可靠性工程设计

（普及教材）

航空工业部第六一三研究所

可靠性工程设计

（普及教材）

航空工业部
第六一三研究所

内容提要

本书是可靠性工程设计普及教材。共分十一章。主要内容包括可靠性数学基础、可靠性基本概念、可靠性设计措施、正交设计方法、可靠性指标的予估与分配、机械结构可靠性、维修性、可靠性试验、数据收集与寿命评估、失效模式及影响后果分析、可靠性管理等。各章均突出基本概念，重点介绍可靠性工程方法及应用。书末附有可靠性基本名词术语与定义及常用的各种附表，供读者查用。

说　　明

本教材从工程应用观点出发，重点介绍可靠性的基本概念和基本方法。力求做到深入浅出、结合实际，以达到简明扼要、便于推广的目的。

本教材经过多次学习班试用，效果较好。1985年3月，又在航空工业部举办的可靠性学习班上试用，反映良好。根据历届学员建议，我们再次进行了整理、修改、完善，定稿付印。

本教材可供工程技术人员阅读，也可供大专院校师生参考，特别适宜举办可靠性学习班使用，可达到培训时间短，见效快的目的。

胡正国同志为教材的主任编辑，所领导对教材的编写，出版很重视，并给以大力支持。原付所长王奇同志为教材的编写、组织协调、出版安排作了大量具体指导工作。参加教材编写工作的有王礼镇、岳朝生、刘遂水、洪季英、邓雪菲、王莲萍等同志。全书由王礼镇同志统一审定。

本教材在编写过程中得到航空工业部质量司、北京航空学院以及部属厂、所有关领导和同志们的大力支持和帮助，在此一并致谢。

由于水平所限，教材中不妥之处，敬请读者批评指正。

编　者

一九八五年七月

序　　言

可靠性工程是一门行之有效的新兴技术，航空工业更为迫切需要。为适应培训要求，由王礼镇、岳朝生等同志编写了这本教材。教材的内容重点是可靠性的主要基本概念与基本方法。这些基本概念与方法对于广大工程技术人员与工程技术管理人员初步运用、掌握可靠性技术是必不可少的。教材经多次教学试用、不断修改、充实、完善，达到目前这个较合适的水平。经教材培训后的不少同志已经取得了可喜成果，实践证明这是一本较好的普及教材。本书的出版必将有助于航空产品可靠性的提高。对其它从事可靠性方面工作的人员也是一本有价值的参考书。

航空工业部第六一三所科学技术委员会

一九八五年七月

目　　录

第一章　数学基础

§1．概率论基本概念

人世间会遇到形形色色的自然现象和社会现象，按其结果来说，总可以把它们分为两大类，一类是确定性现象，另一类是随机现象。例如：

a、在室温下，一块铁不会熔化。

b、在标准大气压下，水加热到100℃会沸腾。

c、导体通电必发热。

这些现象都是确定性的，它们在一定条件下，必然会发生某种结果。再如：

a、检查某种产品，可能是正品，也可能是付品。

b、抛一枚硬币，可能出象正面向上，也可能出现被面向上。

c、总机在一分钟内接到的呼唤次数，可能是０，１，２……中的某一个数。

这些都是随机现象，它们的共同特点是：可能的结果不止一个，至于哪一个结果出现，事先无法确定。

确定性现象有内在的规律性，这一点很容易理解。随机现象也具有统计规律性。概率论是研究和揭示随机现象统计规律性的一门科学。

概率统计理论与方法在应用上是十分广泛的，目前它已遍及几乎所有的科学领域，工农业生产和国民经济的各个部门中。例如，使用概率统计方法可以进行气象预报；地震预报；产品的抽样验收；在研制新产品时，为寻求最佳生产方案可以进行试验设计和数据处理；在可靠性工程中使用概率统计方法可以计算器件和系统的可靠度及平均寿命估计值；在自动控制中可以给出数学模型，以便通过电子计算机来控制工业生产等。

可靠性是研究产品、设备和系统寿命特征的一门科学。由于寿命是一种随机现象、所以可靠性中的基本概念和一些解决问题的方法都是基于“概率论与数理统计”而建立起来的，在学习可靠性技术之前，首先学习一些概率论与数理统计中的基本知识是必要的。

１．预备知识

（１）乘法原理

若做完一件事可以分n个步骤（环节、阶段）来完成，假定完成第一个步骤有m_1种不同方法，完成第二个步骤有m_2种不同方法……，完成第n个步骤有m_n种不同方法，则完成这件事共有：

$N=m_1\cdot m_2\cdots\cdots\cdot m_n$种不同方法，称上述原理为乘法原理。

例：设有甲、乙、丙三地方，已知从甲地到乙地有三种走法，从乙地到丙地有三种

走法，问从甲经过乙到丙共有多少种走法？

解：

根据乘法原理得：$N=3\times3=9$（种）

∴ 共有9种不同的走法。

〈2〉排列

a. 选排列

（a）定义：从n个不同元素里，每次取出r个不同元素（$r<n$）按一定顺序排成一列，称为选排列，其排列种数记为A_n^r

（b）计算公式：　　$A_n^r=n(n-1)(n-2\cdots\cdots(n-r+1)$

或　　$A_n^r=\dfrac{n!}{(n-r)!}$

（c）举例：例1，从1，2，3，4，5中，任选三个数，组成没有重复数字的三位数，问共有多少个不同的三位数？

解：由选排列计算公式得：

$A_5^3=\dfrac{5!}{(5-3)!}=5\times4\times3=60$（种）

∴ 可以组成60种不同的三位数。

（d）几点说明：①选排列必然$r<n$；

②不同元素的含意，表示一个元素不能重复出现；

③依一定次序表示元素相同，次序不同，称为不同的排列方式。

（e）规定：$0!=1$

即零的阶乘等于1

b. 全排列

（a）定义：从n个不同元素里，每次取出n个不同元素（全取出），按一定次序排成一列，称为全排列，记为P_n

（b）计算公式：$P_n=n!$

（c）举例：例1，有5本不同的书，放在同一书架上，问有多少种不同放法？

解：$P_5=5!=120$（种）

例2：有1，2，3数字，问能组成多少个不同的三位数？（一个三位数中的数字不能重复）

解：$P_3=3!=6$（个）

c. 有重复排列

（a）定义：从n个不同元素里，每次取出r个不同元素（$r\leqq n$）允许重复，这种排列称为有重复排列，其排列总数记为$\tilde{A}_n^r$

（b）计算公式：$\tilde{A}_n^r = n^r$

（c）举例：例1，某城市电话号码由五位数字组成，问最多容纳多少用户？

解：$\tilde{A}_{10}^{5} = 10^5 = 100000$（个）

例2，某城市电话号码原有五位数字组成，以后改为六位数字，这样可以增加多少用户？

解：$N = \tilde{A}_{10}^{6} - \tilde{A}_{10}^{5} = 10^6 - 10^5 = 900000$（个）

（3）组合

a．定义：在n个不同元素中，任选m个不同元素组成一组（不考虑次序），称为n个元素中选出m个的组合，记为C_n^m

b．计算公式：$C_n^m = \frac{A_n^m}{P_m} = \frac{n!}{m!\,(n-m)!}$

c．举例：例1，有10个蓝球队，进行单循环比赛，问需要排多少场比赛？

解：由组合定义得：$C_{10}^{2} = \frac{10!}{2!\,(10-2)!} = 45$

例2，在10个产品中有三个废品，一次抽取三个，问其中正好有一个废品的取法有多少种？

解：10个产品中正品是7个，废品3个，设搭配法为n

则 $n = C_3^1 \cdot C_7^2 = 63$（种）

d．重要性质：$C_n^m = C_n^{n-m}$

例：计算　C_{100}^{98}，

解：$C_{100}^{98} = C_{100}^{100-98} = C_{100}^{2} = 4950$

2．概率论基本概念

（1）随机试验

a．定义：对某一现象进行观察，称为随机试验，用字母E表示，例如，E_1：抛一枚硬币，观察正面H（有花的一面），反面T出现的情况；

E_2：掷一颗骰子，观察出现的点数；

E_3：记录某电话交换台一分钟内接到的呼唤次数；

E_4：一口袋中装有红、白二色的乒乓球，从袋中任取一只，观察其颜色；

E_5：在一批灯泡中任抽取一只，测试它的寿命；

E_6：从含有废品的一批产品中，抽取一只，观察是正品或次品。

上述六个例子，它们有共同的特点，例如试验E_1，它有两种可能，出现H或出现T，但在掷之前不能确定是出现H还是出现T，这个试验可以在相同条件下重复进行。其它试验E_2、E_3、E_4、E_5、E_6也都有上述同样的特点。

b．随机试验的特征

归纳上述六个试验，可得如下三个特征：

（a）可以在相同条件下，重复地进行；

（b）每次试验的结果不止一个，并且能事先知道试验的所有可能结果；

（c）进行一次试验之前，不能确定哪一个结果会出现。

在概率论中，将具有上述三个特征的试验称为随机试验，简称试验。

（2）随机试验与样本空间

随机试验出现某结果的现象，称为随机现象。为了深入考查一个随机现象，必须分析随机现象的各种可能结果，下面给出几个定义。

a．随机事件

定义1：在某试验E中，可能出现的结果称为随机事件，简称事件，一般用大写字母A、B、C……表示。

定义2：在试验中一定发生的结果称为必然事件，用U表示。

定义3：在试验E中，一定不发生的结果称为不可能事件，用字母V表示。

定义4：在某试验中，不可分割的结果称为基本事件或称样本点，用 e表示。

例1，抛一枚硬币，它有两种可能的结果，H或T，则它的基本事件有两个：$e_1=H$，$e_2=T$。

例2，掷一骰子，它有六种可能结果，则它的基本事件有六个：

$e_1=1$，$e_2=2$，$e_3=3$，$e_4=4$，$e_5=5$，$e_6=6$。

其中"出现点数大于6"为不可能事件，而出现1～6则为必然事件。

b．样本空间

（a）定义：在某试验E中，基本事件的全体称为样本空间，记为：Ω或S。

（b）举例：

例1，抛一枚硬币，其样本空间为：

$$\Omega=\{H, T\}$$

例2，掷一骰子，其样本空间为：

$$\Omega=\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$$

例3，日光灯管寿命的样本空间为：

$$\Omega=\{t \mid 0\leqq t\}$$

例4，电话总机一分钟听到的呼唤次数的样本空间为：

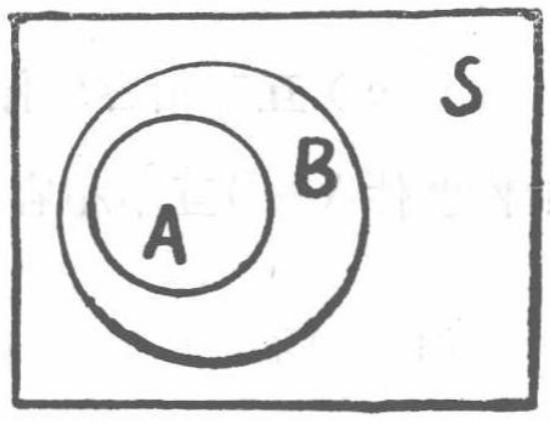
$$\Omega=\{0, 1, 2\cdots\cdots\}$$

（3）事件之间的关系和运算

a．事件关系

为进一步研究复杂事件，需要分析事件之间的关系，设事件E的样本空间为S，事件A、B、C……是E的事件，则它们之间有如下几种关系：

（a）包含关系：若事件A发生，必然导致事件B发生，则B包含A，记为$B\supset A$或$A\subset B$。

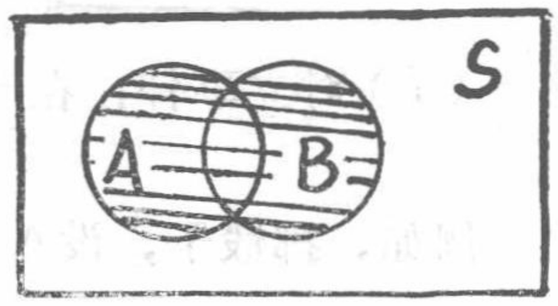


例如，掷骰子，设事件B＝“不少于2点”，A＝“出现偶数点”，则$B\supset A$，因为只要A发生，B也必然发生，可用右图直观表示：

S为样本空间。

（b）和事件：若事件A和事件B至少有一个发生，则称A和B为和事件，记为$A+B$或$A\cup B$。

例如，掷一骰子，设事件$A=\{2,4,6\}$，事件$B=\{3,4,5,6\}$，则$A+B=\{2,3,4,5,6\}$，可用右图表示：



阴影部分表示为$A+B$

推论：多个事件之和事件，表示为：

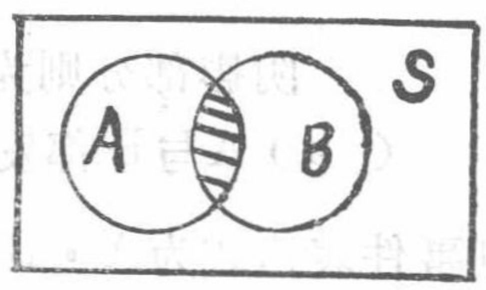
$$A_1+A_2+\cdots\cdots+A_n=\bigcup_{k=1}^{n}A_k \qquad (k=1,2,\cdots\cdots n)$$

$$A_1+A_2+\cdots\cdots+A_n+\cdots\cdots=\bigcup_{k=1}^{\infty}A_k \qquad (k=1,2,3\cdots\cdots)$$

（c）积事件：若事件A与事件B同时发生，则称这一事件为A与B的积，记为$A\cdot B$或$A\cap B$

例1，掷一骰子，设$A=\{2,4,6\}$，$B=\{3,4,5,6\}$，则$A\cdot B=\{4,6\}$

可用右图表示，阴影部分即为$A\cdot B$



推广之，多个事件的积表示为：

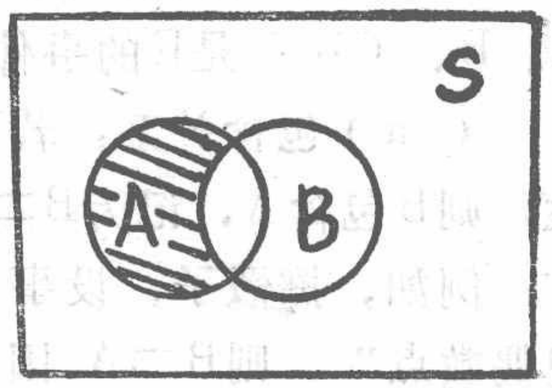
$$A_1\cdot A_2\cdots\cdots A_n=\bigcap_{k=1}^{n}A_k \qquad (k=1,2\cdots\cdots n)$$

$$A_1\cdot A_2\cdots\cdots A_n\cdots\cdots=\bigcup_{k=1}^{\infty}A_k \qquad (k=1,2\cdots\cdots n)$$

（d）差事件：事件A发生而事件B不发生，称这一事件为A与B的差事件。记为$A-B$

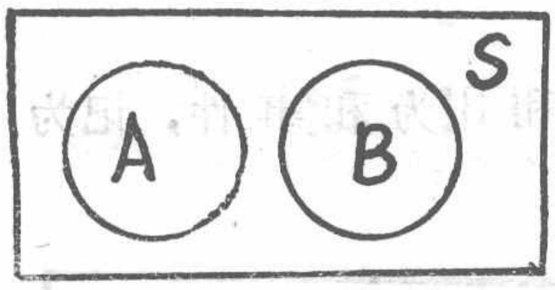
例如，掷一颗骰子，设$A=\{2,4,6\}$，$B=\{3,4,5,6\}$，则$A-B=\{2\}$，$B-A=\{3,5\}$

以右图形表示，则阴影部分为$A-B$



(e)互不相容事件：若事件A与事件B不能同时发生，则称事件A与B互不相容，记为$A \cdot B = V$

如下图示

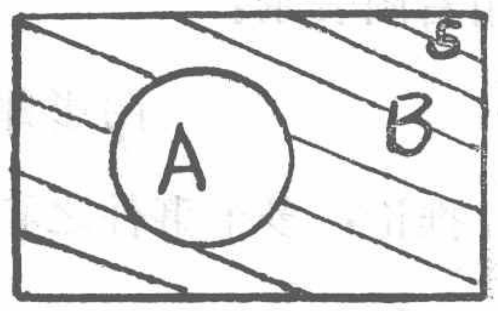


例1，掷一骰子，设$A=\{2, 4, 6\}$，$B=\{1, 3, 5\}$，则A与B互不相容；

例2，从一批零件中抽取一件，设A＝“抽到一件正品”，B＝“抽到一件次品”，则A与B互不相容。

(f)对立事件：在一试验E中，若$A+B=\Omega$，$A \cdot B=V$，则称A与B为对立事件。

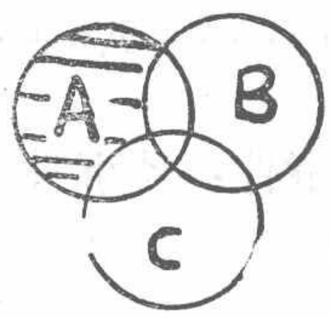
例如，掷骰子，设$A=\{2, 4, 6\}$，$B=\{1, 3, 5\}$，则A与B为对立事件。如右图示



b．运算关系

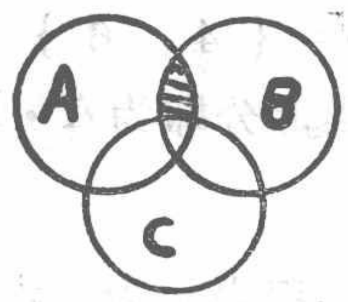
设A、B、C为任意三个事件，则它们之间的运算关系如下：

(a) A发生，B和C不发生，则事件表达式为$A \cdot \overline{B} \cdot \overline{C}$，如右图示



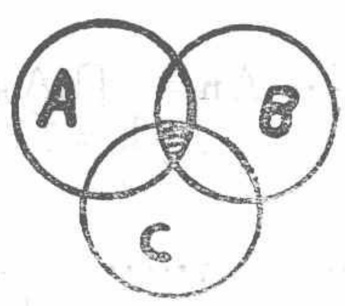
阴影部分则为$A \cdot \overline{B} \cdot \overline{C}$

(b) A与B都发生，而C不发生，则事件表达式为$A \cdot B \cdot \overline{C}$，如右图示



阴影部分为$A \cdot B \cdot \overline{C}$

(c) A、B、C都发生，事件表达式为$A \cdot B \cdot C$，如右图示：

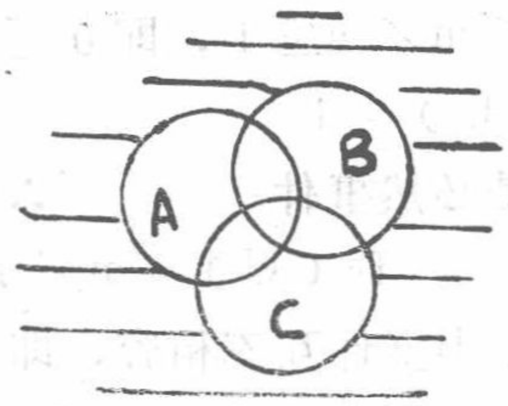


阴影部分即为$A \cdot B \cdot C$

(d) A，B，C中至少有一个发生，事件表达式为$A+B+C$，如右图示

阴影部分即为$A+B+C$

（e）A，B，C都不发生。事件的表达式为：$\overline{A}\cdot\overline{B}\cdot\overline{C}$，如右图示：

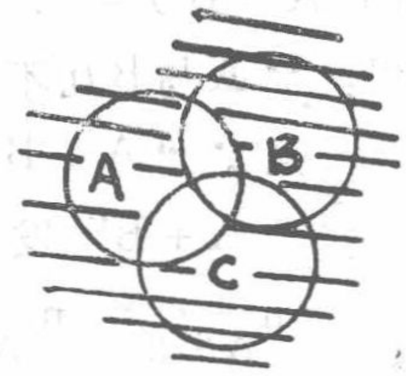


阴影部分为$\overline{A}\cdot\overline{B}\cdot\overline{C}$

（f）A，B，C，中不多于一个发生。事件表达式为：

$\overline{A}\,\overline{B}+\overline{B}\,\overline{C}+\overline{A}\,\overline{C}$

如右图示：



阴影部分则为$\overline{A}\,\overline{B}+\overline{B}\,\overline{C}+\overline{A}\,\overline{C}$

（g）A，B，C中不多于二个发生。

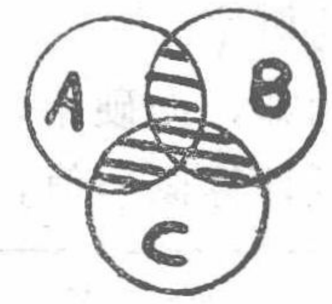
事件表达式为：$\overline{A}+\overline{B}+\overline{C}$，如右图示

阴影部分则为$\overline{A}+\overline{B}+\overline{C}$或$\overline{ABC}$

（h）A，B，C中至少有二个发生。

则事件表达式为：

$AB+BC+AC$，如右图示：



阴影部分为：$AB+BC+AC$

c。事件的运算定律：

（a）交换律：$A\cdot B=B\cdot A$，$A+B=B+A$

（b）结合律：$A\cdot(B\cdot C)=(A\cdot B)\cdot C$

（c）分配律：$(A+B)\cdot C=AC+BC$

（d）对偶律：$\overline{AB}=\overline{A}+\overline{B}$，$\overline{A+B}=\overline{A}\cdot\overline{B}$

这些运算定律不作证明。只要事件没有秩序关系时，上述定律都成立。

（4）随机事件发生的频率：

（a）定义：作某试验n次，若事件A发生了m次，则称$f_n(A)=m/n$为事件A的频率。

例如，掷一硬币100次，若正面H出现45次，则在100次试验中，正面H出现的频率为45/100＝0.45

（b）频率的性质：

（a）$0\leq f_n(A)\leq 1$

证明：$\because 0\leq m\leq n$，两边同除以$n(n>0)$得：

$0/n\leq m/n\leq n/n$

$\therefore 0 \leqq m/n \leqq 1$，即 $0 \leqq f_n(A) \leqq 1$

（b） $f_n(U)=1$

证明：∵U是必然事件　　∴ $m=n$

从而　　$f_n(U)=m/n=1$

（c）若A、B事件互不相容，即 $A \cdot B=V$，

则　$f_n(A+B)=f_n(A)+f_n(B)$

证明：∵A与B互不相容，　∴A与B不能同时发生；

又∵"A＋B"表示至少一个发生，　∴在 n次试验中，

"A＋B"发生的次数等于A事件发生的次数加B事件发生的次数。即：

$n_{A+B}=n_A+n_B$

两边同除以 n得：$f_n(A+B)=f_n(A)+f_n(B)$

推广之：任意 n个事件互不相容时，则：

$f_n(A_1+A_2+\cdots\cdots+A_n)=f_n(A_1)+f_n(A_2)+\cdots\cdots+f_n(A_n)$

（5）事件的概率

a．定义：在相同条件下，作大量试验，随着试验次数的无限增加事件 A 发生的频率 $f_n(A)$ 就逐渐稳定于某个数值 P，记为 P（A），称此频率值 P（A）为事件A发生的概率。

例如，抛硬币，蒲丰和K·皮尔逊分别做了大量试验，得出了正面H出现的次数，由此可计算概率值，列表如下：

试验者	n	m	P（A）
蒲丰	4040	2048	0.5080
K·皮尔逊	12000	6019	0.5016
K·皮尔逊	24000	12012	0.5005

由表中数值可看出 $P(A)=0.5$

b．概率的性质：

（a）$0 \leqq P(A) \leqq 1$

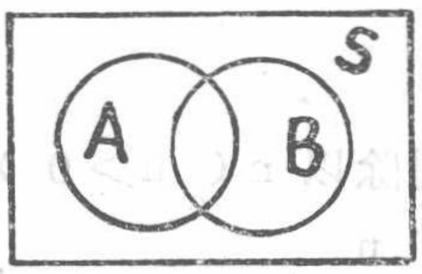
（b）$P(V)=0$　　$P(U)=1$

（c）当 $A \cdot B=V$ 时，$P(A+B)=P(A)+P(B)$

（d）事件A的对立事件可记为 $\overline{A}$，则 $P(A)=1-P(\overline{A})$

（e）A与 B为任意两个事件，则 $P(A+B)=P(A)+P(B)-P(A \cdot B)$

证明：图示如下：



由图可知：

$A+B=A+(B-A)$

且A与$(B-A)$互不相容。又∵ $B=A\cdot B+(B-A)$

且$A\cdot B$与$(B-A)$互不相容

∴ $P(A+B)=P(A)+P(B-A)$…………（1）

$P(B)=P(A\cdot B)+P(B-A)$…………（2）

由（2）式得：$P(B-A)=P(B)-P(A\cdot B)$…………（3）

将（3）式代入（1）式得：

$P(A+B)=P(A)+P(B)-P(A\cdot B)$

（6）古典概型

从概率的定义可以看出，要确定一个事件的概率，需要作大量的观测或试验，用频率来估计概率，虽然这需要消耗大量的人力、物力和财力，但在实际中有时还是需要这样做，但在有些特殊情况下，可以不通过试验，而用理论分析的方法来确定事件的概率。

a．定义：假如一个随机变量具有如下二个特点：

（a）样本空间是有限个基本事件组成，即：

$\Omega=\{e_1, e_2\cdots\cdots e_n\}$

（b）每个事件出现的可能性是相同的，即：

$P(e_1)=P(e_2)=\cdots\cdots=P(e_n)=1/n$

则称此随机现象为古典概型。

证明：∵ $e_1+e_2+\cdots\cdots+e_n=U$

∴ $P(e_1+e_2+\cdots\cdots+e_n)=1$

并且 $P(e_1)+P(e_2)+\cdots\cdots+P(e_n)=1$

即 $nP(e_1)=1$ ∴ $P(e_n)=1/n$

b．古典概型的计算公式

若E是古典概型，事件A包含K个基本事件，则事件A的概率计算公式为：

$$P(A)=\frac{K}{n}=\frac{A\text{所含基本事件数}}{\Omega\text{中所含基本事件总数}}$$

例1，在0，1，2，3，4，5，6，7，8，9数字中，任取一个，求恰好是偶数的概率？

解：E：在10个数中任取一个

Ω： $n=10$

A：取到的数正好是偶数

$K=4$ （偶数有2，4，6，8）偶数个数

$$\therefore P(A)=\frac{K}{n}=\frac{4}{10}=0.4$$

例2，在1，2，3，4，5，6数字中任取二个，问恰好都是偶数的概率？

解：E：六个数中任取二个