概念、元素与集合间的关系、集合与集合间的关系、集合中的常用运算性质构成,充分体现了数学中的“数形结合思想”、“分类讨论思想”.在学习本章时应特别注意“集合中元素的互异性”的应用,区别“数集与点集”、“包含于、包含、真包含”这些概念的不同.对于解与集合之间的关系题时,不要忘记对集合是否为空集的讨论.



第一节 集合



知识解读

自我检测

1. 集合的定义与特征:一般地, _____ 就成为一个集合(简称集).

(1)集合的三个特征: _____.

(2)元素与集合的关系: _____.

2. 常用数集及记法:

(1)全体非负整数的集合记作 _____ (也称自然数集);
正整数集记作 _____.

(2)全体整数的集合称整数集记作 _____;全体有理数

- 的集合称有理数集,记作_____.
- (3)全体实数的集合称实数集,记作_____.
- (4)表示集合的常用方法有:_____.
- 3.文氏图的作用:_____.
- 4.交集与并集的概念与性质:
- (1)一般地,_____的集合,叫做 A 与 B 的交集,记作_____,读作 A 交 B . $A \cap B = \{x|x \in A, \text{且 } x \in B\}$.
- (2)一般地,_____的集合,叫做 A 与 B 的并集,记作_____,读作 A 并 B . $A \cup B = \{x|x \in A, \text{或 } x \in B\}$.
- (3)交、并的简单运算性质:(I)_____.
 (II)_____.
- 5.子集的定义与性质:
- (1)子集的定义:_____.
- (2)真子集的定义:_____.
- (3)子集有如下性质:(I)_____.
 (II)_____.
 (III)_____. (IV)_____.
 (V)_____.
- 6.补集与全集
- (1)全集的定义:_____.
- (2)补集的定义:_____.
- (3)补集的性质:(I)_____; (II)_____.
 (III)_____; (IV)_____.

答案

- 1.某些指定的对象集在一起
- (1)元素的确定性、元素的互异性和元素的无序性
- (2) $a \in A$ 或 $a \notin A$ 二者必居其一,也只居其一
- 2.(1) \mathbf{N} \mathbf{N}_+ 或 \mathbf{N}^* (2) \mathbf{Z} \mathbf{Q} (3) \mathbf{R} (4)列举法、描述法、图示法和区间表示法
- 3.求集合中元素的个数及对子、交、并、补的运算
- 4.(1)由所有属于集合 A 且属于集合 B 的元素所组成 $A \cap B$
- (2)由所有属于集合 A 或属于集合 B 的元素所组成 $A \cup B$
- (3)(I) $A \cap A = A$ $A \cup A = A$ (II) $A \cup B = B \cup A$ $A \cap B = B \cap A$
- 5.(1)对任意 $x \in A \Rightarrow x \in B$ 则称集合 A 是集合 B 的子集,记为 $A \subseteq B$

- (2)若 $A \subseteq B$,且存在 $x_0 \in B$,但 $x_0 \notin A$ 则称 A 是 B 的真子集,记为 $A \subsetneq B$
- (3)(I)关于包含的自反性: $A \subseteq A$
 (II)空集是任何集合的子集: $\emptyset \subseteq A$
 (III)关于包含的对称性:若 $A \subseteq B$ 且 $B \subseteq A$,则 $A = B$
 (IV)关于包含的传递性:若 $A \subseteq B$, $B \subseteq C$,则 $A \subseteq C$
 (V)由 n 个元素组成的集合,其子集有 2^n 个,即 $C_n^0 + C_n^1 + C_n^2 + \dots + C_n^n = 2^n$
- 6.(1)如果集合 S 含有我们所要研究的各个集合的全部元素,这个集合就可以看作一个全集,通常用 U 表示
- (2)一般地,设 S 是一个集合, A 是 S 的一个子集,由 S 中所有不属于 A 的元素组成的集合,叫做 S 中子集 A 的补集(或余集),记作 $\complement_S A$,即 $\complement_S A = \{x|x \in S \text{ 但 } x \notin A\}$
- (3)(I) $\complement_U A \cap A = \emptyset$ $\complement_U A \cup A = U$ (II) $\complement_U (\complement_U A) = A$
 (III) $\complement_U (A \cap B) = \complement_U A \cup \complement_U B$
 (IV) $\complement_U (A \cup B) = \complement_U A \cap \complement_U B$

重难点突破

- 1.集合三个特征:即元素的确定性、元素的互异性和元素的无序性.
- ①元素的确定性:对于一个给定的集合,任何一个对象或者是这个集合中的元素,或者不是这个集合中的元素,二者必居其一,且只居其一.
- ②元素的互异性:集合中的任何两个元素都是能区分的(即互不相同的),相同的对象放入任何一个集合时,只能算作这个集合的一个元素.
- ③元素的无序性:在一个集合中,通常不考虑它的元素之间的顺序,例如: $\{a, b, c\} = \{b, c, a\}$.
- 2.用描述法表示集合时,应注意对集合中元素的特征意义的理解.
- 3.注意“ \emptyset 与 $\{0\}$ ”、“ \in 与 \subseteq ”、“ \cap 与 \cup ”等的区别.

知识联想

集合虽然有自身的独立性,但更多地是穿插在其它的数学应用中,它几乎无处不在,有非常广泛的应用,如集合与函数、集合与不等式、集合与命题与逻辑等.

- 【问题 1】**(2007·北京)记关于 x 的不等式 $\frac{x-a}{x+1} < 0$ 的解集为 P ,不等式 $|x-1| \leq 1$ 的解集为 Q .
- (I)若 $a=3$,求 P ;
- (II)若 $Q \subseteq P$,求正数 a 的取值范围.

题型解读

题型归类

题型一:元素与集合

【例 1】已知集合 $M = \{-2, 3x^2 + 3x - 4, x^2 + x - 4\}$,若 $2 \in M$,

则满足条件的实数 x 组成的集合是_____.

答案: $\{-3, 2\}$

解:由 $3x^2 + 3x - 4 = 2$ 或 $x^2 + x - 4 = 2$ 分别得 $x_1 = -2$, $x_2 = 1$, $x_3 = -3$, $x_4 = 2$,经验证知 $x_1 = -2$, $x_2 = 1$ 不符合条件,故满足条件的实数 x 组成的集合是 $\{-3, 2\}$.

点评: 本题主要考查集合的三个特征中的元素的互异性及元素与集合的关系. 易错点是常常忘记验证集合是否满足条件.

【变式 1】(2006 · 上海) 已知集合 $A = \{-1, 3, 2m-1\}$, 集合 $B = \{3, m^2\}$. 若 $B \subseteq A$, 则实数 $m =$ _____.

【例 2】 已知集合 $M = \{x | x = a + \sqrt{2}b, a, b \in \mathbf{Q}\}$, 则 ① $3 - 2\sqrt{2}\pi$,

② $\frac{1}{3-2\sqrt{2}}$, ③ $\sqrt{17-12\sqrt{2}}$, ④ $\sqrt{6-4\sqrt{2}} + \sqrt{6+4\sqrt{2}}$ 是

集合 M 中的元素有 ()

A. 1 个 B. 2 个 C. 3 个 D. 4 个

答案: C.

解: ① $\because 3 - 2\pi\sqrt{2} = 3 + (-2\pi)\sqrt{2}$ 中, $b = -2\pi \notin \mathbf{Q}$,

$\therefore 3 - 2\pi\sqrt{2} \notin M$;

② $\because \frac{1}{3-2\sqrt{2}} = 3 + 2\sqrt{2}$ 中, $a = 3 \in \mathbf{Q}, b = 2 \in \mathbf{Q}$,

$\therefore \frac{1}{3-2\sqrt{2}} \in M$;

③ $\because \sqrt{17-12\sqrt{2}} = \sqrt{3^2-2 \times 3\sqrt{8} + (\sqrt{8})^2} = 3 - \sqrt{8}$
 $= 3 - 2\sqrt{2}$ 中, $a = 3 \in \mathbf{Q}, b = -2 \in \mathbf{Q}$,

$\therefore \sqrt{17-12\sqrt{2}} \in M$;

④ $\because \sqrt{6-4\sqrt{2}} + \sqrt{6+4\sqrt{2}} = \sqrt{2^2-2 \times 2\sqrt{2} + (\sqrt{2})^2}$
 $+ \sqrt{2^2+2 \times 2\sqrt{2} + (\sqrt{2})^2}$

$= (2 - \sqrt{2}) + (2 + \sqrt{2}) = 4 = 4 + 0 \times \sqrt{2}$ 中,

$a = 4 \in \mathbf{Q}, b = 0 \in \mathbf{Q}$,

$\therefore \sqrt{6-4\sqrt{2}} + \sqrt{6+4\sqrt{2}} \in M$.

$\therefore \frac{1}{3-2\sqrt{2}}, \sqrt{17-12\sqrt{2}}, \sqrt{6-4\sqrt{2}} + \sqrt{6+4\sqrt{2}}$ 都是

集合 M 中的元素, 故选 C.

点评: 本题主要考查对集合中“代表”元素的理解.

【变式 2】 已知集合 $A = \{y | 2 < y < 3\}$, $x = \frac{1}{\log_{\frac{1}{2}} \frac{1}{3}} + \frac{1}{\log_{\frac{1}{5}} \frac{1}{3}}$,

则 x 与 A 的关系是 _____.

题型二: 集合与集合

【例 3】(2006 · 高考题) 设 A, B, I 均为非空集合, 且满足 $A \subseteq B \subseteq I$ 则下列各式中错误的是 ()

A. $(\complement_I A) \cup B = I$ B. $(\complement_I A) \cup (\complement_I B) = I$

C. $A \cap (\complement_I B) = \emptyset$ D. $(\complement_I A) \cap (\complement_I B) = \complement_I B$

答案: B.

分析: 利用文氏图解决与集合的子、交、并、补相关问题及求解集合的元素个数问题既直观又快捷.

解: 利用文氏图可得 B.

【变式 3】(2006 · 江苏) 若 A, B, C 为三个集合, $A \cup B = B \cap C$, 则一定有 ()

A. $A \subseteq C$ B. $C \subseteq A$ C. $A \neq C$ D. $A = \emptyset$

【变式 4】 设集合 $P = \{x | x^2 + x - 6 = 0\}$, $Q = \{x | mx + 1 = 0\}$,

若 $Q \subseteq P$, 则实数 m 可取不同的值的个数是 ()

A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

【例 4】(2007 · 山东) 若集合 $M = \{-1, 1\}$, $N = \left\{x \mid \frac{1}{2} < 2^{x+1} < 4, x \in \mathbf{Z}\right\}$, 则 $M \cap N =$ ()

A. $\{-1, 1\}$ B. $\{-1\}$ C. $\{0\}$ D. $\{-1, 0\}$

答案: B.

解: 因为 $N = \left\{x \mid \frac{1}{2} < 2^{x+1} < 4, x \in \mathbf{Z}\right\} = \{-1, 0\}$, 故选 B.

【变式 5】(2007 · 安徽理) 若 $A = \{x \in \mathbf{Z} | 2 \leq 2^{2-x} < 8\}$, $B = \{x \in \mathbf{R} | |\log_2 x| > 1\}$, 则 $A \cap (\complement_{\mathbf{R}} B)$ 的元素个数为 ()

A. 0 B. 1 C. 2 D. 3

【例 5】 已知集合 M 满足条件 $\{1, 2\} \subseteq M \subseteq \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 则符合条件的集合 M 的个数为 ()

A. 5 个 B. 6 个 C. 7 个 D. 8 个

答案: C.

解法一: 把符合条件的集合 M 一个一个列举出来:

(1) 按含有 3 个元素的集合有: $\{1, 2, 3\}, \{1, 2, 4\}, \{1, 2, 5\}$;

(2) 按含有 4 个元素的集合有: $\{1, 2, 3, 4\}, \{1, 2, 3, 5\}, \{1, 2, 4, 5\}$;

(3) 按含有 5 个元素的集合有: $\{1, 2, 3, 4, 5\}$.

\therefore 符合条件的集合 M 有 7 个, 故选 C.

解法二: 由于本题只要求符合条件的 M 集合的个数, 并不要求指出每个集合, 故采用等价转化法更好.

符合条件 $\{1, 2\} \subseteq M \subseteq \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 的集合 M 的个数就等价于符合条件 $\emptyset \subseteq A \subseteq \{3, 4, 5\}$ 的集合 A 的个数, 亦即集合 $\{3, 4, 5\}$ 的非空子集的个数, 而集合 $\{3, 4, 5\}$ 的非空子集的个数为 $2^3 - 1 = 7$ 个.

\therefore 符合条件的集合 M 的个数为 7. 故选 C.

【变式 6】(2006 · 辽宁) 设集合 $A = \{1, 2\}$, 则满足 $A \cup B = \{1, 2, 3\}$ 的集合 B 的个数是 ()

A. 1 B. 3 C. 4 D. 8

【例 6】(2007 · 北京理) 已知集合 $A = \{x | |x - a| \leq 1\}$, $B = \{x | x^2 - 5x + 4 \geq 0\}$. 若 $A \cap B = \emptyset$, 求实数 a 的取值范围.

解: 集合 $A = \{x | |a - 1| \leq 1\} = \{x | x - a \leq x \leq a + 1\}$, $B = \{x | x^2 - 5x + 4 \geq 0\} = \{x | x \geq 4 \text{ 或 } x \leq 1\}$.

又 $A \cap B = \emptyset$, $\therefore \begin{cases} a + 1 < 4 \\ a - 1 > 1 \end{cases}$, 解得 $2 < a < 3$, 实数 a 的取值范围是 $(2, 3)$.

【变式 7】 若非空集合 $A = \{x | 2a + 1 \leq x \leq 3a - 5\}$, $B = \{x | 3 \leq x \leq 22\}$, 则能使 $A \subseteq A \cap B$ 成立的所有 a 的集合是 _____.



好题精练

基础训练

- 已知非空集合 A 满足 $\emptyset \subseteq A \subseteq \{1, 2, 3, 4\}$, 则符合上述要求的集合 A 的个数有()
 A. 7 B. 8 C. 15 D. 16
- 方程 $ax^2 + 2x - 1 = 0$ 只有一个实数解, 则实数 a 的取值集合是()
 A. $\{-1\}$ B. $\{0\}$
 C. $\{(-1, 0)\}$ D. $\{-1, 0\}$
- (2008·广州一模) 已知全集 $U = \mathbf{R}$, 集合 $A = \{x \mid -2 < x < 2\}$, $B = \{x \mid x^2 - 2x \leq 0\}$, 则 $A \cap B =$ ()
 A. $(0, 2)$ B. $(0, 2]$ C. $[0, 2)$ D. $[0, 2]$
- 已知集合 $P = \{x \mid |x-1| \leq 1, x \in \mathbf{R}\}$, $Q = \{x \mid x \in \mathbf{N}\}$, 则 $P \cap Q$ 等于()
 A. P B. Q C. $\{1, 2\}$ D. $\{0, 1, 2\}$
- 设 A, B 是两个集合, 定义 $A - B = \{x \mid x \in A, \text{且 } x \notin B\}$. 若 $M = \{x \mid |x+1| \leq 2\}$, $N = \{x \mid x = |\sin \alpha|, \alpha \in \mathbf{R}\}$, 则 $M - N$ 等于()
 A. $[0, 1]$ B. $[-3, 0)$
 C. $[-3, 1]$ D. $[-3, 0]$
- (2007·全国) 设 $a, b \in \mathbf{R}$, 集合 $\{1, a+b, a\} = \{0, \frac{b}{a}, b\}$, 则 $b-a$ 等于()
 A. 1 B. -1 C. 2 D. -2

提升训练

- (2007·广东) 已知函数 $f(x) = \frac{1}{\sqrt{1-x}}$ 的定义域为 M , $g(x) = \ln(1+x)$ 的定义域为 N , 则 $M \cap N =$ ()
 A. $\{x \mid x > -1\}$ B. $\{x \mid x < 1\}$
 C. $\{x \mid -1 < x < 1\}$ D. \emptyset

8. 若 $A = \left\{x \mid \frac{2}{x-1} \geq 1\right\}$, 则 $\complement_{\mathbf{R}} A =$ _____.

9. 已知集合 $A = \{x \mid \log_2(x+2) < 2\}$, $B = \{x \mid (x-1+m)(x-1-m) < 0\}$, 若 $B \subseteq A$, 求实数 m 的取值范围.

10. 已知集合 $A = \{x \mid (x-2)[x-(3a+1)] < 0\}$, $B = \left\{x \mid \frac{x-2a}{x-(a^2+1)} < 0\right\}$.

(1) 当 $a=2$ 时, 求 $A \cap B$;

(2) 求使 $B \subseteq A$ 的实数 a 的取值范围.

创新训练

- (2006·辽宁) 设 \oplus 是 \mathbf{R} 上的一个运算, A 是 \mathbf{R} 的非空子集, 若对任意 $a, b \in A$ 有 $a \oplus b \in A$, 则称 A 对运算 \oplus 封闭, 下列数集对加法、减法、乘法和除法(除数不等于零)四则运算都封闭的是()
 A. 自然数集 B. 整数集
 C. 有理数集 D. 无理数集
- (2007·安徽文) 中学数学中存在许多关系, 比如“相等关系”、“平行关系”等等. 如果集合 A 中元素之间的一个关系“ \sim ”满足以下三个条件:
 (1) 自反性: 对于任意 $a \in A$, 都有 $a \sim a$;
 (2) 对称性: 对于 $a, b \in A$, 若 $a \sim b$, 则有 $b \sim a$;
 (3) 传递性: 对于 $a, b, c \in A$, 若 $a \sim b, b \sim c$, 则有 $a \sim c$. 则称“ \sim ”是集合 A 的一个等价关系.
 例如: “数的相等”是等价关系, 而“直线的平行”不是等价关系(自反性不成立). 请你再列出两个等价关系: _____.

第二章 常用逻辑用语



考纲解读

考纲要求

(1) 命题及其关系

- ① 了解命题及其逆命题、否命题与逆否命题.
- ② 理解必要条件、充分条件与充要条件的意义,会分析四种命题的相互关系.

(2) 简单的逻辑联结词

- ① 了解逻辑联结词“或”、“且”、“非”的含义.

(3) 全称量词与存在量词

- ① 理解全称量词与存在量词的意义.
- ② 能正确地对含有一个量词的命题进行否定.

高考预测

对本章考查首先主要还是以充分条件、必要条件、充要条件为轴心,辅之以命题、不等式、集合等知识,其次是对全称量词与存在量词的考查.

知识体系

逻辑是研究思维形式及其规律的一门基础学科.学习数学,需要全面地理解概念,正确地进行表述、推理和判断,这就离不开对逻辑知识的掌握和运用.这部分包含了比较多的新概念,还有相应的新符号,有些概念、符号容易混淆,这些因素都可能造成学习上的障碍.

